



# 电网络理论专题

王洪璞  
著

东北大学出版社

(辽) 新登字第 8 号

内 容 简 介

本书是作者长期从事电网络理论的教学与研究取得的诸多成果的总结，是一部专著性教材。其内容新颖，例举确当，很有特色。

书中阐述了线性和非线性、时不变和时变网络的理论分析与计算方法，共 14 个专题，有创新和发展。因此，本书也是有关的中青年教师和科技人员为提高电网络理论水平和掌握新算法的颇为有益的参考书。

电网络理论专题

王洪璞 著

---

东北大学出版社出版发行  
(沈阳 · 南湖)

辽宁地矿研究所  
印刷厂印刷

---

开本 787×1092 1/16 印张：17.5 字数：437 千字  
1996 年 4 月第 1 版 1996 年 4 月第 1 次印刷  
印数：1~300 册

---

责任编辑：王金邦 郝蕴卿  
封面设计：王金邦

责任校对：王 玲  
责任出版：高志武

---

ISBN 7-81006-707-9/TM.4 定价：38.00 元

# 前 言

电网络理论是高等工科院校电类专业的理论基础课程。由于科学技术的迅速发展,新型电子器件的不断出现,集成电路和电子计算机的普及和非线性电路元件的广泛应用,促使人们对传统的线性和非线性电网络理论进行深入的探讨和研究,来扩充和发展传统电网络理论,以期网络课程的理论内容和计算方法与当前的发展现状和趋势相适应,并满足充实教学内容、丰富教材建设及提高教学质量的需要。电网络理论专题一书就是本着这个宗旨而编写的,它是为国内电类专业的大学生和研究生在学习电路理论和网络分析课程时提供的一本教学用书,它还是为从事网络理论教学的中、青年教师提供的一本教学参考书。

对网络理论教材的建设,除学习和参考国外电工教材的体系和内容之外,还应竭尽全力不断地总结自己的东西,并将其吸收到教材中去,逐步建设符合我国实情、适应电工基础教学需要的教材。作者通过长期教学实践和理论研究,对传统网络理论扩展了如下内容:电路基本物理量正方向的两个性质,电路功率正方向及其计算,电压定义的扩充定义,理想电源与虚元件及互感器元件的动态模型等新的物理概念;迭加定理和代维南定理在含受控源电路中的推广定理, $RC$ 跃变公式及电荷守恒定律的扩充定律, $RL$ 和 $RM$ 跃变公式及电感磁链守恒定律的扩充定律等新的理论内容;把卷积积分转化成常规积分,统一编列线性和非线性网络状态方程的矢量算式等新的计算方法;对脉冲序列函数激励的网络响应、线性和非线性动态电路响应的计算机辅助分析。总之,本书是在继承传统网络理论内容的基础上,着眼于理论上的探索性和创新性,立足于内容和算法上的现代性和适用性。

我国教育改革的核心问题是开发学生智力和培养学生能力。为此,在编写本书过程中,作者自始至终遵照这个指导思想,力图做到由浅入深、循序渐进、通俗易懂、便于自学,并注重传统理论与现代理论的衔接性、系统性和科学性。本书还选编了足够数量的从难从严要求的例题和习题,以期训练和培养学生的自学能力、辩证思维能力、综合分析能力、计算能力及使用计算机的能力。

本书主要是介绍时不变和时变线性或非线性网络的分析。前九个专题介绍了线性时不变稳态和动态网络的分析,后五个专题介绍了非线性时不变和时变动态网络的分析。本书是在现行线性和非线性网络理论课程教材的基础上编写的,因此,只要学过微积分与微分方程、线性代数、网络图论和电路基本知识的读者均可参阅。

本书是根据作者的《现代网络分析》讲义及已发表的论文,经过补充和修改而写成的。王庆参加了全书的编写,并进行了图表和习题的整理。在本书的编写过程中,曾蒙周孔章教授和于成文副教授的热心指导,曾得到郝蕴卿副教授、孙玉琴和吴建华讲师的热情帮助。本书还曾得到重庆大学江泽佳教授、清华大学肖达川教授、西安交通大学邱关源教授、吉林电力学院马昭彦教授、北京理工大学李翰荪教授的关注。在本书出版之际,作者谨向他们表示诚

挚的谢意。

限于作者的学术水平，如有错误和不妥之处恳请读者批评指正。

作者

1990年2月

# 目 录

第1专题 解算网络的两基法 .....	1
1-1 正方向的两个性质 .....	1
1-2 计算电压的电压定义引伸法 .....	1
1-3 功率正方向及电路功率的计算 .....	3
1-4 理想电源与虚元件 .....	5
一、虚元件上不存在控制量情况 .....	5
二、虚元件上存在控制量情况 .....	7
1-5 解算网络的两基法 .....	8
习题一 .....	14
第2专题 迭加定理在含受控源网络中的推广定理 .....	19
2-1 迭加定理的推广定理 .....	19
2-2 迭加定理的推广定理的证明(依据求解线性方程组的同解变形法) .....	19
一、典型支路的选取及形成 .....	19
二、网络 $N$ 中所有电源(原独立源和原受控源)共同作用情况 .....	21
三、原独立源和原受控源分别单独作用网络情况 .....	22
2-3 迭加定理的推广定理的再证明(依据拓扑矩阵法) .....	23
一、典型支路的选取及形成 .....	23
二、网络中所有独立源和所有受控源共同作用情况 .....	24
三、网络中原独立源和原受控源分别单独作用情况 .....	25
习题二 .....	32
第3专题 代维南定理在含受控源网络中的推广定理 .....	35
3-1 代维南定理的推广定理 .....	35
3-2 代维南定理的推广定理的证明 .....	35
3-3 几点结论 .....	37
3-4 诺顿定理的推广定理 .....	48
习题三 .....	48
第4专题 $RC$ 跃变公式及电荷守恒定律的扩充定律 .....	51
4-1 $RC$ 跃变公式 .....	51
4-2 电荷守恒定律的扩充定律 .....	52
一、据跃变公式的时域分析法 .....	54
二、据节点电荷守恒定律的时域分析法 .....	55
习题四 .....	64
第5专题 $RL$ 跃变公式及自感磁链守恒定律的扩充定律 .....	67
5-1 $RL$ 跃变公式 .....	67
5-2 自感磁链守恒定律的扩充定律 .....	68
习题五 .....	80
第6专题 $RM$ 跃变公式及电感磁链守恒定律的扩充定律 .....	82

6-1	RM 跃变公式	82
6-2	电感磁链守恒定律的扩充定律	84
	习题六	98
第 7 专题	卷积积分的一种算法	100
7-1	闸门函数	100
	一、闸门函数的定义	101
	二、闸门函数的组成	101
	三、闸门函数的功用	102
7-2	卷积积分的算法	103
7-3	函数与奇异函数的卷积	113
	习题七	119
第 8 专题	脉冲序列函数激励的线性网络响应的计算机辅助分析	124
8-1	脉冲序列函数的拉普拉斯变换	124
8-2	线性电路在脉冲序列激励下的完全响应	127
8-3	线性电路在脉冲序列激励下稳态响应的直接计算	130
	习题八	148
第 9 专题	含线性互感器元件的大型动态网络的数值分析法	151
9-1	用差商逼近状态变量导数	151
9-2	建立互感器元件的动态友网模型	153
9-3	含互感器元件大型网络响应的数值分析	154
	习题九	167
第 10 专题	状态方程的矢量算式编列法	169
10-1	问题的提出	169
10-2	编列状态方程的矢量算式的推导	170
10-3	几点结论	183
	习题十	184
第 11 专题	运用矢量算式建立含 $g, n, M$ 元件网络的状态方程	187
11-1	元件的动态模型	187
11-2	建立含 $g, n, M$ 元件网络的状态方程	190
	习题十一	199
第 12 专题	四阶龙格-库塔数值解法算式的推导及非线性动态网络的数值分析	202
12-1	四阶龙格-库塔数值解法算式的推导	202
	一、状态函数的真实值表达式	202
	二、状态函数的近似值表达式	203
	三、四阶龙格-库塔数值解法算式的推导	205
12-2	四阶龙格-库塔法的几何意义	218
	习题十二	219
第 13 专题	非线性周期性自激振荡网络响应的计算机辅助分析	221
13-1	线性化的等效电路	221
13-2	自激振荡响应的解析法分析	223
13-3	自激振荡响应的计算机辅助分析	230
13-4	振荡过程的物理解释	234

13-5 产生周期性自激振荡的条件.....	236
13-6 非线性自激振荡网络的状态轨迹 .....	237
<b>第14专题 运用凝固工作点法对非自治网络小信号响应进行数值分析.....</b>	<b>241</b>
14-1 两个例子.....	241
一、运用平衡工作点法求自治网络的小信号响应 .....	241
二、运用平衡工作点法求非自治网络的小信号响应 .....	244
14-2 问题的提出.....	248
14-3 定义凝固工作点.....	248
14-4 非自治网络的凝固工作点分析法及小信号响应的数值分析.....	249
习题十四.....	256
<b>习题答案 .....</b>	<b>259</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>269</b>

# 第1专题 解算网络的两基法

网络的基本概念和基本定律是研究所有网络的最重要的理论基础，本专题对电路理论教材中所述的某些概念做了概括性地总结，并提出了新的论点；对网络中的某些理论和算法提出了新的理论和算法。为了介绍网络中这些新的概念、新的理论和算法，要在电路理论教材中已论述过的一些网络概念、理论和算法的基础上，讨论和介绍电路中基本物理量的正方向的性质及意义，计算电压的电压定义引伸法、处理网络中独立或受控恒压源和恒流源与虚元件的新概念，以及解算网络的最基本的两基计算方法。

## 1-1 正方向的两个性质

人们熟知，任意网络或系统都是研究和分析它们的输入（激励）-输出（响应）这一控制变量与受控变量之间的动态或稳态关系，为此，对给定网络或系统就必须建立能够正确描述这一关系所需要的独立方程，并进行求解。鉴于网络或系统中的激励和响应的多变量情况及其结构的复杂性，在建立动态或稳态电路方程时必须引入电流、电压、电荷、磁链等网络或系统的基本物理量的正方向（即参考方向或参考极性）这一概念，否则就无法建立和解算方程，更谈不上进行网络分析了。考虑到网络中电流和电压这两个基本物理量的正方向概念，在电路理论教材中已作了交待，故不再重述。在这里着重介绍电路中基本物理量正方向的两个性质及其物理意义，以说明正方向这一概念在网络分析中的地位及其重要性。

一般说网络中基本物理量的正方向都具有任意性和一致性这两个性质。其任意性的物理含意是指，电网络基本物理量的正方向是可以任意假设的，在设定基本物理量正方向的前提下，根据网络基本定律及有关算法，去建立并解算方程；其一致性的物理含意是指，对解算出来的物理量这一代数量，与其设定的正方向共同来描述它们在网络中的实际方向、真实物理过程及客观规律。在电网络中，按假设标出物理量的正方向或参考极性是研究网络的一种分析手段，对它们不论怎样假设，其网络存在的唯一解都是唯一的，换言之，这个网络的唯一解是不因物理量正方向或参考极性假设的不同而异的，这就是电网络基本物理量正方向或参考极性的物理意义。

网络中基本物理量的正方向或参考极性及其性质和物理意义这一概念，是网络分析中最首要的一个基本概念，因此，要求读者在学习过程中要通过反复地认识和理解，去牢固地掌握它、熟练地运用它。

## 1-2 计算电压的电压定义引伸法

在电路理论教材中已介绍了电压定义、电压的参考极性及其电压升和电压降等概念。在这里，介绍电压定义的扩充定义，即电压定义的引伸这一新概念，它就是计算网络电压的电压



定义引伸法，以寻求网络中对任意两点间总电压降的简便计算方法。

为研究方便起见，假设电场强度向量为  $\mathbf{E}$  的均匀场域中，存在起点为  $A$ 、终点为  $B$  的两点，场强向量沿路径的积分方向是由  $A$  指向  $B$  的方向，且认为该路径方向与场强向量方向是一致的。又设  $A$  和  $B$  两点间的总电压降为  $U_{AB}$ ，且把这两点间的路径分为  $n$  段，其第  $K$  段上的电压降为  $U_K$ ，这样一来，据电压定义，有

$$U_{AB} = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \sum_{K=1}^n U_K \quad (1-1)$$

式 (1-1) 就是计算网络中任意两点间总电压降的算式，它表明，给定网络中  $A$  和  $B$  两点间总电压降等于该两点间逐段电压降的代数和。式中，左端  $U_{AB}$  的参考极性是从  $A$  点指向  $B$  点的总电压降；右端是把  $A$  点作为计算电压路径的起点， $B$  点作为终点，即计算逐段电压降的路径方向是由  $A$  指向  $B$  的方向。这两点间各段电压  $U_K$  的代数符号的取法是：沿着路径方向，若  $U_K$  是电压降时，则它就取正号；若  $U_K$  是电压升时，则它就取负号。这就是电压定义的扩充定义，也就是电压定义的引伸。运用式 (1-1) 这个算式，直接计算电路中任意两点间的电压的方法，就称为计算网络电压的电压定义引伸法。

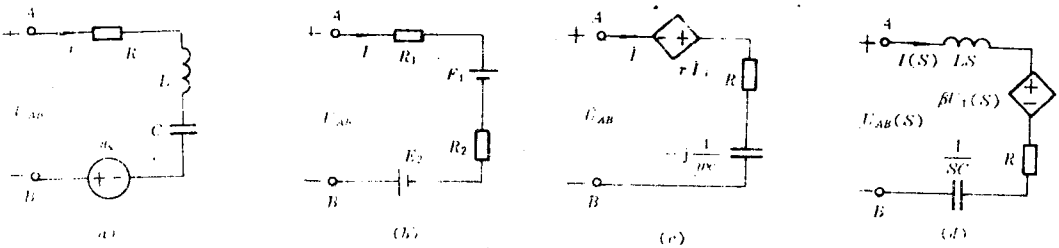


图 1-1 例 1-1 电路

**例 1-1** 试用计算电压的电压定义引伸法，求图 1-1a, b, c, d 所示网络中部分电路的  $A, B$  间的电压表达式。

**解：**据 (1-1) 式，对图 1-1a 所示部分动态电路，瞬时电压

$$u_{AB} = Ri + u_L + u_c - u_s = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt - u_s$$

对图 1-1b 所示部分直流电路，有

$$U_{AB} = (R_1 + R_2) I + E_1 - E_2$$

对图 1-1c 所示部分正弦稳态相量电路，有

$$U_{AB} = RI + U_c - \gamma I_1 = RI - j \frac{1}{\omega C} I - \gamma I_1 = (R - j \frac{1}{\omega C}) I - \gamma I_1$$

对图 1-1d 所示部分复频域电路，有

$$\begin{aligned} U_{AB}(s) &= U_L(s) + \beta U_1(s) + RI(s) + U_c(s) \\ &= LsI(s) + \beta U_1(s) + RI(s) + \frac{1}{sC} I(s) \\ &= (R + Ls + \frac{1}{sC}) I(s) + \beta U_1(s) \end{aligned}$$

### 1-3 功率正方向及电路功率的计算

已知网络中的电功率是由网络元件上电压和其中电流所决定的，既然可规定电流和电压的正方向，当然就可由它们的正方向来派生（引）出功率正方向，以便寻求计算网络功率的简便方法。

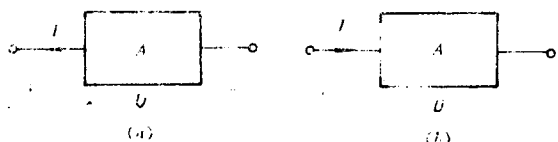


图 1-2 表示电路元件或支路的框图

为了论述方便，以直流电路为例来讨论功率正方向这一新概念。设图 1-2a 和 b 所示框图中的 A 为含有独立或受控电源（包括恒压源或恒流源）或无源元件、支路和部分电路，其端电压  $U$  的参考极性与电流  $I$  的正方向，对图 1-2a 而言，是反向关联（简称  $U, I$  正方向是反向关联，对图 1-2b 而言， $U, I$

正方向是同向关联。若 A 是受控恒压源，则其电压  $U$  这个受控量就受给定电路中有关支路或元件电压或电流的控制。若 A 是受控恒流源，则其电流  $I$  这个受控制量就受给定电路有关支路或元件中的电流或电压的控制。

若 A 元件的  $U, I$  正方向是反向关联时，则规定 A 的功率正方向是发生（供出）功率，且表为

$$P_{A\text{生}} = UI$$

当  $P_{A\text{生}} > 0$  时，表明 A 的功率实际方向与其正方向是一致的，即 A 实际上是发生功率；当  $P_{A\text{生}} < 0$  时，表明 A 的功率实际方向与其正方向是相反的，即 A 实际上是吸收（消耗）功率。

若 A 元件的  $U, I$  正方向是同向关联时，则规定 A 的功率正方向是吸收（消耗）功率，且表为

$$P_{A\text{吸}} = UI$$

当  $P_{A\text{吸}} > 0$  时，表明 A 的功率实际方向与其正方向是一致的，即 A 实际上是吸收功率；当  $P_{A\text{吸}} < 0$  时，表明 A 的功率实际方向与其正方向是相反的，即 A 实际上是发生（供出）功率。

综上所述，网络中的功率正方向与基本物理量（电压、电流等）的正方向一样，也具有任意性和一致性这两个性质。功率正方向的任意性是指 A 框中电流的正方向和其上电压的参考极性都是可任意假设的（有时它们中的一个正方向给定），从而 A 的功率正方向就是任意的了（对于功率正方向或者是发生功率，或者是吸收功率）；功率正方向的一致性是指，按功率正方向列出的功率表达式，经过运算，由其代数量的正、负符号，来确定它的功率实际方向，就是说，由功率正方向概念及其表达式共同来描述和计算 A 框电路实际上是发生还是吸收功率。在此应指出，所提出的网络中功率正方向这一新的概念，不仅在于如何去描述网络的实际状况，而且更重要的是在网络分析中，力求做到有规可循地去计算网络的功率。

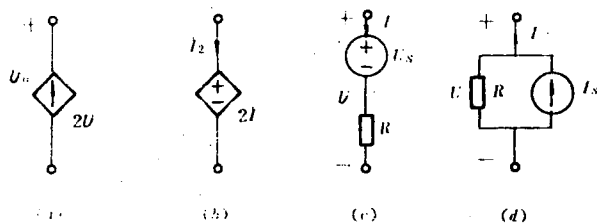


图 1-3 例 1-2 电路元件

例 1-2 试计算图 1-3a, b, c, d 所示电路元件的功率。

解：(1) 在图 1-3a 所示直流电路元件中， $U_o = \frac{8}{3} \text{V}$ ，VCCS 的控制量电压  $U = -\frac{2}{3} \text{V}$ 。因受控恒流源的电流 ( $2U$ ) 正方向与其端电压  $U$  的参考极性是反向关联，故该电流源的功率正方向是发生功率，表成

$$P_{2U\text{生}} = U_o \cdot (2U) = \frac{8}{3} \left(-2 \times \frac{2}{3}\right) = -\frac{32}{9} \text{W} < 0$$

说明该受控电流源的功率实际方向与它的功率正方向是相反的，即它实际上是吸收功率（为  $\frac{32}{9}$  瓦）。

(2) 在图 1-3b 所示正弦稳态相量电路元件中， $I_2 = 4.472 \angle -26.6^\circ \text{A}$ ，CCVS 的控制量电流  $I = 2 \angle 90^\circ \text{A}$ 。因受控恒压源的电压 ( $2I$ ) 参考极性与其中电流  $I_2$  的正方向是同向关联，故该恒压源的功率（有功功率）正方向是吸收功率，表成

$$P_{2I\text{吸}} = (2I) I_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) = 2 \times 2 \times 4.472 \cos(90^\circ + 26.6^\circ) = -8 \text{W} < 0$$

这表明，CCVS ( $2I$ ) 的有功功率的实际方向与其正方向是相反的，即它实际上是发生有功功率（8 瓦）。

同理，CCVS ( $2I$ ) 的无功功率正方向也是吸收功率，表成

$$Q_{2I\text{吸}} = (2I) I_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) = 2 \times 2 \times 4.472 \sin(90^\circ + 26.6^\circ) = 16 \text{乏} > 0$$

这表明，CCVS ( $2I$ ) 的无功功率的实际方向与其正方向是相同的，即它实际上也是吸收无功功率（16 乏）。

(3) 在图 1-3c 所示直流电路元件中， $U = 1 \text{V}$ ， $I = 1 \text{A}$ 。因该元件端电压  $U$  的参考极性与电流的正方向是同向关联，故它的功率正方向是吸收功率，表成

$$P_{U\text{吸}} = UI = 1 \times 1 = 1 \text{W} > 0$$

这表明该元件的功率实际方向与正方向是相同的，即它实际上是吸收功率（1 瓦）。

(4) 在图 1-3d 所示直流电路元件中，端电压  $U = 2 \text{V}$ ，电流  $I = 1 \text{A}$ 。因该元件端电压  $U$  的参考极性与电流  $I$  的正方向是反向关联，故它的功率正方向是发生功率，表成

$$P_{U\text{生}} = UI = 2 \times 1 = 2 \text{W} > 0$$

这表明该元件的功率实际方向与正方向是相同的，即它实际上是发生功率（2瓦）。

## 1-4 理想电源与虚元件

人们在网络分析中发现，一个网络中某条支路往往存在：与独立或受控理想电压源（即，独立恒压源和受控恒压源）相并联的诸元件；与独立或受控理想电流源（即，独立恒流源和受控恒流源）相串联的诸元件。网络中这些诸元件通称为虚元件。在简化电路和网络响应分析中，对这些虚元件应如何处理就是本节所要讨论的问题。已知含有虚元件的网络，虚元件上可能存在控制量，也可能不存在控制量。下面以受控源网络为例就这两种情况来讨论虚元件的处理问题。网络中虚元件的处理方法，当然也适用于仅含有独立电源的网络。

### 一、虚元件上不存在控制量情况

#### 1. 恒压源与虚元件

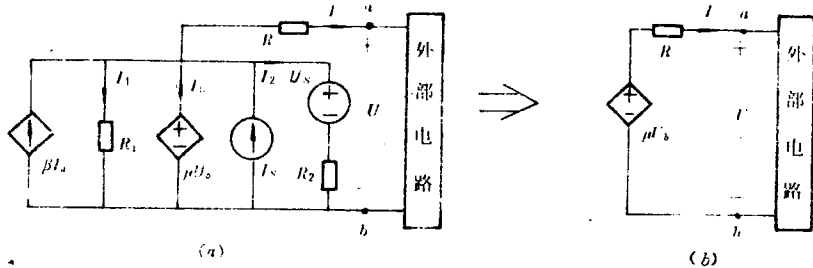


图 1-4 含受控恒压源与虚元件的电路

在图 1-4a 所示直流电路中， $a, b$  左部是含有虚元件的电路，VCVS ( $\mu U_b$ ) (控制量  $U_b$  是外部电路中第  $b$  条支路或元件上的电压) 是受控恒压源，与它并联的电阻  $R_1$ ，独立恒流源  $I_s$ ，独立实际电压源 ( $U_s$  和  $R_2$ ) 及受控恒流源  $\beta I_a$  (控制量  $I_a$  是外部电路中第  $a$  条支路或元件中的电流) 等元件或支路是虚元件。设这些虚元件上不存在控制量、含虚元件部分电路与外部电路联接处的端口电压为  $U$  及电流为  $I$ ，其参考极性和正方向如图所示。据计算电压的电压定义引伸法，端口处的伏安特性方程为

$$U = \mu U_b - RI \quad (1-2)$$

据欧姆定律及 KCL，受控恒压源中电流为

$$\begin{aligned} I_0 &= I_1 + I_2 - I_s - \beta I_a + I = \frac{\mu}{R_1} U_b + \frac{\mu U_b - U_s}{R_2} - I_s - \beta I_a + I \\ &= \mu \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) U_b - \beta I_a - I_s - \frac{U_s}{R_2} + I \end{aligned} \quad (1-3)$$

从 (1-2) 式可见，图 1-4a 所示电路的  $a, b$  处端口伏安关系仅与受控恒压源电压  $\mu U_b$

和电阻  $R$  有关, 而与该受控恒压源并联的诸虚元件上电压和电流无关, 就是说, 这些虚元件对端口处或外部电路的电压和电流均无贡献, 换言之, 在求端口处或外部电路的响应时, 这些虚元件均不起作用。这样一来, 当只研究外部电路的响应时, 就可将与独立或受控恒压源相关联的诸虚元件视为开路, 从而就可把给定电路简化成如图 1-4b 所示电路, 由此电路去解算外部电路的响应。显而易见, 图 1-4a 和 b 两电路, 对外部电路而言是等效的。

但, 从 (1-3) 式可见, 与受控恒压源相并联的诸虚元件上电压或电流却对它的电流  $I_0$  有贡献, 就是说, 这些虚元件的存在只影响或约束着该恒压源中的电流。而外部电路端口处的电流  $I$  只是  $I_0$  的一个分量电流, 这个分量电流是由等效电路所决定的。因此, 欲求该独立或受控恒压源中的电流, 只有在由图 1-4b 所示等效电路计算出端口电流及有关控制量之后, 再返回给定电路去计算之。

## 2. 恒流源与虚元件

在图 1-5a 所示直流电路中,  $a, b$  左部是含有虚元件的电路, CCCS ( $\beta I_b$ ) 是受控恒流源 (控制量  $I_b$  是外部电路中第  $b$  条支路或元件的电流), 与它相串联的电阻  $R_1$ 、独立恒压源  $U_s$ 、独立实际电流源 ( $I_s$  和  $R_2$ ) 及受控恒压源  $\gamma I_a$  (控制量  $I_a$  是外部电路中第  $a$  条支路或元件中的电流) 等元件或支路是虚联元件。设在这些虚元件上不存在控制量、含虚元件部分电路与外部电路联接处的端口电压为  $U$  及电流为  $I$ , 其参考极性和正方向如图所示。据 KCL, 端口处的伏安特性方程为

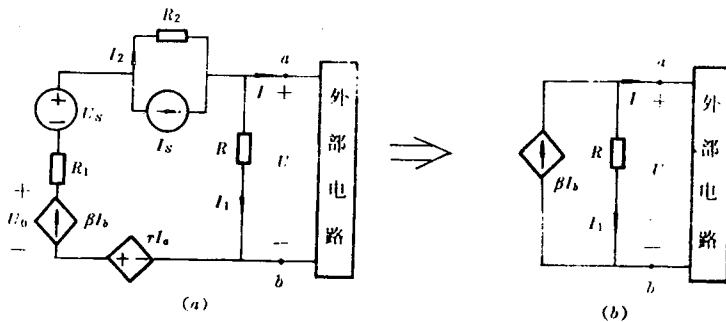


图 1-5 含受控恒流源与虚元件的电路

$$I = \beta I_b - I_1 = \beta I_b - \frac{U}{R} \quad (1-4)$$

据计算电压的电压定义引伸法, 受控恒流源上的电压为

$$\begin{aligned} U_0 &= R_1 \beta I_b - U_s + R_2 I_2 + U - \gamma I_a \\ &= R_1 \beta I_b - U_s + R_2 (\beta I_b - I_1) + U - \gamma I_a \\ &= (R_1 + R_2) \beta I_b - \gamma I_a - U_s - R_2 I_1 + U \end{aligned} \quad (1-5)$$

从 (1-4) 式可见, 图 1-5a 所示电路的  $a, b$  处端口的伏安关系仅与受控恒流源的电流  $\beta I_b$  和电阻  $R$  有关, 而与该受控恒流源相串联的诸虚元件上电压和电流无关, 就是说, 这些虚元件对端口处或外部电路的电压和电流均无贡献, 换言之, 在求端口处或外部电路的响应时,

这些虚元件均不起作用。这样一来，当只研究外部电路的响应时，就可将与独立或受控恒流源相串联的诸虚元件视为短路，从而就可把给定电路简化成如图 1-5b 所示电路，由此电路去解算外部电路的响应。显而易见，图 1-5a 和 b 两电路，对外部电路而言是等效的。

但，从 (1-5) 式可见，与受控恒流源相串联的诸虚元件中电流和电压却对它的端电压  $U_0$  有贡献，就是说，这些虚元件的存在只影响或约束着该恒流源的端电压。而外部电路端口处的电压  $U$  只是  $U_0$  的一个分量电压，这个分量电压是由等效电路所决定的。因此，欲求该独立或受控恒流源的端电压，只有在从图 1-5b 所示等效电路计算出端口电压及有关控制量之后，再返回给定电路去计算之。

## 二、虚元件上存在控制量情况

### 1. 恒压源与虚元件

在图 1-6a 所示直流电路中，与受控恒压源相并联的诸虚元件电阻  $R_1$  支路中电流  $I_1$  和独立实际电压源内阻  $R_2$  上电压  $U_2$  均是控制量，它们控制的受控量是处在外部电路中，如图所示。

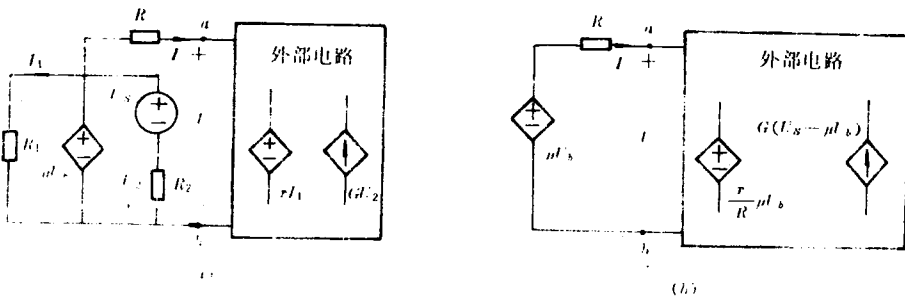


图 1-6 含受控恒压源与虚元件的电路

明显可见，在网络虚元件上存在控制量的情况下，应当先变换控制量，后将虚元件断开。若不进行控制量变换，就直接断开虚元件，则在外部电路中的不同端口和虚元件上控制量相耦合的受控量，就无法记忆它们之间的线性约束关系，从而给定电路就难以分析了。这里所说变换控制量的含意是，将虚元件上的控制量用有关已知量和与虚元件相并联的受控恒压源的电压来表征，换言之，实质上就是用该受控恒压源的控制量去表征虚元件上的控制量。这样一来，根据上述控制量变换原则，对图 1-6a 所示电路，由欧姆定律，电阻  $R_1$  这个虚元件中的控制量电流

$$I_1 = \frac{\mu}{R_1} U_s$$

由计算电压的电压定义引伸法，独立实际电压源内阻  $R_2$  这个虚元件上的控制量电压

$$U_2 = U_s - \mu U_s$$

至此，在外部电路中的受控电压源的电压和受控电流源的电流分别变换为

$$\gamma I_1 = \frac{\gamma}{R_1} \mu U_b, \quad GU_2 = G(U_b - \mu U_b)$$

在给定网络中，与受控恒压源相并联的诸虚元件上的控制量经过如上变换之后，才可把这些虚元件视为断开。对外部电路而言，与图 1-6a 电路相等效的电路，如图 1-6b 电路所示。

## 2. 恒流源与虚元件

在图 1-7a 所示直流电路中，与受控恒流源相串联的诸虚元件，电阻  $R_1$  上电压  $U_1$  和独

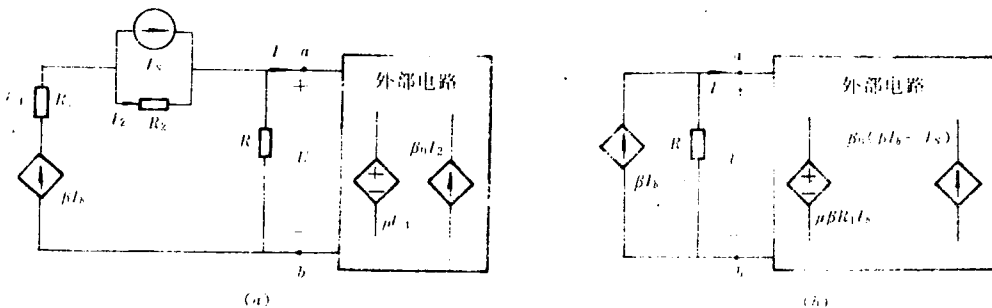


图 1-7 含受控恒流源与虚元件的电路

立实际电流源的内阻  $R_2$  中电流  $I_2$  均是控制量，它们控制的受控量是处在外部电路中，如图示意，如同前述分析，此情况下应先变换控制量，后再把诸虚元件视为短接。这里所说变换控制量的实质就是用该受控恒流源的控制量去表征诸虚元件上的控制量。

这样一来，对图 1-7a 所示电路，由欧姆定律，电阻  $R_1$  这个虚元件上的控制量电压

$$U_1 = \beta R_1 I_b$$

由 KCL，独立实际电流源内阻  $R_2$  这个虚元件中的控制量电流

$$I_2 = \beta I_b - I$$

至此，在外部电路中的受控电压源的电压和受控电流源的电流，则变换为

$$\mu U_1 = \mu \beta R_1 I_b, \quad \beta_0 I_2 = \beta_0 (\beta I_b - I)$$

在给定网络中，与受控恒流源相串联的诸虚元件上的控制量经过如上变换之后，才可把这些虚元件视为短接，如图 1-7b 所示。显见，对外部电路而言，图 1-7a 和 b 所示两电路是等效的。

在含有虚元件的网络分析中，对虚元件的处理和解算方法，请见后面有关例题。

## 1-5 解算网络的两基法

在现代网络分析中，人们往往只是注意了一些常规算法（如回路电流法、节点电压法、代维南定理等），而忽视了解算网络的最基本的分析方法，这就是本专题提出的解算网络的两基

法。这种方法主要是根据电网络中物理量正方向、电压定义的扩充定义、功率正方向及其计算、网络中虚元件的处理等基本概念，及电网络中的欧姆定律，KCL，KVL 等基本定律，并且综合和灵活运用这些基本概念和基本定律，去解算网络响应的方法就称为基本概念和基本定律的联合运用法，简称解算网络的两基法。这种分析方法不仅是解算简单电路的最基本的最有效的分析方法，而且还是在解算复杂电路时不可缺少的必须运用的一种方法。另外，本专题所以明确提出这种分析方法，更重要的还是在于，通过这种方法进行网络响应分析和解题训练，不仅能使学生对网络中的一些主要基本概念和基本定律加深认识和理解，为牢固地掌握这些基本概念和定律奠定基础，而且经过对这些基本概念和定律的综合训练和灵活运用，还能增强培养学生的分析、解决和计算问题的能力。

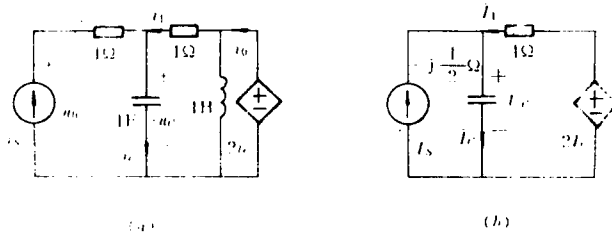


图 1-8 例 1-3 电路

**例 1-3** 在图 1-8a 所示正弦稳态电路中，已知  $u_c = \sin 2t$  伏，试用解算网络的两基法求  $i_c$  表达式、电路中各电源的有功功率及所有电阻总耗的有功功率。

**解：**在给定电路中，与独立恒流源  $i_s$  相串联的欧姆电阻元件、与受控恒压源  $2i_c$  相并联的 1 亨利电感元件均是虚元件，根据理想电源与虚元件的处理概念（即消掉虚元件概念），将与  $i_s$  相串联的电阻短接，将与  $2i_c$  相并联的电感元件开路，消掉这两个虚元件之后的相量模型等效电路如图 1-8b 所示。对此电路，由欧姆定律，得

$$I_c = -\frac{U_c}{j0.5} = -\frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{j} = j\sqrt{2} = \sqrt{2} \angle 90^\circ \text{A}$$

$$I_1 = \frac{2I_c - U_c}{1} = j2\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} = -0.707 + j2.828 = 2.915 \angle 104^\circ \text{A}$$

由 KCL，便得

$$I_s = I_c - I_1 = j1.414 + 0.707 - j2.828 = 0.707 - j1.414 = 1.581 \angle -63.4^\circ \text{A}$$

$$\text{所以 } i_s = 1.581 \sqrt{2} \sin(2t - 63.4^\circ) \text{ A}$$

之后，为求给定电路中独立恒流源的端电压相量  $U_s$  及受控恒压源中的电流相量  $I_o$ ，再返回给定电路，由 KCL，得

$$I_o = I_1 + \frac{2I_c}{j2} = -0.707 + j2.828 + \sqrt{2} = 0.707 + j2.828 = 2.915 \angle 76^\circ \text{A}$$

由电压定义的扩充定义，得



$$U_0 = 1 \times I_c + U_c = 0.707 + \frac{1}{\sqrt{2}} - j1.414 = 1.414(1-j) = 2 \angle -45^\circ \text{A}$$

至此, 据功率正方向概念, 由于独立电流源的电流  $I_c$  正方向与其电压  $U_c$  的参考极性是反向关联, 故它的功率正方向是发生有功功率, 表为

$$P_{I_c} = U_0 I_c \cos(\varphi_0 - \varphi_c) = 2 \times 1.581 \cos(-45^\circ + 63.4^\circ) = 3\text{W}$$

又由于受控电压源的电压  $2I_c$  的参考极性与其中电流  $I_0$  的正方向也是反向关联, 故它的功率正方向是发生有功功率, 表为

$$P_{2I_c} = 2I_c I_0 \cos(\varphi_c - \varphi_0) = 2 \times 2.915 \times 1.414 \cos(90^\circ - 76^\circ) = 8\text{W}$$

而给定电路所有电阻总共消耗有功功率为

$$P_{R_{\text{吸}}} = 1 \times I_c^2 + 1 \times I_0^2 = 1.581^2 + 2.915^2 = 11\text{W}$$

**例 1-4** 在图 1-9a 所示直流电路中, 各参数已给出, 试求  $U$ 、各控制量及独立电压源 (2V)、受控电压源 ( $4I$ ) 和电流源 ( $3I$ ) 的功率。

**解:** 在图 1-9a 所示直流电路中, 与受控恒压源 ( $4I$ ) 相并联的电阻  $R_2$ 、与受控恒流源 ( $3I$ ) 相串联的电阻  $R_1$  元件是虚元件, 且在这两个虚元件上存在着控制量电流  $I_2$  和电压  $U_1$ 。根据理想电源与虚元件的处理概念, 应先变换控制量, 后消掉虚元件。为此, 用外部电路中的电流  $I$  来表达虚元件上的控制量, 由欧姆定律, 有

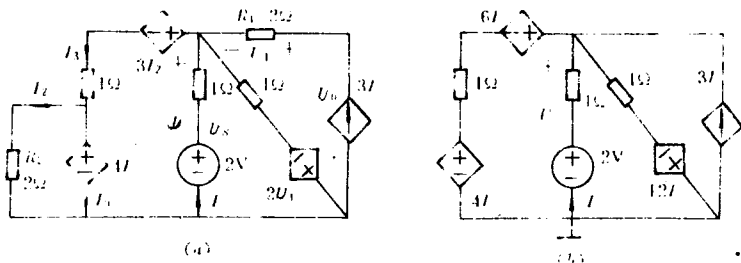


图 1-9 例 1-4 电路

$$3I_2 = 3 \left( \frac{4I}{2} \right) = 6I, \quad 2U_1 = 2(2 \times 3I) = 12I$$

对求给定网络电压  $U$  而言, 可消掉这两个虚元件, 其等效电路如图 1-9b 所示, 对此电路, 运用节点电压法, 有

$$\begin{aligned} (1+1+1)U &= 10I + 2 + 3I - 12I \\ 3U - I &= 2 \end{aligned} \quad (1-6)$$

再增列控制量  $I$  与待求量  $U$  的约束方程, 由电压定义的引伸法, 得