王后雄学案

教材完全学案

数学

九年级（下）

配苏科版

丛书主编：王后雄
本册主编：吴 浩

X导航 丛书系列

Jieli 接力出版社 Publishing House
全国优秀出版社 SPLENDID PUBLISHING HOUSE IN CHINA

王后雄学案

教材完全学案

数学

九年级（下）

配苏科版

丛书主编：王后雄
本册主编：吴　浩
编　委：陈国庆　杜仁杰
汪永发　王　萍
郭玉森　王晓玲
陈炳兰　张　华

X导航 丛书系列

接力出版社 Jieli Publishing House　全国优秀出版社

丛书策划：熊　辉
责任编辑：李朝晖
责任校对：钟　健
封面设计：蔚　蓝

JIAOCAI WANQUAN XUE AN
SHUXUE

教材完全学案

数学　九年级（下）　配苏科版

丛书主编：王后雄　本册主编：吴　浩

*

社长：黄　俭　总编辑：白　冰

接力出版社出版发行

广西南宁市园湖南路9号　邮编：530022

E-mail：jielipub@public.nn.gx.cn

武汉嘉捷印务有限公司印刷　全国新华书店经销

*

开本：889毫米×1194毫米　1/16　印张：9　字数：233千

2008年9月第2版　2008年9月第2次印刷

ISBN 978-7-5448-0088-4

定价：15.30元

《教材完全学案》导读图示

- 完备的学习方案
- 详尽的问题剖析
- 深入的学习引导
- 精辟的课堂讲解
- 新典的母题迁移
- 分层的优化测控

让我们一起去揭开《教材完全学案》神奇高效的学习秘密!

课标考纲解读

全真展示每课（节）内容的课标要求及考纲指向，权威锁定学习目标和考点能级，伴您在学习中把握方向，在考试中稳操胜券。

状元学习方案

权威名师指点学习方法，点拨解题疑点，理清基本思路，制定学习方案，搭建智力平台，助您倍速学习，提升学习成绩。

考点知识清单

全息式呈现学科基本知识点和能力点，菜单式的科学梳理将考点习题化设计，便于您在练习中实现对学科考点的理解和记忆。

要点核心解读

同步、完备的学习方案，总结、提炼知识、规律和方法，系统形成知识结构，凸现解题的答题要点和思路规律。

典例分类剖析

例题新颖、科学，具有母题的特征和功能。以案例剖析方式进行示范，展示解题思路和方法，让您的解题能力和技巧全面提升。

第21章　二次根式

21.1　二次根式

课标考纲解读

1. 能正确理解二次根式的意义、代数式的意义.

2. 会确定二次根式中被开方数中的字母的取值范围.

状元学习方案

本节内容学习一定要紧扣概念,正确理解二次根式和算术平方根的关系,并能根据算术平方根的意义理解二次根式的性质.

教材知识检索

考点知识清单

一、二次根式的定义

一般地,形如$\sqrt{a}$(a①____)的式子叫二次根式,"$\sqrt{\ }$"称为二次根号,二次根号下的"a"叫做被开方数,对于二次根式的定义,可从以下几个方面理解:

1. 从形式上看,二次根式必须含有②______.

要点核心解读

1. 二次根式的非负性:$\sqrt{a}\geqslant0(a\geqslant0)$

因为二次根式$\sqrt{a}(a\geqslant0)$表示a的算术平方根,所以$\sqrt{a}\geqslant0$.

注意:这个性质在解题中应用较多. 如:若$\sqrt{a}+|b|=0$,则$\sqrt{a}=0,|b|=0$,所以$a=0,b=0$.

典例分类剖析

考点1　二次根式有意义的条件

命题规律

此类题多以填空、选择的形式出现,确定二次根式有意义时,代数式中字母的取值范围一般分整式和分式两种情形.

[例1]　当x为何值时,下列各式有意义?

(1) $\sqrt{2-3x}$;(2) $\sqrt{-x^2}$;(3) $\sqrt{(x-3)^2}$;(4) $\frac{\sqrt{3x-1}}{\sqrt{1-x}}$.

[解析]　根据分式与二次根式成立的条件,对各项进行具体讨论,从而解出使各式成立时x的取值范围,这是解决这类题目的一般方法.

解:(1)由$2-3x\geqslant0$,得$x\leqslant\frac{2}{3}$,

$\therefore$当$x\leqslant\frac{2}{3}$时,$\sqrt{2-3x}$有意义.

(2)$\because -x^2\geqslant0,\therefore x^2=0,\therefore x=0$,

$\therefore$当$x=0$时,$\sqrt{-x^2}$有意义.

(3)$\because (x-3)^2\geqslant0,\therefore x$取任意实数,

$\therefore$当x取任意实数时,$\sqrt{(x-3)^2}$有意义.

(4)根据二次根式和分式的定义可知,

x应满足$\begin{cases}3x-1\geqslant0,\\1-x>0,\end{cases}$解得$\frac{1}{3}\leqslant x<1$.

$\therefore$当$\frac{1}{3}\leqslant x<1$时,$\frac{\sqrt{3x-1}}{\sqrt{1-x}}$有意义.

[点拨]　对于二次根式,它有意义的条件是被开方数非负;对于分式,它有意义的条件是分母不为零. 若分式的分母含二次根式,则它有意义的条件为分母不为零且根号下被开方数非负,注意是用"且"而不是用"或",如(4)就是这种情形.

[母题迁移]　1. 当x取什么实数时,下列各式有意义?

(1) $\sqrt{x+2}$;(2) $\sqrt{5-3x}$;(3) $\sqrt{(3x+1)^2}$;

(4) $\sqrt{2x+3}-\sqrt{4-3x}$;(5) $\frac{\sqrt{2x-1}}{x-5}$;(6) $\frac{\sqrt{3x+10}}{\sqrt{6-x}}$.

2. (2007年湖北武汉)在函数$y=\sqrt{x-1}$中,自变量x的取值范围是(　　).

A. $x\geqslant-1$　B. $x\neq1$　C. $x\geqslant1$　D. $x\leqslant1$

自主评价反馈

考点知识清单

①$\geqslant0$　②$\sqrt{\ }$　③$\geqslant$　④$<$　⑤$\geqslant$　⑥$\geqslant$　⑦a　⑧$|a|$　⑨加、减、乘、除、乘方和开方

母题迁移

1. (1)$x\geqslant-2$;(2)$x\leqslant\frac{5}{3}$;(3)x取任何实数;(4)$-\frac{3}{2}\leqslant x\leqslant\frac{4}{3}$;(5)$x\geqslant\frac{1}{2}$且$x\neq5$;(6)$-\frac{10}{3}\leqslant x<6$.

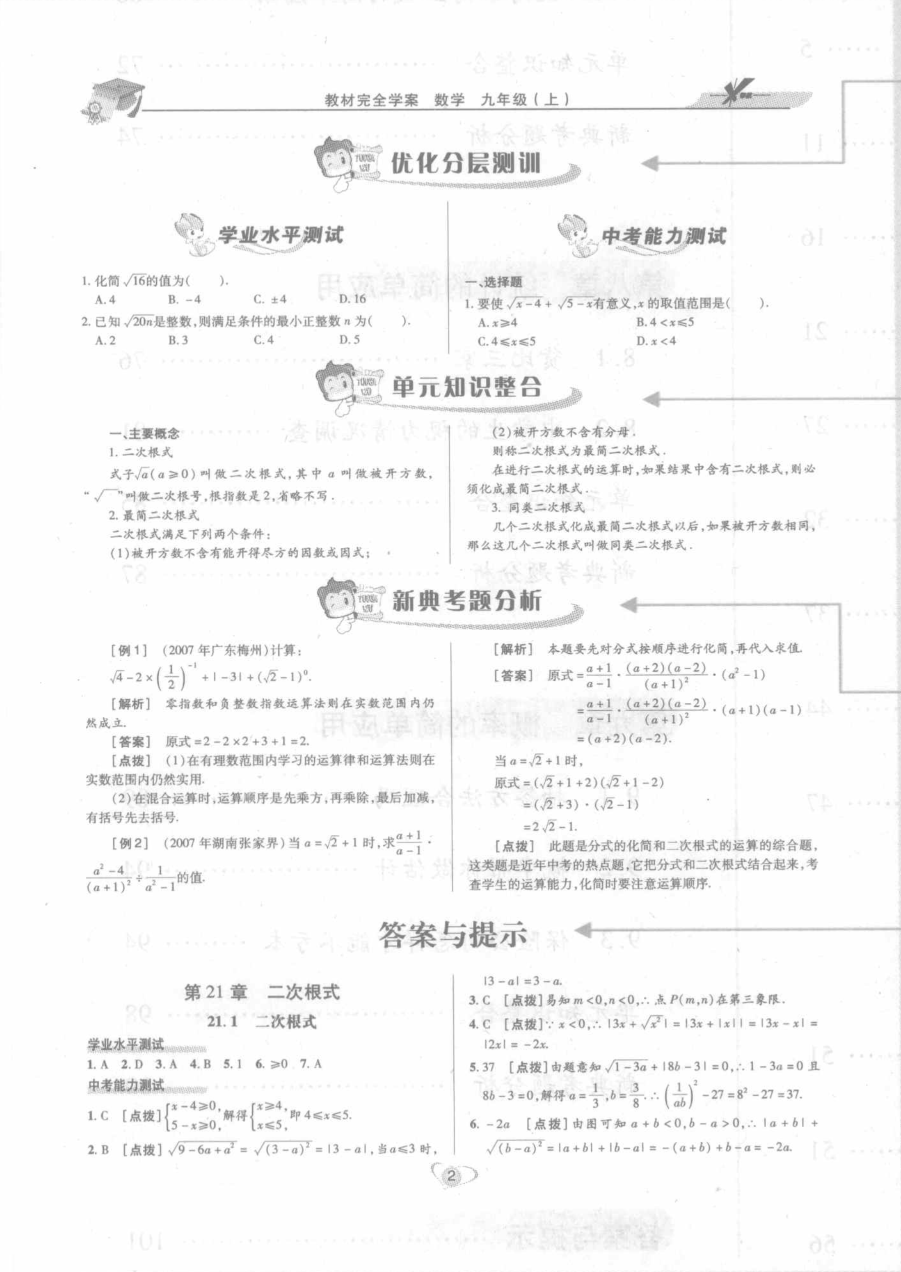
2. C　3. A　4. $-2a-1$　5. -1

6. (1)$(x^2+2)(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$;(2)$x(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$;(3)$(x+\sqrt{3})^2(x-\sqrt{3})^2$.

1

教辅大师王后雄教授、特级教师科学而超前的体例设置，帮您赢在了学习起点，成就您人生的夙愿。

——题记


教材完全学案　数学　九年级（上）

优化分层测训

学业水平测试

1. 化简 $\sqrt{16}$ 的值为(　　).
A. 4　B. -4　C. ±4　D. 16

2. 已知 $\sqrt{20n}$ 是整数，则满足条件的最小正整数 n 为(　　).
A. 2　B. 3　C. 4　D. 5

中考能力测试

一、选择题

1. 要使 $\sqrt{x-4}+\sqrt{5-x}$ 有意义，x 的取值范围是(　　).
A. $x\geqslant4$　B. $4<x\leqslant5$
C. $4\leqslant x\leqslant5$　D. $x<4$

单元知识整合

一、主要概念

1. 二次根式

式子 $\sqrt{a}(a\geqslant0)$ 叫做二次根式，其中 a 叫做被开方数，“$\sqrt{\ }$”叫做二次根号，根指数是2，省略不写.

2. 最简二次根式

二次根式满足下列两个条件：

(1)被开方数不含有能开得尽方的因数或因式；

(2)被开方数不含有分母.

则称二次根式为最简二次根式.

在进行二次根式的运算时，如果结果中含有二次根式，则必须化成最简二次根式.

3. 同类二次根式

几个二次根式化成最简二次根式以后，如果被开方数相同，那么这几个二次根式叫做同类二次根式.

新典考题分析

[例1]　(2007年广东梅州)计算：

$\sqrt{4}-2\times\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+|-3|+(\sqrt{2}-1)^0$.

[解析]　零指数和负整数指数运算法则在实数范围内仍然成立.

[答案]　原式 $=2-2\times2+3+1=2$.

[点拨]　(1)在有理数范围内学习的运算律和运算法则在实数范围内仍然实用.

(2)在混合运算时，运算顺序是先乘方，再乘除，最后加减，有括号先去括号.

[例2]　(2007年湖南张家界)当 $a=\sqrt{2}+1$ 时，求 $\frac{a+1}{a-1}\cdot\frac{a^2-4}{(a+1)^2}\div\frac{1}{a^2-1}$ 的值.

[解析]　本题要先对分式按顺序进行化简，再代入求值.

[答案]　原式 $=\frac{a+1}{a-1}\cdot\frac{(a+2)(a-2)}{(a+1)^2}\cdot(a^2-1)$

$=\frac{a+1}{a-1}\cdot\frac{(a+2)(a-2)}{(a+1)^2}\cdot(a+1)(a-1)$

$=(a+2)(a-2)$.

当 $a=\sqrt{2}+1$ 时，

原式 $=(\sqrt{2}+1+2)(\sqrt{2}+1-2)$

$=(\sqrt{2}+3)\cdot(\sqrt{2}-1)$

$=2\sqrt{2}-1$.

[点拨]　此题是分式的化简和二次根式的运算的综合题，这类题是近年中考的热点题，它把分式和二次根式结合起来，考查学生的运算能力，化简时要注意运算顺序.

答案与提示

第21章　二次根式

21.1　二次根式

学业水平测试

1. A　2. D　3. A　4. B　5. 1　6. $\geqslant0$　7. A

中考能力测试

1. C　[点拨] $\begin{cases}x-4\geqslant0,\\5-x\geqslant0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x\geqslant4,\\x\leqslant5,\end{cases}$ 即 $4\leqslant x\leqslant5$.

2. B　[点拨] $\sqrt{9-6a+a^2}=\sqrt{(3-a)^2}=|3-a|$，当 $a\leqslant3$ 时，$|3-a|=3-a$.

3. C　[点拨]易知 $m<0,n<0$，∴ 点 $P(m,n)$ 在第三象限.

4. C　[点拨]∵ $x<0$，∴ $|3x+\sqrt{x^2}|=|3x+|x||=|3x-x|=|2x|=-2x$.

5. 37　[点拨]由题意知 $\sqrt{1-3a}+|8b-3|=0$，∴ $1-3a=0$ 且 $8b-3=0$，解得 $a=\frac{1}{3}$，$b=\frac{3}{8}$. ∴ $\left(\frac{1}{ab}\right)^2-27=8^2-27=37$.

6. $-2a$　[点拨]由图可知 $a+b<0,b-a>0$，∴ $|a+b|+\sqrt{(b-a)^2}=|a+b|+|b-a|=-(a+b)+b-a=-2a$.

2

优化分层测训

精心设计“基础巩固题”“能力提高题”“综合拓展题”三层递进测试，分别适用于巩固、提高、迁移和运用训练，使课堂知识得到延伸与拓展。试题新颖，训练效果显著。

单元知识整合

整理单元知识，构建结构体系，让您对本单元的知识、规律和方法一目了然，强化知识记忆，是在单元测试中取得高分的必经阶梯。

新典考题分析

展示高考真题，探究出题规律。权威的命题分析、精透的解题分析、明晰的错解误区思辨，使您对高考内容及题型了如指掌。

答案与提示

稍有难度的题目皆提供详细的解题步骤和思路点拨，鼓励一题多解。让您不但知其然，且知其所以然。能使您养成良好规范的答题习惯。

目录

CONTENTS

第六章　二次函数

6.1　二次函数

课标考纲解读

1. 掌握二次函数的定义及二次函数的一般形式 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$.

2. 会利用二次函数解决实际问题.

3. 会通过对实际问题的观察、分析，列出二次函数.

状元学习方案

在学习本节时，首先要从形式上会辨别二次函数，其次要会从实际问题中得到二次函数(实质是列方程)，同时通过实例的分析，重点研究函数的三要素(自变量、函数值、对应关系).

教材知识检索

考点知识清单

1. 一般地，形如____________(a、b、c 是常数，且 a____0)的函数称为二次函数，其中______是自变量，______是______的函数.

2. 如果把自变量 x 与函数 y 看作未知数时，列函数关系式的实质是________.

3. 函数的三要素是______、______、______.

4. 在实际问题中，自变量的取值要使________.

要点核心解读

1. 二次函数的概念

一般地，形如 $y=ax^2+bx+c$(a、b、c 是常数，且 $a\neq0$)的函数称为二次函数，其中 x 是自变量，y 是 x 的函数.

［说明］　(1) $y=ax^2+bx+c$ 是二次函数的一般形式，其中 a、b、c 是系数，二次项系数 $a\neq0$，b、c 是任意实数.

(2)一般地，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的自变量 x 的取值范围是任意实数. 但在实际问题中，自变量 x 的取值范围要使实际问题有意义.

2. 从实际问题中抽象出二次函数关系式

函数是用来描述一个量与另一个量之间的对应关系的，在许多实际问题中存在着二次函数关系. 如果把自变量 x 与函数 y 看作未知数，列函数关系式实际上就是列方程.

3. 二次函数的函数值

当给定自变量 x 的值后，就有唯一的 y 值与之对应，这时相应的 y 的值就是函数值. 如对二次函数 $y=x^2+2x-3$ 来说，当 $x=2$时，函数值 $y=2^2+2\times2-3=5$，而当 $x=-2$ 时，函数值 $y=(-2)^2+2\times(-2)-3=-3$.

［说明］　对于二次函数中自变量取值范围内的每一个自变量的值，都有唯一的一个函数值与之对应，反之却不一定成立，如函数 $y=x^2-2x+1$，当 $x=0$ 时，$y=0^2-2\times0+1=1$. 反过来，若 $y=1$，可得 $x^2-2x+1=1$，这个一元二次方程有两个实数根 $x_1=0$，$x_2=2$.

4. 二次函数的表示方法

对于二次函数来说，其表示方法一般也是三种，即数表、图象、关系式，这三种表示方法彼此之间不但有联系，而且在某些情况下还可以互相转化.

用关系式表示二次函数时，一般表示为 $y=ax^2+bx+c$(a、b、c 是常数，$a\neq0$)的形式，这个式子也叫做二次函数的解析式或表达式.

5. 四种函数定义比较与相互关系

名称	表达式	常量字母取值	相互关系
一次函数	$y=kx+b$	$k\neq0$	当 $b=0$ 时，函数变为正比例函数
正比例函数	$y=kx$	$k\neq0$	是一次函数的特殊形式
反比例函数	$y=\frac{k}{x}$	$k\neq0$	$x\neq0,y\neq0$
二次函数	$y=ax^2+bx+c$	$a\neq0$	当 $a=0,b\neq0$ 时，函数表达式为 $y=bx+c(b\neq0)$，为一次函数

典例分类剖析

考点1　二次函数的概念

命题规律

考查对二次函数的判定，因二次函数也是形式定义，判定之前需先化成二次函数的一般形式. 一般以选择题、填空题出现.

［例1］　(2008年天津)下列函数中，y 是 x 的二次函数的是(　　).

A. $x+y^2-2=0$　　　　B. $y=(x+1)(x-1)-(x-1)^2$

C. $y=2+\sqrt{1-x^2}$　　　　D. $y+x^2=2$

［试解］ ________.（做后再看答案，发挥母题功能）

［解析］ 先将所给函数关系式变形成用 x 表示 y 的形式. 由 A 项可得 $y^2=-x+2$，自变量最高次数不是二次，函数 y 的次数不是一次；B 项右端经整理，得 $y=2x-2$，y 不是 x 的二次函数；C 项右端不是整式；D 项经整理可转化为 $y=-x^2+2$.

［答案］ D

［母题迁移］ 1.（2008 年黄冈）下列函数关系式中，是二次函数的是（　　）.

A. $y=\frac{1}{x^2}$　　　　B. $y=2x$

C. $y=mx^2$　　　　D. $y=(a^2+1)x^2-ax+a$

［例 2］ （2008 年镇江）已知关于 x 的二次函数 $y=(m+1)x^{m^2-3m-2}$，m 的取值是（　　）.

A. $m\neq-1$　　　　B. $m\neq0$

C. $m=4$　　　　D. $m\neq-1$ 且 $m\neq4$

［试解］ ________.（做后再看答案，发挥母题功能）

［解析］ 关于 x 的函数 $y=(m+1)x^{m^2-3m-2}$ 是二次函数的条件是 $m^2-3m-2=2$，并且 $m+1\neq0$，解方程 $m^2-3m-2=2$ 得 $m_1=-1$，$m_2=4$. 而由 $m+1\neq0$ 可知 $m\neq-1$，所以 m 的取值是 $m=4$.

［答案］ C

［母题迁移］ 2.（2008 年株洲）a 取何值时，函数 $y=(a-2)\cdot x^{a^2-2}-x+1$ 是关于 x 的二次函数？

考点 2　求二次函数的值

> **命题规律**
>
> 考查自变量与函数值之间的对应关系，对于每一个自变量的取值，都有唯一的一个函数值与之对应，反之却不一定成立. 一般以填空题出现.

［例 3］ （2008 年包头）已知二次函数 $y=-\frac{1}{2}x^2+2$，当 $x=2$ 时，$y=$ ________；当 $y=1$ 时，$x=$ ________.

［解析］ 当 $x=2$ 时，$y=-\frac{1}{2}\times2^2+2=0$，解得 $y=0$；当 $y=1$ 时，$-\frac{1}{2}x^2+2=1$，解得 $x_1=\sqrt{2}$，$x_2=-\sqrt{2}$.

［答案］ 0　$\pm\sqrt{2}$

［母题迁移］ 3. 在二次函数 $y=-x^2-\frac{1}{2}x+1$ 中，当 $x=1$ 时，$y=$ ________；当 $y=1$ 时，$x=$ ________.

考点 3　实际问题中的二次函数

> **命题规律**
>
> 从实际问题中建立二次函数的模型，然后利用函数的相关知识解决实际问题是中考的热点. 一般以解答题出现.

［例 4］ （2007 年南平）某广告公司设计一个周长为 20（m）的矩形广告牌，设矩形的一边长为 x（m），广告牌的面积为 S（m^2），那么 S 关于 x 的函数关系式是（　　）.

A. $S=x(20-x)$　　　　B. $S=x(20-2x)$

C. $S=x\cdot\frac{20-x}{2}$　　　　D. $S=x\cdot\frac{20-2x}{2}$

［试解］ ________.（做后再看答案，发挥母题功能）

［解析］ 在本题中，解答的关键是用含 x 的代数式表示矩形的另一条边长，由于矩形的对边相等，所以其另一边长为 $\frac{1}{2}\times(20-2x)$，所以矩形的面积为 $x\cdot\frac{20-2x}{2}$（m^2）.

［答案］ D

［母题迁移］ 4. 将一根长为 l cm 的铁丝折成一个矩形，求该矩形的面积 S 与一边长 t 之间的函数表达式，并指出自变量 t 的取值范围.

［例 5］ （2008 年宜昌）如图 6－1－1 所示，在直角梯形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle D=90°$，截取 $AE=BF=DG=x$，已知 $AB=6$，$CD=3$，$AD=4$. 求四边形 $CGEF$ 的面积 S 与 x 之间的函数关系式和 x 的取值范围.

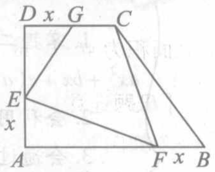


图 6－1－1

［答案］ 解：$\because S=S_{梯形ABCD}-S_{\triangle EGD}-S_{\triangle EFA}-S_{\triangle BCF}=\frac{1}{2}\times(3+6)\times4-\frac{1}{2}x(4-x)-\frac{1}{2}x(6-x)-\frac{1}{2}\times4x=x^2-7x+18.$

$\therefore$ 四边形 $CGEF$ 的面积 S 与 x 之间的函数关系式是 $S=x^2-7x+18$.

由题意得 $\begin{cases}x>0,\\3-x>0,\\4-x>0,\\6-x>0.\end{cases}$ 解得 $0<x<3$.

$\therefore S=x^2-7x+18(0<x<3)$.

［点拨］ 利用整体面积与局部面积之和建立关系式.

［母题迁移］ 5. 如图 6－1－2 所示，正方形铁片的边长为 15 cm，在四个角上各剪去一个边长为 x（cm）的小正方形，用余下的部分做成一个无盖的盒子.

图 6－1－2

（1）求盒子的表面积 S（cm^2）与小正方形边长 x（cm）之间的函数关系式；

（2）当小正方形边长为 3 cm 时，求盒子的表面积.

［例 6］ （2007 年福州）如图 6－1－3 所示，用长为 24 m 的篱笆，一面利用墙（墙的最大可用长度 a 为 10 m）围成中间隔有一道篱笆的长方形花圃，设花圃的宽 AB 为 x m，面积为 S m^2.

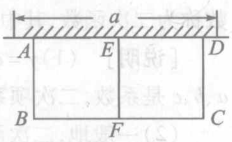


图 6－1－3

（1）求 S 与 x 的函数关系式；

（2）如果要围成面积为 45 m^2 的花圃，AB 的长是多少米？

（3）能围成面积比 45 m^2 更大的花圃吗？如果能，请求出最大面积，并说明围法. 如果不能，请说明理由.

［解析］ 结合图形，易求得 S 与 x 的关系，将 45 代入替换 S，可得 x 的值.

［答案］ 解：（1）设宽 AB 为 x m，则 BC 为 $(24-3x)$m，

$\therefore S=x(24-3x)=-3x^2+24x\left(\frac{14}{3}\leqslant x<8\right)$.

（2）由题意得 $-3x^2+24x=45$，

$\therefore x^2-8x+15=0$，$\therefore x_1=5$，$x_2=3$.

$\because 0<24-3x\leqslant10$，$\therefore \frac{14}{3}\leqslant x<8$，

∴ $x_2=3$ 不符合题意,舍去.

∴ $AB=5$,即花圃的宽 AB 为 5 m.

(3)能围成面积比 45 m^2 更大的花圃.

$S=-3x^2+24x=-3(x^2-8x)=-3(x-4)^2+48$.

∵ $\frac{14}{3}\leqslant x<8$,∴ 当 $x=\frac{14}{3}$时,面积 S 最大,

$S=48-3\times\left(\frac{14}{3}-4\right)^2=46\frac{2}{3}(m^2)$.

围法:$24-3\times\frac{14}{3}=10$(m),花圃的长为 10 m,宽为 $4\frac{2}{3}$ m,最大面积为 $46\frac{2}{3}$ m^2.

[母题迁移] 6. 用一根长为 800 cm 的木条做一个如图 6-1-4 所示的长方形窗框,若宽为 x cm,写出它的面积 $y(cm^2)$ 与 x(cm)的函数关系式,并确定自变量的取值范围.

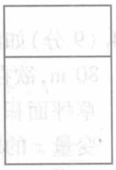


图 6-1-4

[例 7] 某商场销售某种品牌的纯牛奶,已知进价为每箱 40 元,生产厂家要求每箱售价在 40 元~70 元之间. 市场调查发现:若每箱以 50 元销售,平均每天可销售 90 箱. 价格每降低 1 元,平均每天多销售 3 箱;价格每升高 1 元,平均每天少销售 3 箱.

(1)写出平均每天销售量 y(箱)与每箱售价 x(元)之间的函数表达式;(注意自变量的取值范围)

(2)求出商场平均每天销售这种牛奶的利润 W(元)与每箱牛奶的售价 x(元)之间的函数表达式.(每箱的利润=售价-进价)

[解析] 由题意不难写出平均每天销售量 y(箱)与每箱售价 x(元)之间的函数表达式,但应注意 x 的取值范围.

[答案] 解:(1)根据题意,可得 $y=90+3(50-x)=240-3x(40\leqslant x\leqslant 70)$.

(2)当每箱售价为 x 元时,每箱利润为$(x-40)$元,

平均每天的利润为 $W=(240-3x)(x-40)$.

所以 $W=-3x^2+360x-9\,600$.

[母题迁移] 7. 暑假期间,小芳给奶奶照看冷饮店. 一种雪糕每支进价 0.8 元,售价 1.2 元,每天能售出约 100 支. 小芳降价卖,每天能多卖一些;比较后发现每降价 0.1 元,每天可多卖 20 支,每涨价 0.1 元,每天少卖 20 支.

(1)设每支降价 x 元,每天利润为 y 元,写出 y 与 x 之间的函数表达式;

(2)若以每支 1.0 元出售,则每天的利润是多少元?

自主评价反馈

考点知识清单

1. $y=ax^2+bx+c$ $\neq$ x y x 2. 列方程
3. 自变量 函数值 对应关系 4. 实际问题有意义

母题迁移

1. D 2. -2. 3. $-\frac{1}{2}$ 0 或 $-\frac{1}{2}$

4. $S=-t^2+\frac{1}{2}lt\left(0<t<\frac{l}{2}\right)$.

5. (1)$S=225-4x^2\left(0<x<\frac{15}{2}\right)$. (2)$189cm^2$.

6. $y=-\frac{3}{2}x^2+400x\left(0<x<\frac{800}{3}\right)$.

7. (1)$y=-200x^2-20x+40$. (2)当 $x=1.2-1.0=0.2$ 时,$y=-200\times(0.2)^2-20\times0.2+40=28$(元).

优化分层测训

学业水平测试

1. 下列函数中,是二次函数的是( ).

A. $y=\frac{1}{x^2}+x+1$ B. $y=x^2+\frac{3}{x}$

C. $y=(2x-5)^2-3x$ D. $y=ax^2+bx+c$

2. 若 $y=-2x^{n^2-2n-1}+3x+2$ 是二次函数,则( ).

A. $n=1\pm\sqrt{3}$ B. $n=2$

C. $n=-1$,或 $n=3$ D. $n=3$

3. 若 $y=(m^2+m)x^{m^2-2m-1}$ 是二次函数,则( ).

A. $m=1\pm\sqrt{3}$ B. $m=-1$

C. $m=-1$,或 $m=3$ D. $m=3$

4. 下列函数中,是二次函数且当 $x=3$ 时,函数值 $y=0$ 的是( ).

A. $y=x^2+(3-x)(x+3)$ B. $y=\frac{x-3}{x^2}$

C. $y=(x^2-9)^2$ D. $y=x^2-4x+3$

5. 二次函数 $y=-5x^2-3x+7$ 中,二次项的系数为________,一次项的系数为________,常数项为________.

6. 菱形的两条对角线的和为 26 cm,则菱形的面积 $S(cm^2)$ 与一对角线长 x(cm)之间的函数关系为________,是________次函数,自变量的取值范围是________.

7. 某商店 1 月份的利润是 2 500 元,3 月份的利润达到 y 元. 若设这两个月利润的平均月增长率为 x,则利润 y(元)与月增长率 x 之间的函数关系式为______________.

中考能力测试

(测试时间:60 分钟 试卷满分:100 分)

一、选择题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 下列函数是二次函数的是( ).

A. $y=2x^2-1$ B. $y=\frac{x^3}{x}+x$

C. $y=\sqrt{2x^2+x-1}$ D. $y=3x^3+2x^2$

2. 下列函数:①$y=ax^2(a\neq0)$;②$y=-3x^2+2x$;③$y=(x^2-1)-1$;④$y=ax^2+c$(a、c 是常数,$a\neq0$). 其中,关于 x 的二次函数的个数是( ).

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 已知二次函数 $y=x^2-3x+1$,当 $x=\frac{1}{2}$时,y 的值等于( ).

A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

4. 已知二次函数 $y=-\frac{1}{3}x^2$，当 $y=-1$ 时，x 的值等于（　　）.

A. $\sqrt{3}$　　B. 1　　C. ±1　　D. $\pm\sqrt{3}$

5. 正方形边长为 3 cm，若其边长增加 x(cm)，增加部分的面积为 y(cm^2)，即 y 与 x 的函数关系式为（　　）.

A. $y=(x+3)^2$　　B. $y=(x+3)^2-x^2$

C. $y=(x+3)^2-3^2$　　D. $y=x^2$

二、填空题（每小题 4 分，共 16 分）

6. 二次函数 $y=2x(1-x)$ 的二次项系数是______，一次项系数是______，常数项是______.

7. 若 $y=(m^2+m)x^{m^2-2m-1}+4$ 是二次函数，则 $m=$______.

8. 已知梯形面积为 y cm^2，下底与高都是 x cm，上底是 $\frac{1}{3}x$ cm，那么 y 与 x 的函数关系式为______.

9. 如图 6－1－5 所示，若圆柱的高是 8 cm，圆柱的体积 V(cm^3) 与底面周长 C(cm) 之间的函数关系式是______，它是______函数.

图 6－1－5

三、解答题（共 64 分）

10.（8 分）已知函数 $y=(m^2-1)x^2+(m+1)x+5$.

（1）m 为何值时，此函数是二次函数？

（2）m 为何值时，此函数是一次函数？

11.（8 分）用一根长为 20 cm 的细线围成一个等腰三角形，设腰长为 x(cm)，底边长为 y(cm)，等腰三角形的面积为 S(cm^2).

（1）求 y 与 x 之间的函数表达式，并求出 x 的取值范围；

（2）求 S 与 x 之间的函数表达式.

12.（9 分）如图 6－1－6 所示，矩形的长为 2 cm，宽为 1 cm. 如果将其长与宽都增加 x cm，那么面积增加 y cm^2.

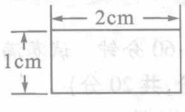


图 6－1－6

（1）写出 y 与 x 之间的函数表达式；

（2）上述函数是什么函数？

（3）自变量 x 的取值范围是什么？

13.（8 分）如图 6－1－7 所示，已知在正方形 $ABCD$ 中，E 是 BC 边上的点，F 是 CD 边上的点，且 $AF=AE$，$AB=12$. 设△AEF 的面积是 y，CE 的长为 x，求 y 与 x 之间的函数表达式.

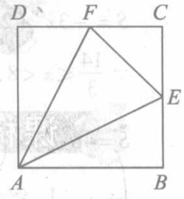


图 6－1－7

14.（9 分）如图 6－1－8 所示，一块矩形草地的长为 100 m，宽为 80 m，欲在中间修两条互相垂直的宽为 x（m）的小路，这时草坪面积为 y（m^2），求 y 与 x 之间的函数表达式，并写出自变量 x 的取值范围.

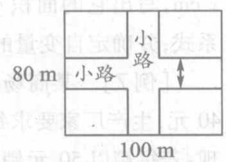


图 6－1－8

15.（10 分）如图 6－1－9 所示，一边靠校园院墙，其他三边用 40 米长的篱笆围成一个矩形花圃，设矩形 $ABCD$ 的边 AB 为 x(m)，面积为 S(m^2).

（1）求 S 与 x 之间的函数关系式；

（2）当 $S=200\text{m}^2$ 时，求 x 的值.

图 6－1－9

16.（12 分）某商店经销一种销售成本为每千克 40 元的水产品，据市场分析，若按每千克 50 元销售，一个月能售出 500 千克，销售单价每涨 1 元，月销售量就会减少 10 千克，针对这种水产品的销售情况，请解答下列问题：

（1）当销售单价为每千克 55 元时，计算月销售量和月销售利润；

（2）设销售单价为每千克 x 元，月销售利润为 y 元，求 y 与 x 的函数关系式；

（3）商店想在月销售成本不超过 10 000 元的情况下使得销售利润达到 8 000 元，则销售单价应定为多少元？

6.2　二次函数的图象和性质(一)

课标考纲解读

1. 会用描点法画出二次函数 $y=ax^2$ 的图象.

2. 理解并掌握二次函数 $y=ax^2$ 的性质.

3. 运用二次函数 $y=ax^2$ 的图象与性质解决有关问题.

4. 体会数形结合的思想.

状元学习方案

本节的学习应注意两个方面的问题：一是二次函数 $y=ax^2$ 的图象的画法分三步：①列表，②描点，③连线. 二是研究二次函数 $y=ax^2$ 的图象性质，要从开口方向、对称轴、顶点坐标、最值几个方面考虑.

教材知识检索

考点知识清单

1. 二次函数 $y=ax^2$ 的图象是________.

2. 画二次函数 $y=ax^2$ 的图象的步骤是：①________，②________，③________.

3. 一般地，抛物线 $y=ax^2$ 的对称轴是________轴，顶点是________. 当 $a>0$ 时，抛物线的开口________，顶点是抛物线的________，a 越大，抛物线的开口________；当 $a<0$ 时，抛物线的开口________，顶点是抛物线的________，a 越大，抛物线的开口________.

4. 对于二次函数 $y=ax^2$，如果 $a>0$，那么，当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而________，当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而________. 当 $x=0$ 时，y 的值________；如果 $a<0$，那么，当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而________，当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而________，当 $x=0$ 时，y 的值________.

要点核心解读

1. 二次函数 $y=ax^2$ 的图象的画法

(1)画二次函数 $y=ax^2$ 仍采取：①列表，②描点，③连线的步骤，即先列表找出若干组(一般是5~10组左右)相对应的自变量与函数值，然后在坐标系中描出相对应的点，再用平滑的曲线依次连接各点，这样就可以得到二次函数 $y=ax^2$ 的图象——抛物线 $y=ax^2$.

如在平面直角坐标系中画出二次函数 $y=\frac{1}{2}x^2$ 和 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 的图象.

列表：

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
$y=\frac{1}{2}x^2$	…	$\frac{9}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$	…
$y=-\frac{1}{2}x^2$	…	$-\frac{9}{2}$	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2	$-\frac{9}{2}$	…

描点、连线即可得到两条抛物线，如图6-2-1所示.

(2)二次函数 $y=ax^2$ 图象的对称轴和顶点.

从图6-2-1中我们可以看出，二次函数 $y=ax^2$ 的图象是一条关于 y 轴对称的曲线，这条曲线(也就是抛物线)的对称轴即为抛物线的对称轴，抛物线与其对称轴的交点叫做抛物线的顶点. 所以抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的对称轴是 y 轴，顶点是坐标原点.

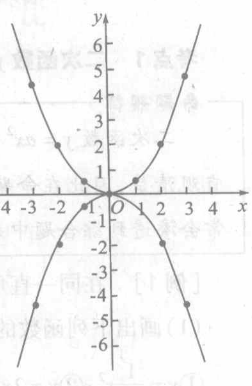


图6-2-1

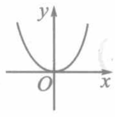
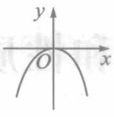
[注意]　①由于二次函数 $y=ax^2$ 的图象的对称轴为 y 轴，所以列表选点时，应在对称轴的左右两边各选3~5个点，才能反映抛物线的全貌.

②描点时可先将对称轴右边的点描出来，然后根据对称性描出对称轴左边的点.

③连线时，除应用平滑的曲线来连接外，还应注意自变量由左到右(或由右到左)的顺序.

2. 二次函数 $y=ax^2$ 的图象的性质

通过画图象，并分析与观察，我们可以知道二次函数 $y=ax^2$ 的图象是抛物线，它具有如下性质：

$y=ax^2$	$a>0$	$a<0$
图象		
开口方向	向上	向下
顶点坐标	$(0,0)$	$(0,0)$
对称轴	y 轴	y 轴
增减性	当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大；当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而减小	当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而减小；当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而增大
最大(小)值	$x=0$ 时，$y_{最小值}=0$	$x=0$ 时，$y_{最大值}=0$

［说明］　(1)抛物线的性质是从它的开口方向、顶点坐标、对称轴、增减性和最大(或最小)值几个方面来探索的.

(2)抛物线开口向上时，顶点是最低点；抛物线开口向下时，顶点是最高点.

(3)抛物线 $y=ax^2$ 的形状是由$|a|$来确定的，一般说来，$|a|$越大，抛物线的开口就越小.

(4)抛物线的对称轴是一条直线，抛物线 $y=ax^2$ 的对称轴是 y 轴，也可以说是直线 $x=0$.

典例分类剖析

考点1　二次函数 $y=ax^2$ 的图象的画法

命题规律

二次函数 $y=ax^2$ 的图象的性质必须结合其图象才更直观清楚，因此在命题中，二次函数 $y=ax^2$ 的图象画法通常会渗透到综合题中来考查. 多以解答题出现.

［例1］　在同一直角坐标系中.

(1)画出下列函数的图象.

①$y=\frac{1}{2}x^2$；②$y=2x^2$；③$y=-\frac{1}{2}x^2$；④$y=-2x^2$；

(2)说明四个图象的区别与联系.

［答案］　(1)①列表：

x	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	…
$y=\frac{1}{2}x^2$	…	8	4.5	2	0.5	0	0.5	2	4.5	8	…
$y=-\frac{1}{2}x^2$	…	-8	-4.5	-2	-0.5	0	-0.5	-2	-4.5	-8	…

x	…	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	…
$y=2x^2$	…	8	4.5	2	0.5	0	0.5	2	4.5	8	…
$y=-2x^2$	…	-8	-4.5	-2	-0.5	0	-0.5	-2	-4.5	-8	…

②描点.

③连线. 如图 6－2－2 所示.

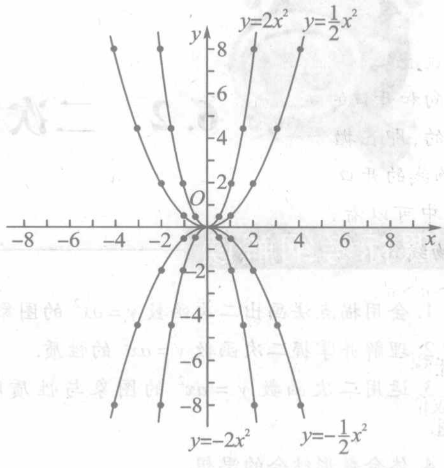


图 6－2－2

(2)四个图象的区别与联系如下表：

函数	区别			联系
	图象开口方向	抛物线位置	开口大小	
$y=2x^2$ $y=\frac{1}{2}x^2$	$a>0$，开口向上	抛物线除顶点在 x 轴上外，其余在 x 轴上方，并向上无限延伸	当$\|a\|$变大时，抛物线开口变小，当$\|a\|$变小时，抛物线开口变大	四个图象的顶点都是原点，对称轴都是 y 轴
$y=-2x^2$ $y=-\frac{1}{2}x^2$	$a<0$，开口向下	抛物线除顶点在 x 轴上外，其余在 x 轴下方，并向下无限延伸	当$\|a\|$变大时，抛物线开口变小，当$\|a\|$变小时，抛物线开口变大	

［点拨］　(1)对于 $y=2x^2$ 和 $y=-2x^2$，$|a|>1$，在选取 x 的值时，每两点相隔半个单位比每两点相隔一个单位画图方便.

(2)一定要对图象认真细致地观察，常误认为$|a|$越大，开口越大，$|a|$越小，开口越小，而实际上恰好相反，即$|a|$越大，开口越小，$|a|$越小，开口越大.

(3)用平滑曲线连接各点时，两点间不能出现直线的情况.

［母题迁移］　1. 在同一直角坐标系中画出下列函数的图象.

(1)$y=\frac{1}{3}x^2$；　　(2)$y=-3x^2$.

考点2　二次函数 $y=ax^2$ 的图象的性质

命题规律

二次函数 $y=ax^2$ 的图象的性质是从它的开口方向、顶点坐标、对称轴、增减性和最值等几个方面来考查的. 通常以选择题、填空题及解答题出现.

［例2］　(2008年珠海)如图 6－2－3 所示，四个二次函数的图象中，分别对应的是：①$y=ax^2$；②$y=bx^2$；③$y=cx^2$；④$y=dx^2$. 则 a,b,c,d 的大小关系为(　　).

A. $a>b>c>d$

B. $a>b>d>c$

C. $b>a>c>d$

D. $b>a>d>c$

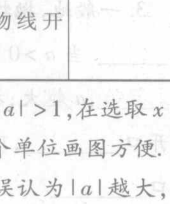


图 6－2－3

［试解］　________.(做后再看答案，发挥母题功能)

［解析］ 本题考查二次函数 $y=ax^2$ 的图象与性质，通过亲自动手画函数图象和对函数图象的观察与分析，我们知道抛物线的开口方向和开口的大小分别是由二次项系数的符号和绝对值大小决定的，即在抛物线解析式 $y=ax^2$ 中，a 的符号（正或负）确定抛物线的开口方向，而 $|a|$ 的大小确定抛物线的“开口大小”，从图中可以看出，抛物线①、②开口向上，故 $a>0$，$b>0$ 且 $a>b$，抛物线③、④开口向下，故 $c<0$，$d<0$ 且 $c>d$. 综上所述，知 $a>b>c>d$.

［答案］ A

［母题迁移］ 2. 已知原点是抛物线 $y=(m+1)x^2$ 的最高点，则 m 的取值范围是（　　）.

A. $m<-1$　　B. $m>1$　　C. $m>-1$　　D. $m>-2$

［例3］ （2008年汕头）抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=ax-1$ 在同一直角坐标系中的图象大致是图6－2－4中的（　　）.

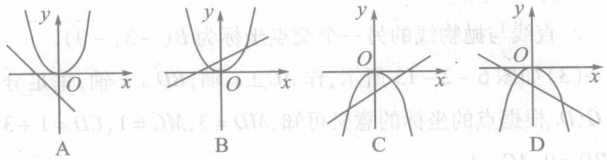


图6－2－4

［试解］ ________.（做后再看答案，发挥母题功能）

［解析］ 在本题中，准确理解并掌握一次函数与二次函数的图象和性质是解题的关键. 当 $a>0$ 时，抛物线 $y=ax^2$ 开口向上，直线 $y=ax-1$ 经过第一、三、四象限，A、B 都不符合要求；当 $a<0$ 时，抛物线 $y=ax^2$ 开口向下，直线 $y=ax-1$ 经过第二、三、四象限，只有 D 项符合要求.

［答案］ D

［母题迁移］ 3. 如图6－2－5所示，在同一直角坐标系中，函数 $y=kx^2$ 与 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 的图象大致是（　　）.

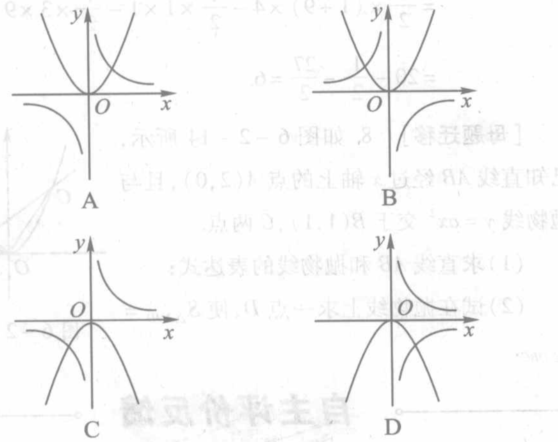


图6－2－5

［例4］ （2007年天津）如图6－2－6所示，若一条抛物线 $y=ax^2$ 与四条直线 $x=1$，$x=2$，$y=1$，$y=2$ 所围成的正方形有公共点，则 a 的取值范围是（　　）.

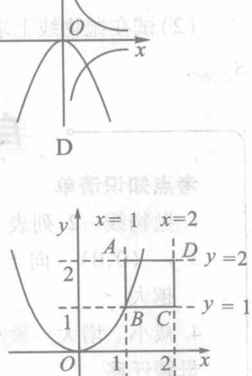


图6－2－6

A. $\frac{1}{4}\leqslant a\leqslant1$　　B. $\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant2$

C. $\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant1$　　D. $\frac{1}{4}\leqslant a\leqslant2$

［试解］ ________.（做后再看答案，发挥母题功能）

［解析］ 在图中所示的抛物线与正方形有交点，则抛物线在第一象限内的部分与正方形 $ABCD$ 的交点有一个或两个，此时 $1\leqslant x\leqslant2$. 在此范围内 y 的相应取值范围是 $2\geqslant y\geqslant1$. 所以将 $x=1$，$y=2$ 和 $x=2$，$y=1$ 分别代入 $y=ax^2$ 可得 $a=2$ 和 $a=\frac{1}{4}$. 因此 a 的取值范围是 $\frac{1}{4}\leqslant a\leqslant2$.

［答案］ D

［母题迁移］ 4. 已知二次函数 $y=(\sqrt{2}-1)x^2$，若 $y>0$，则（　　）.

A. $x>0$　　B. $x\neq0$

C. $x<0$　　D. x 为一切实数

考点3　二次函数 $y=ax^2$ 的应用与综合

命题规律

综合运用二次函数的有关知识解决实际问题是近年来中考的热点题型. 一般以选择题、填空题及解答题出现.

［例5］ 如图6－2－7所示，Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AC=4$，$BC=8$，P 是 AB 上一个动点，直线 $PQ\perp AC$ 于点 Q，设 $AQ=x$，则图中阴影部分的面积 y 与 x 之间的函数关系的图象是（　　）.

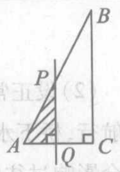


图6－2－7

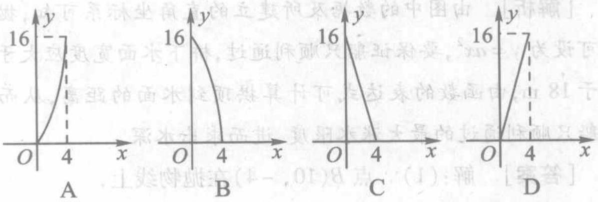


图6－2－8

［试解］ ________.（做后再看答案，发挥母题功能）

［解析］ 由 $\triangle APQ\backsim\triangle ABC$ 知，$PQ=2AQ=2x$，故 $y=\frac{1}{2}AQ\cdot PQ=\frac{1}{2}\cdot x\cdot2x=x^2$. 又 $0\leqslant AQ\leqslant AC$，所以 $0\leqslant x\leqslant4$.

［答案］ A

［母题迁移］ 5.（2008年山西）如图6－2－9所示，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AC=4$ cm，$BC=6$ cm，动点 P 从点 C 沿 CA 以 1 cm/s 的速度向点 A 运动，同时动点 Q 从点 C 沿 CB 以 2cm/s 的速度向点 B 运动，其中一个动点到达终点时，另一个动点也停止运动. 则运动过程中所构成的△CPQ 的面积 y(cm²) 与运动时间 x(s) 之间的函数图象大致是（　　）.

图6－2－9

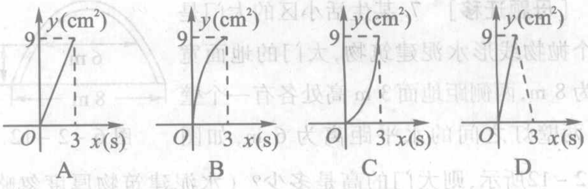


图6－2－10

［例6］ （2007年山西）汽车刹车距离 s(m) 与速度 v(km/h) 之间的函数关系是 $s=\frac{1}{100}v^2$，在一辆车速为 100 km/h

的汽车前方80 m处,发现停放一辆故障车,此时刹车______(填"会"或"不会")有危险.

[解析]　将 $v=100$ km/h 代入 $s=\frac{1}{100}v^2$ 中,可得 $s=\frac{1}{100}\times 100^2=100$(m).因为 $100>80$,所以此时刹车会有危险.

[答案]　会

[母题迁移]　6.(2008年山东)已知抛物线 $y=ax^2$ 的图象经过点$(-\sqrt{2},-1)$,则 $a=$______,当 $y=-4$ 时,x 的值是______.

[例7]　有一座抛物线形拱桥,正常水位时,桥下水面宽为20 m,拱桥顶距水面4 m.

(1)求在如图6-2-11所示的直角坐标系中的抛物线的表达式;

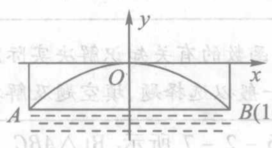


图6-2-11

(2)设正常水位时,桥下的水深为2 m,为保证过往船只顺利航行,桥下水面的宽度不得小于18 m,则水深超过多少米时就会影响过往船只在桥下顺利航行?

[解析]　由图中的数据及所建立的直角坐标系可知,抛物线可设为 $y=ax^2$,要保证船只顺利通过,桥下水面宽度应大于或等于18 m,由函数的表达式可计算拱顶到水面的距离,从而得到船只顺利通过的最大涨水限度,进而求出水深.

[答案]　解:(1)∵点 $B(10,-4)$ 在抛物线上,

$\therefore 10^2\cdot a=-4$,

$\therefore a=-0.04$.

∴该抛物线的表达式为 $y=-0.04x^2$.

(2)当水面宽为18 m时,横坐标为9的点在抛物线上.

设此点坐标为$(9,y)$,

则有 $-0.04\times 9^2=y$,

$\therefore y=-3.24$.

即当水面宽度为18 m时,水面距拱顶3.24 m,

∴水面比平时涨了$(4-3.24)$m,即0.76 m.

∴水深超过 $2+0.76=2.76$ m时,就会影响过往船只在桥下顺利航行.

[点拨]　在利用二次函数 $y=ax^2$ 来解决实际问题时,通常利用抛物线上的点的横、纵坐标求解.

[母题迁移]　7.某生活小区的大门是一个抛物线形水泥建筑物,大门的地面宽度为8 m,两侧距地面3 m高处各有一个壁灯,两壁灯之间的水平距离为6 m,如图6-2-12所示,则大门的高是多少?(水泥建筑物厚度忽略不计,精确到0.1 m)

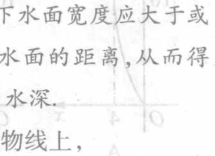


图6-2-12

[例8]　(2007年厦门)已知抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=2x-3$ 相交于点 $A(1,b)$.

(1)求 a,b 的值;

(2)求出抛物线的顶点 M 及直线与抛物线的另一个交点 B 的坐标;

(3)求出△AMB 的面积.

[解析]　直线与抛物线的交点可利用方程求出,求△AMB 的面积,一般应画出草图进行解答.

[答案]　(1)∵点 $A(1,b)$ 是抛物线与直线的交点,

$\therefore \begin{cases} b=a\times 1^2, \\ b=2\times 1-3, \end{cases}$ $\begin{cases} a=-1, \\ b=-1. \end{cases}$

(2)由(1)知,抛物线为 $y=-x^2$,顶点 M(即坐标原点)坐标为$(0,0)$.

由 $-x^2=2x-3$,解得 $x_1=1,x_2=-3$,

$\therefore y_1=-1,y_2=-9$,

∴直线与抛物线的另一个交点坐标为 $B(-3,-9)$.

(3)如图6-2-13所示,作 $AC\perp x$ 轴,$BD\perp x$ 轴,垂足分别为 C、D.根据点的坐标的意义可知,$MD=3,MC=1,CD=1+3=4,BD=9,AC=1$.

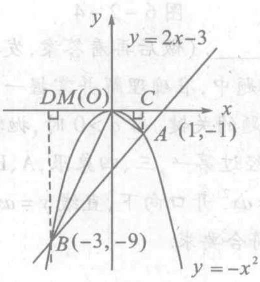


图6-2-13

$\therefore S_{\triangle AMB}=S_{梯形ABDC}-S_{\triangle ACM}-S_{\triangle BDM}$

$=\frac{1}{2}\times(1+9)\times 4-\frac{1}{2}\times 1\times 1-\frac{1}{2}\times 3\times 9$

$=20-\frac{1}{2}-\frac{27}{2}=6$.

[母题迁移]　8.如图6-2-14所示,已知直线 AB 经过 x 轴上的点 $A(2,0)$,且与抛物线 $y=ax^2$ 交于 $B(1,1)$,C 两点.

(1)求直线 AB 和抛物线的表达式;

(2)试在抛物线上求一点 D,使 $S_{\triangle AOD}=S_{\triangle OBC}$.

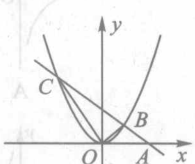


图6-2-14

自主评价反馈

考点知识清单

1.抛物线　2.列表　描点　连线

3.y　$(0,0)$　向上　最低点　越小　向下　最高点　越大

4.减小　增大　最小　增大　减小　最大

母题迁移

1.略.　2.A　3.A　4.B　5.C　6.$-\frac{1}{2}$　$\pm 2\sqrt{2}$

7.6.9 m　8.(1)$y=-x+2,y=x^2$.(2)$(\sqrt{3},3)$或$(-\sqrt{3},3)$.

优化分层测训

学业水平测试

1. 二次函数 $y=2x^2$ 的图象一定过点(　　).

A. $(1,-2)$　　B. $(-1,-2)$　　C. $(-1,2)$　　D. $(1,0)$

2. 对于二次函数 $y=-3x^2$，下列说法中错误的是(　　).

A. 开口向下

B. 顶点坐标是$(0,0)$

C. 对称轴是 y 轴

D. 当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大

3. 在同一直角坐标系中，二次函数 $y=\frac{1}{2}x^2$，$y=-2x^2$，$y=3x^2$ 的图象的共同点是(　　).

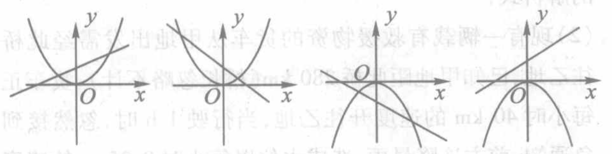
A. 关于 y 轴对称，开口方向向上

B. 关于 y 轴对称，$x<0$ 时，y 随 x 的增大而减小

C. 关于 y 轴对称，顶点坐标都是$(0,0)$

D. 关于 y 轴对称，最高点都是原点

4. 抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=ax+5(a\neq0)$ 在同一直角坐标系中的图象大致是图 6-2-15 中的(　　).



A　　B　　C　　D

图 6-2-15

5. 若抛物线 $y=(a-3)x^2$ 经过点$(-2,8)$，则 $a=$________.

6. 若函数 $y=(a^2+a)x^{a^2-a}$ 的图象是一条抛物线，则 $a=$________.

7. 在二次函数 $y=-x^2$ 中，若 y 的值恒小于 0，则 x 的取值范围是(　　).

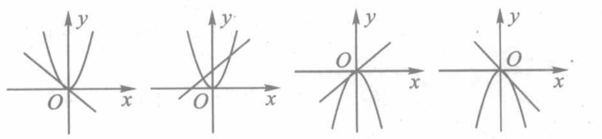
A. $x>0$　　B. $x\neq0$　　C. 一切实数　　D. $x<0$

中考能力测试

(测试时间:60 分钟　试卷满分:100 分)

一、选择题(每小题 4 分，共 20 分)

1. 如图 6-2-16 所示，在同一坐标系中，函数 $y=kx$ 和 $y=kx^2$ $(k\neq0)$ 的图象大致是(　　).



A　　B　　C　　D

图 6-2-16

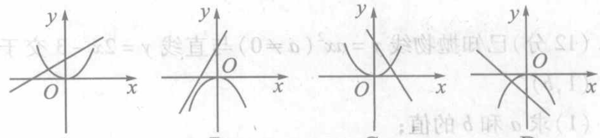
2. 若 $y=(3+m)x^{m^2-9}$ 是开口向下的抛物线，则 m 的值是(　　).

A. 3　　B. -3　　C. $\sqrt{11}$　　D. $-\sqrt{11}$

3. 抛物线①$y=3x^2$，②$y=\frac{2}{3}x^2$，③$y=-\frac{4}{3}x^2$ 中，开口是由大到小顺序的是(　　).

A. ①②③　　B. ①③②　　C. ②③①　　D. ③②①

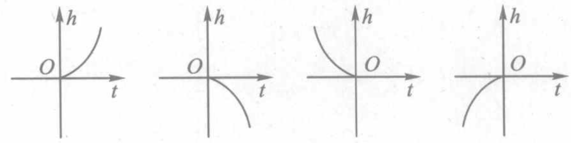
4. (2008 年岳阳)如图 6-2-17 所示，函数 $y=-a(x+a)$ 与 $y=-ax^2(a\neq0)$ 在同一坐标系上的图象是(　　).



A　　B　　C　　D

图 6-2-17

5. 已知在自由落体运动中，物体下落高度 h 关于时间 t 的函数表达式为 $h=\frac{1}{2}gt^2$，其中 g 为重力加速度(是常数)，那么其图象是图 6-2-18 中的(　　).



A　　B　　C　　D

图 6-2-18

二、填空题(每小题 4 分，共 16 分)

6. 如图 6-2-19 所示，抛物线 $y=ax^2$ 的图象过点 $B(-1.5,3)$，则它的解析式为________，当 $x=$________时，函数 y 有最小值为________，如果另一个函数的图象与此图象关于 x 轴对称，那么它的解析式为________.

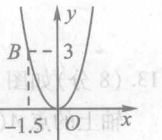


图 6-2-19

7. 函数 $y=(-\sqrt{2}x)^2$ 的图象是________，顶点坐标是________，对称轴是________，图象的开口________.

8. 已知 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 两点都在抛物线 $y=-6x^2$ 上. 当 $x_1>x_2>0$ 时，y_1 与 y_2 的大小关系为________.

9. 已知二次函数 $y=mx^{m^2-2m-6}$ 中，当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大，则 $m=$________.

三、解答题(共 64 分)

10. (8 分)(1)在同一直角坐标系中画出下列函数的图象.

①$y=3x^2$；　②$y=x^2$；　③$y=\frac{1}{2}x^2$.

(2)观察(1)中所画图象，说出二次项系数对抛物线的形状有何影响.

11.（8分）如图 6－2－20 所示，直线 $y=-2x+4$ 与 x 轴、y 轴分别相交于点 A、B，并且在第一象限内与抛物线 $y=ax^2$ 交于点 P，若 $S_{\triangle OPA}=S_{\triangle OPB}$，求二次函数 $y=ax^2$ 的函数关系式.

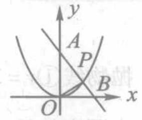


图 6－2－20

12.（12分）已知抛物线 $y=ax^2\ (a\neq 0)$ 与直线 $y=2x-3$ 交于点 $(1,b)$.

（1）求 a 和 b 的值；

（2）求抛物线的表达式，并求出其顶点和对称轴；

（3）x 取何值时，$y=ax^2$ 中的 y 随 x 的增大而减小？

（4）求由抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=-2$ 的两个交点及顶点构成的三角形的面积.

13.（8分）如图 6－2－21 所示，抛物线 $y=ax^2$ 上的点 B、C 与 x 轴上的点 $A(-5,0)$、$D(3,0)$ 构成平行四边形 $ABCD$，BC 与 y 轴交于点 $E(0,6)$，求常数 a 的值.

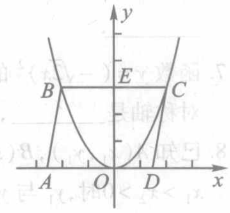


图 6－2－21

14.（8分）如图 6－2－22 所示，半圆的直径 $AC=2$，点 B 在半圆上，点 F 在 AC 上，且 $AE=BC$，$EF\perp AC$ 于 F 点. 设 $BC=x$，$EF=y$，求 y 与 x 之间的函数表达式和自变量 x 的取值范围.

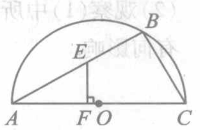


图 6－2－22

15.（10分）（2008年长春）如图 6－2－23 所示，边长为 1 的正方形 $OABC$ 的顶点 A 在 x 轴的正半轴上，将正方形 $OABC$ 绕点 O 顺时针旋转 $30°$，使点 A 落在抛物线 $y=ax^2\ (a<0)$ 的图象上.

（1）求抛物线 $y=ax^2$ 的函数关系式；

（2）正方形 $OABC$ 继续按顺时针旋转多少度时，点 A 再次落在抛物线 $y=ax^2$ 的图象上？并求这个点的坐标.

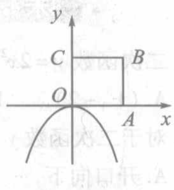


图 6－2－23

16.（10分）如图 6－2－24 所示，有一座抛物线形拱桥，在正常水位时，水面 AB 的宽为 20 m，如果水位上升 3 m 时，水面 CD 的宽是 10 m.

（1）建立如图 6－2－24 所示的平面直角坐标系，求此抛物线的解析式；

（2）现有一辆载有救援物资的货车从甲地出发需经此桥开往乙地，已知甲地距此桥 280 km（桥长忽略不计），货车正以每小时 40 km 的速度开往乙地，当行驶 1 h 时，忽然接到紧急通知：前方连降暴雨，造成水位以每小时 0.25 m 的速度持续上涨（货车接到通知时水位在 CD 处，当水位达到桥拱最高点 O 时，禁止车辆通行）. 试问：如果货车按原来速度行驶，能否安全通过此桥？若能，请说明理由；若不能，要使货车安全通过此桥，速度应至少每小时多少千米？

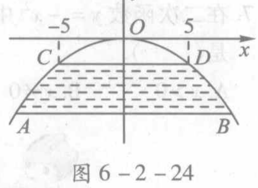


图 6－2－24

6.2 二次函数的图象和性质(二)

课标考纲解读

1. 能用描点法画出二次函数 $y=ax^2+k$ 和二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象.

2. 熟练掌握二次函数 $y=ax^2+k$ 和二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象的性质.

3. 理解二次函数 $y=ax^2$, $y=ax^2+k$, $y=a(x-h)^2$ 三者之间的位置关系.

4. 能用二次函数的图象和性质解决相关问题.

状元学习方案

本节内容是上节课内容的继续，要在理解二次函数 $y=ax^2$ 的图象的性质的基础上. 用平移的观点来掌握二次函数 $y=ax^2+k$ 与 $y=a(x-h)^2$ 的图象的性质. 在画二次函数的图象时，仍然要先找到对称轴，然后在其左右两边各找 3～5 个点. 研究其性质时，还是从开口方向、对称轴、顶点坐标、增减性、最值等方面入手.

教材知识检索

考点知识清单

1. 函数 $y=ax^2+k$ 的图象的性质：

(1)当 $a>0$ 时，开口________；当 $a<0$ 时，开口________.

(2)对称轴是________.

(3)顶点坐标是________.

(4)当 $a>0$, $x>0$ 时，y 随 x 的增大而________；当 $a>0$, $x<0$时，y 随 x 的增大而________；当 $a<0$, $x>0$ 时，y 随 x 的增大而________；当 $a<0$, $x<0$ 时，y 随 x 的增大而________.

2. 函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象的性质：

(1)当 $a>0$ 时，开口________；当 $a<0$ 时，开口________.

(2)对称轴是平行于 y 轴的直线________.

(3)顶点坐标是________.

(4)当 $a>0$, $x>h$ 时，y 随 x 的增大而________；当 $a>0$, $x<h$时，y 随 x 的增大而________；当 $a<0$, $x>h$ 时，y 随 x 的增大而________；当 $a<0$, $x<h$ 时，y 随 x 的增大而________.

要点核心解读

1. 二次函数 $y=ax^2+k$ 的图象和性质

二次函数 $y=ax^2+k$ 的图象与二次函数 $y=ax^2$ 的图象形状相同，位置不同. 函数 $y=ax^2+k$ 的图象可由函数 $y=ax^2$ 的图象上下平移 $|k|$ 个单位而得到，所以二次函数 $y=ax^2+k$ 的性质是：

(1)对称轴是 y 轴(或直线 $x=0$)，顶点坐标为 $(0,k)$；

(2)当 $a>0$ 时，图象开口向上，在对称轴左侧($x<0$)，y 随 x 的增大而减小；在对称轴右侧($x>0$)，y 随 x 的增大而增大. 当 $a<0$ 时，图象开口向下，在对称轴左侧($x<0$)，y 随 x 的增大而增大；在对称轴右侧($x>0$)，y 随 x 的增大而减小；顶点是抛物线的最低点($a>0$)或最高点($a<0$).

[说明] ①在画函数 $y=ax^2+k$ 的图象时，采用描点法，一般在对称轴左右两边各找 3～5 个点.

②对于同一个自变量的值，$y=ax^2$ 与 $y=ax^2+k$ 的函数值相差 k 或 $-k$.

③平移时一般按照“上加下减”的方法进行，即把抛物线 $y=ax^2$ 向上平移 2 个单位后，可以得到函数 $y=ax^2+2$ 的图象；把抛物线 $y=ax^2$ 向下平移 2 个单位后，可以得到函数 $y=ax^2-2$ 的图象.

2. 二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象和性质

二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象与二次函数 $y=ax^2$ 的图象形状相同，位置不同，函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象可由函数 $y=ax^2$ 的图象左右平移 $|h|$ 个单位而得到，所以二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的性质是：

(1)对称轴是直线 $x=h$，顶点坐标为 $(h,0)$；

(2)当 $a>0$ 时，图象开口向上，在对称轴左侧($x<h$)，y 随 x 的增大而减小；在对称轴右侧($x>h$)，y 随 x 的增大而增大. 当 $a<0$ 时，图象开口向下，在对称轴左侧($x<h$)，y 随 x 的增大而增大；在对称轴右侧($x>h$)，y 随 x 的增大而减小；顶点是抛物线的最低点($a>0$)或最高点($a<0$).

[说明] (1)函数 $y=a(x-h)^2(a\neq0)$ 的函数关系式中的完全平方式 $(x-h)^2$ 里的符号是“－”. 这是为了方便写出抛物线顶点坐标和对称轴而规定的.

(2)平移时一般按照“左加右减”的方法进行，即把抛物线 $y=ax^2$ 向左平移 2 个单位后，可以得到抛物线 $y=a(x+2)^2$ 的