

21世纪高等师范院校教材

大学物理学

DAXUE WULIXUE

下册

陕西师范大学出版社

21 世纪高等师范院校教材

大学物理学

下 册

主 编 范中和
编写人员 范中和 李树华 卢永智 鲍善惠
王 元 陈 玲 黄晓峰 隋 峰

陕西师范大学出版社

图书代号:JC6N0001

大学物理学 下册

主编 范中和

责任编辑 金顺成
责任校对 金顺成
视觉设计 吉人设计
出版发行 陕西师范大学出版社
社 址 西安市陕西师大 120 信箱(邮政编码:710062)
网 址 <http://www.snuph.com>
经 销 新华书店
印 刷 陕西师范大学印刷厂
开 本 787×960 1/16
印 张 21
插 页 2
字 数 332 千
版 次 2006 年 3 月第 1 版
印 次 2006 年 3 月第 1 次
书 号 ISBN 7-5613-1576-7/G·1133
定 价 56.00 元(上、下册),本册 28.00 元

开户行:光大银行西安电子城支行 账号:0303080-00304001602

读者购书、书店添货或发现印刷装订问题,请与本社营销中心联系、调换。

电 话:(029)85251046(传真) 85233753 85307864

E-mail:if-centre@snuph.com

目 录

第 11 章 静电场	(1)
§ 11 - 1 电荷 库仑定律	(1)
§ 11 - 2 电场强度	(4)
§ 11 - 3 静电场中的高斯定理	(12)
§ 11 - 4 静电场的环路定理	(20)
§ 11 - 5 电势	(22)
§ 11 - 6 电场强度与电势梯度	(26)
思考题	(28)
习题	(31)
第 12 章 静电场中的导体和电介质	(36)
§ 12 - 1 静电场中的导体	(36)
§ 12 - 2 电容器的电容	(41)
§ 12 - 3 静电场中的电介质	(45)
§ 12 - 4 静电场的能量	(50)
思考题	(53)
习题	(54)
第 13 章 稳恒磁场	(58)
§ 13 - 1 恒定电流的基本概念	(58)
§ 13 - 2 磁场 磁感强度	(61)
§ 13 - 3 毕奥 - 萨伐尔定律	(63)
§ 13 - 4 磁场的高斯定理	(68)
§ 13 - 5 磁场的安培环路定理	(70)
§ 13 - 6 磁场对运动电荷的作用	(75)
§ 13 - 7 磁场对截流导线的作用	(81)
§ 13 - 8 磁介质中的磁场	(85)

思考题	(90)
习题	(91)
第 14 章 电磁感应	(96)
§ 14 - 1 电源及其电动势	(96)
§ 14 - 2 电磁感应定律	(99)
§ 14 - 3 动生电动势和感生电动势	(102)
§ 14 - 4 自感和互感	(110)
§ 14 - 5 磁场的能量	(115)
思考题	(117)
习题	(119)
第 15 章 麦克斯韦方程组和电磁波	(122)
§ 15 - 1 位移电流	(123)
§ 15 - 2 麦克斯韦方程组	(127)
§ 15 - 3 电磁振荡	(130)
§ 15 - 4 电磁波	(133)
思考题	(140)
习题	(140)
第 16 章 波动光学	(143)
§ 16 - 1 光的电磁理论	(144)
§ 16 - 2 光波的相干叠加	(146)
§ 16 - 3 分波阵面干涉	(150)
§ 16 - 4 分振幅干涉	(157)
§ 16 - 5 迈克尔孙干涉仪	(167)
§ 16 - 6 光的衍射	(169)
§ 16 - 7 夫琅禾费衍射	(171)
§ 16 - 8 衍射光栅	(178)
§ 16 - 9 X 射线的衍射	(183)
§ 16 - 10 光的偏振	(185)
思考题	(188)
习题	(191)
第 17 章 相对论基础	(196)
§ 17 - 1 狭义相对论产生的科学背景	(196)
§ 17 - 2 狭义相对论基本原理 洛伦兹变换	(201)

§ 17-3 狭义相对论的时空观	(208)
§ 17-4 狭义相对论质量、动量和能量	(215)
§ 17-5 广义相对论简介	(224)
思考题	(227)
习题	(228)
第 18 章 量子物理基础	(231)
§ 18-1 量子概念的诞生	(232)
§ 18-2 光的波粒二象性	(239)
§ 18-3 氢原子的玻尔理论	(249)
§ 18-4 实物粒子的波粒二象性	(257)
§ 18-5 不确定关系	(264)
§ 18-6 波函数	(270)
§ 18-7 薛定谔方程及其应用	(273)
§ 18-8 氢原子理论简介	(285)
§ 18-9 多电子原子中的电子分布	(291)
§ 18-10 激光	(295)
§ 18-11 超导电性	(301)
思考题	(308)
习题	(311)
问题与探究(二)	(314)
习题答案	(319)

第 11 章 静电场

电磁运动是物质的又一种基本运动形式. 电磁相互作用是自然界已知的四种基本相互作用之一, 也是人们认识得比较深入的一种相互作用. 在日常生活和生产活动中, 在对物质结构深入认识的过程中, 都要涉及电磁运动. 因此, 理解和掌握电磁运动的基本规律, 在理论和实践上都有极其重要的意义.

一般来说, 运动电荷将同时激发电场和磁场, 电场和磁场是相互关联的. 但是, 在某种情况下, 例如, 当我们所研究的电荷相对某一参考系静止时, 电荷在这个静止参考系中就只激发电场, 而无磁场. 这个电场就是本章所要讨论的静电场.

为了便于了解和掌握电磁运动的规律, 我们先讨论电磁运动中最简单的情况——真空中相对于观察者静止的电荷在其周围所激发的电场(静电场)的性质. 从静电场的三条基本的实验规律: 电荷守恒定律, 库仑定律和电场力的叠加原理出发, 从电荷在静电场中受力和电场力对电荷做功两个方面, 引入电场强度和电势这两个描述电场性质的基本物理量, 最后讨论电场强度和电势两者之间的关系.

§ 11-1 电荷 库仑定律

电荷是电学中一个最基本的概念. 现今人们认识到电荷的特点是: (1) 自然界中只存在两种性质不同的电荷, 称为正电荷和负电荷; (2) 电荷是量子化的; (3) 存在一种“电荷对称性”, 即对于每种带正电的粒子必须存在与之对应的、带等量负电荷的另一种粒子; (4) 电荷守恒.

一、电荷的量子化

人们经过长期的实验探索已经知道, 物质由分子和原子组成, 原子又由一个原子核和一定数量绕核运动的电子组成, 而原子核一般都是由带正电的质子和不带电的中子组成. 在正常情况下, 核内所带正电的总和等于核外电子所带负电的总和, 所以物体呈现电中性. 但在一定条件下, 比如不同材料的相互摩擦, 会破坏物体的电中性状态, 使一物体失去电子而带上正电, 另一物体获得电子而带上负电, 这时我们说物体带了电荷. 物体所带电荷的总量叫做电量, 常用 Q 或 q 表示, 其单位为库仑(C).

密立根油滴实验和无数其他的实验表明,在自然界中,任何带电体的电量都只能是某一基本电荷 e 的整数倍: $q = ne$, 即 n 只能取正整数. 显然,如果带电体的电量发生变化,它也只能按电子电量的整数倍变化,而不能任意变化,电荷的这一特点称为电荷的量子化. 这个基本电荷就是一个电子所带的电量,叫做电子电量,记作 $-e$. 质子的电量与电子电量等值异号,所以是 $+e$. 1998 年,国际计量委员会的推荐值为

$$e = 1.602176462 \times 10^{-19} \text{C}$$

计算中,常取近似值 $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$.

近代物理从理论上预言有一种电量为 $\pm \frac{1}{3}e$ 或 $\pm \frac{2}{3}e$ 的基本粒子(称为夸克)存在,并认为质子和中子等许多粒子是由夸克组成. 但迄今为止的研究表明,夸克具有“渐近自由”性质,或称“夸克禁闭”(quark confinement). 即使发现了带分数电荷的粒子,也不破坏电荷的量子性,仅仅是将现在所能测到的最小的一份电量变得更小而已.

二、电荷守恒定律

两种材料的物体互相摩擦后之所以会带电,是因为通过摩擦,每个物体中都有一些电子获得能量脱离了原子束缚而转移到另一个物体上去. 但是,不同材料的物体彼此向对方转移的电子数目往往不相等,所以从总体上讲,一个物体失去了电子而带正电,另一个物体得到了电子而带负电,这就是摩擦起电现象. 当我们把带负电的物体移近导体时,导体中的自由电子在负电荷的排斥力作用下向远离带电体一端移动,结果导体的这一端因电子过少而带正电,另一端则因电子过多而带负电,这就是静电感应现象. 由此可见,摩擦起电和静电感应现象中的起电过程,都是电荷从一个物体转移到另一个物体,或从物体的一部分转移到另一部分的过程.

大量的事实表明:电荷既不能被创造,也不能被消灭,只能从一个物体转移到另一个物体,或从物体的一部分转移到另一部分. 也就是说,在一个与外界没有电荷交换的系统内,正负电荷的代数和在任何物理过程中都保持不变,这称为电荷守恒定律.

近代科学实验证明,电荷守恒定律不仅在一切宏观过程中成立,而且被一切微观过程(例如核反应和基本粒子过程)所普遍遵守. 电荷是在一切相互作用下都守恒的一个守恒量,电荷守恒定律是自然界中普遍的基本定律之一.

三、库仑定律

1875 年,法国科学家库仑通过实验,总结出两个静止点电荷之间的相互作用

用的定量规律——库仑定律. 这里, 点电荷概念是一个理想模型, 当带电体的大小和带电体间的距离相比小很多时, 我们把这样的带电体看作是点电荷. 点电荷与力学中的质点相似, 是从实际的带电体中抽象出来的, 只具有相对的意义, 它本身不一定是很小的带电体. 对于不能当作点电荷处理的带电体, 我们可以把它当作多个点电荷所组成的体系来处理.

库仑定律的内容是: 在真空中, 两个静止的点电荷之间的相互作用力的大小与两电荷电量的乘积成正比, 与两电荷之间距离的平方成反比; 作用力的方向沿着两电荷的连线, 同号电荷相斥, 异号电荷相吸.

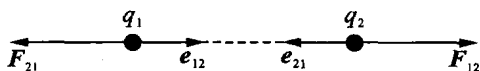


图 11-1 库仑定律

如图 11-1 所示, e_{12} 表示从点电荷 q_1 指向点电荷 q_2 的单位矢量, 用 r 表示两电荷之间的距离, 于是, q_1 对 q_2 的作用力为

$$F_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_{12} \quad (11-1)$$

式中 ϵ_0 是真空电容率, 1998 年, 国际科技数据委员会推荐的最新值为

$$\epsilon_0 = 8.854187817 \times 10^{-12} \text{F} \cdot \text{m}^{-1}$$

计算中, 常取近似值 $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{F} \cdot \text{m}^{-1}$.

当 q_1 与 q_2 同号时, 两者乘积为正, F_{12} 与 e_{12} 方向相同, 这是斥力; 当 q_1 与 q_2 异号时, 两者乘积为负, F_{12} 与 e_{12} 反向, 这是引力. 静止点电荷之间的作用力又称库仑力. 同理, q_2 对 q_1 的作用力为

$$F_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_{21} \quad (11-2)$$

显然

$$F_{12} = -F_{21}$$

此表明, 两个静止点电荷之间的库仑力遵守牛顿第三定律.

四、电场力的叠加

库仑定律只讨论两个点电荷间的作用力, 当考虑两个以上的静止点电荷的作用时, 还需要另一个实验事实: 两个点电荷之间的作用力并不因第三个点电荷的存在而有所改变. 因此, 两个以上的点电荷对一个点电荷的作用力, 等于各个点电荷单独存在时对该点电荷作用力的矢量和. 这个结论称为电场力的叠加原理. 设有 n 个静止的点电荷 q_1, q_2, \dots, q_n , 以 F_1, F_2, \dots, F_n 分别表示它们单独存在时对另一个静止的点电荷 q 的作用力, 则由电场力的叠加原理可知, q 受到

的总电场力应为

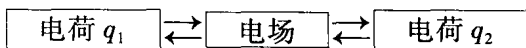
$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \cdots + \boldsymbol{F}_n = \sum_{i=1}^n \boldsymbol{F}_i \quad (11-3)$$

§ 11-2 电场强度

一、静电场

库仑定律揭示了电荷之间相互作用的规律,提供了定量计算静电力的基本方法.但是,并没有告诉我们电荷之间的相互作用是怎样传递的.力学中我们熟知的摩擦力、弹力都是接触力,但两个电荷间有力的作用,而又没有直接接触,那么,电荷之间存在的静电力是如何传递的呢?

既然电荷 q_1 处在 q_2 周围任一点都要受静电力的作用,说明 q_2 周围整个空间存在着一种特殊的物质,它虽然不像实物那样由电子、质子和中子构成,但确实是一种客观实在;同样,电荷 q_1 在周围空间也存在这种特殊的物质,所以它们的作用才是相互的.我们把电荷周围存在的这种特殊的物质叫做电荷所激发的电场.因此,可以把电荷之间的相互作用过程归结为:电荷在周围空间激发电场,电场对位于其中的电荷施以作用力.若将两个电荷间的相互作用概括为一个图式,即为



可见,两个电荷之间的静电力实际上是每个电荷的电场作用在另一个电荷上的电场力.

近代物理的理论和实验都证明,场的观点是正确的,变化的电磁场是以有限速度(光速)传播的,并且可以脱离场源而独立存在.电磁场与实物一样也具有能量、质量和动量.场是物质存在的一种形式,它既具有实物的一些基本属性,但与分子、原子等实物相比,也有其特殊之处,分子和原子等实物不具有空间叠加性,而场则具有空间叠加性,所以,我们称场为特殊的物质.

相对于观察者静止的电荷所激发的电场叫做静电场.从静电场的对外表现来看,它主要有以下几个方面的特性:

- (1) 电场对处在其中的电荷具有作用力;
- (2) 电场对在其中运动的电荷做功;
- (3) 电场对置于其中的导体和电介质将产生影响.

二、电场强度

对于电场来说,既看不见又摸不着,我们如何描述电场本身的物理性质呢?很显然,必须从电场所表现出的外在特性方面来描述电场.

为了研究电场中各点的性质,引入试验电荷 q_0 ,它应满足两个条件:(1)它的电量必须足够小,以保证由于它的置入不引起原有电荷的重新分布;(2)它的线度必须小到可以被看作点电荷,以便确定电场中每点的性质.

实验表明,将试验电荷引入电场中后,它在不同位置上所受作用力 F 的大小和方向一般是不同的,并且 F 的大小与试验电荷的电量 q_0 成正比, F 的方向与试验电荷 q_0 的符号有关.但是 F 与 q_0 的比值 $\frac{F}{q_0}$,无论其大小和方向都与 q_0 无关,只与 q_0 所在处的电场状况有关.也就是说,在电场中某一确定点,试验电荷 q_0 所受的电场力与其电量的比值 $\frac{F}{q_0}$,反映了电场本身在该点的物理性质,而与所选的试验电荷无关.对于电场中的不同点,这一比值 $\frac{F}{q_0}$ 一般不同,恰恰反映了电场固有属性的空间分布状况.因此,可以用比值 $\frac{F}{q_0}$ 来描述电场的性质,比值

$\frac{F}{q_0}$ 就称为电场强度,简称场强,用 E 表示.

即

$$E = \frac{F}{q_0} \quad (11-4)$$

电场中某处的电场强度是一个矢量,其大小等于单位电荷在该处所受到的电场力的大小,其方向与正电荷在该处所受到的电场力的方向一致.

在国际单位制中,电场强度的单位是牛顿/库仑(N/C),或伏特每米(V/m),而且 V/m 较 N/C 使用更普遍.

在已知电场强度分布的电场中,电荷 q 在电场中某处所受的电场力 F ,可由式(11-4)给出

$$F = qE$$

三、点电荷电场的电场强度

由库仑定律和电场强度的定义,可求得真空中点电荷周围某处的电场强度.

以 Q 所在位置为原点,在距离为 r 的场点 P ,放置一试验电荷 q_0 ,根据库仑定律, q_0 受到的电场力

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq_0}{r^2} e_r$$

由电场强度的定义,可得点电荷的场强公式

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r \quad (11-5)$$

式中 e_r 为场点 P 相对于场源 Q 的单位矢量. 由上式可见, 点电荷电场有两个显著特点: (1) r 相同的点, 即在同一球面上的各点, E 的大小相等; (2) 各点场强的方向均沿径向: 对于正电荷 ($Q > 0$), E 与 r 方向相同, E 沿径向外指; 对于负电荷 ($Q < 0$), E 与 r 方向相反, E 沿径向指向球心, 如图 11-2 所示. 可见点电荷电场具有球对称性.

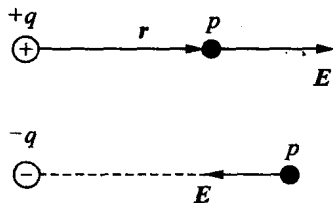


图 11-2 点电荷的电场

四、场强叠加原理

在多个点电荷激发的电场中, 如何求场强呢? 根据力的叠加原理, 在 n 个点电荷的电场中, 试验电荷受到各个点电荷对它的作用力为

$$F = F_1 + F_2 + \cdots + F_n = \sum_{i=1}^n F_i$$

根据场强的定义, 若 n 个点电荷分别为 q_1, q_2, \cdots, q_n , 则

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{q_0} \sum_{i=1}^n F_i = \sum_{i=1}^n E_i$$

式中 $\frac{F_i}{q_0} = E_i$ 是第 i 个点电荷单独存在时, 在该点产生的场强. 上式可写为

$$E = \sum_{i=1}^n E_i \quad (11-6)$$

由此可见, 在多个点电荷所产生的电场中, 某点的总场强等于各个点电荷单独存在时在该点产生的场强的矢量和, 此称为场强叠加原理.

在某些问题中, 可以把电荷看成是连续分布在带电体上. 对于连续带电体, 怎样应用场强叠加原理求其场强分布呢? 如图 11-3 所示, 将带电体分割成无穷多微小的带电元, 任意体积元 dV 所带的电量为 dq , dq 称为电荷元. 将每个电荷元 dq 看作一个点电荷, 则由式(11-5)可得电荷元 dq 在场点 P 所产生电场的场强为

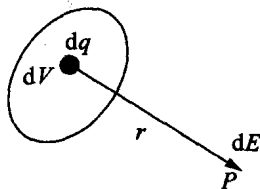


图 11-3 电荷元的场强

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r$$

式中 r 是从电荷元 dq 到场点 P 的距离, e_r 是 r 方向的单位矢量. 根据场强叠加原理(11-6)式可得 P 点的总场强

$$\mathbf{E} = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r$$

对于电荷连续分布的带电体 $dq = \rho dV$, ρ 为电荷体密度, dV 为电荷元 dq 的体积元. 对于电荷连续分布的带电面 $dq = \sigma dS$, σ 为电荷面密度, dS 为电荷元 dq 的面积元. 对于电荷连续分布的带电线 $dq = \lambda dL$, λ 为电荷线密度, dL 为电荷元 dq 的线元.

五、场强的计算

根据场强叠加原理, 具体计算多个点电荷体系或电荷连续分布的带电体场强时, 各个点电荷或电荷元在场点产生的场强 E_i 或 dE 的大小和方向一般不同, 不便于进行矢量加法或矢量积分运算. 在处理具体问题时, 先选取适当的坐标系, 将 E_i 或 dE 分解为各个坐标分量, 以便将矢量运算变为简单的标量运算, 求出总场强的各坐标分量, 然后再求总场强 E . 在三维直角坐标系 $Oxyz$ 中, 对多个点电荷体系, 电场强度可表示为

$$\mathbf{E} = E_x \mathbf{i} + E_y \mathbf{j} + E_z \mathbf{k}$$

$$E_x = \sum E_{ix}, E_y = \sum E_{iy}, E_z = \sum E_{iz}$$

对于连续分布的带电体, 有

$$E_x = \int dE_x, E_y = \int dE_y, E_z = \int dE_z$$

这实际上是场强叠加原理的分量表示形式. 在有些问题中, 电荷的分布具有某种对称性, 这种对称性将影响场强的分布, 往往使场强在某些方向互相抵消. 于是, 可根据对称性直接判断在这些方向场强分量为零, 从而减少不必要的计算.

例 11-1 求电偶极子的延长线和中垂线上的场强. 一对等量异号, 相距为 l 的点电荷, 当从两点电荷连线的中点到场点的距离 r 远大于 l 时, 这样的二点电荷体系叫做电偶极子.

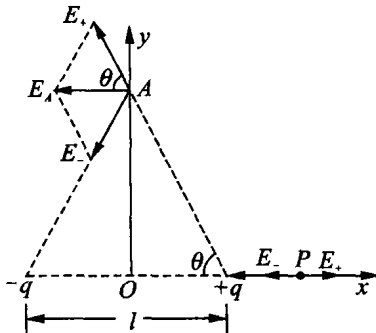


图 11-4 电偶极子的场强

解 如图 11-4 所示,取电偶极子中点为原点 O ,沿极轴延长线为 Ox 轴,建立坐标系 (Oxy).

(1)电偶极子延长线上的场强:场点 P 在 Ox 轴上.根据点电荷的场强公式,正、负点电荷在 P 点的场强分别用 E_+ 和 E_- 表示,则

$$E_+ = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\left(x - \frac{l}{2}\right)^2}$$

$$E_- = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0\left(x + \frac{l}{2}\right)^2}$$

$$E_p = E_+ + E_- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(x + \frac{l}{2}\right)^2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2xl}{\left(x^2 - \frac{l^2}{4}\right)^2}$$

当 $x \gg l$ 时, $x^2 - \frac{l^2}{4} \approx x^2$. 于是

$$E_p = \frac{ql}{2\pi\epsilon_0 x^3}$$

引入一个物理量 $p = ql$,叫做电偶极矩, p 的方向由 $-q$ 指向 $+q$,则电偶极子在延长线上的场强可表示为

$$E_p = \frac{p}{2\pi\epsilon_0 x^3} \quad (11-8)$$

(2)电偶极子中垂线上的场强:如图 11-4 所示,中垂线上任一点 A 到原点的距离为 r ,电荷 $+q$ 和 $-q$ 在 A 点的场强大小相等,即

$$E_+ = E_- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)}$$

A 点场强的分量大小为

$$\begin{cases} E_x = E_{+x} + E_{-x} = 2E_+ \cos\theta \\ E_y = E_{+y} + E_{-y} = 0 \end{cases}$$

其中

$$\cos\theta = \frac{\frac{l}{2}}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

则 A 点的场强大小为

$$E_A = 2E_+ \cos\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

当 $r \gg l$ 时, $r^2 + \frac{l^2}{4} \approx r^2$, 于是电偶极子中垂线上任一点 A 的场强可表示为

$$E_A = -\frac{ql}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{i} = -\frac{\mathbf{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (11-9)$$

例 11-2 设均匀带电圆环带电量为 q , 半径为 R , 求圆环轴线上一点 P 的电场强度.

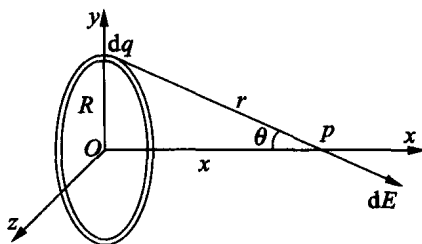


图 11-5 圆环轴线上的场强

解 设圆环在如图 11-5 所示的 yz 平面上, 坐标原点与环心相重合, 点 P 与环心 O 的距离为 x . 由题意知圆环上的电荷是均匀分布的, 故其电荷线密度 λ 为一常量, 且 $\lambda = \frac{q}{2\pi R}$, 在环上取线段元 dl , 其电荷元 $dq = \lambda dl$. 此电荷元对 P 处激起的电场强度为

$$d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2} \mathbf{e}_r$$

由于电荷分布的对称性, 圆环上各电荷元对点 P 处激起的电场强度 $d\mathbf{E}$ 的分布也具有对称性. 由图可见, $d\mathbf{E}$ 在垂直于 x 轴方向上的分量 dE_{\perp} 将相互抵消, 即 $\int dE_{\perp} = 0$; 但 $d\mathbf{E}$ 沿 x 轴的分量 dE_x 由于都具有相同的方向而互相增强. 由图可知, $d\mathbf{E}$ 沿 x 轴的分量 $dE_x = dE \cos\theta$. 对这些分量求积分, 有

$$E = \int_l dE_x = \int_l dE \cos\theta$$

因为

$$dE \cos\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2} \frac{x}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda x}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} dl$$

于是

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda x}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \int_0^{2\pi R} dl$$

则

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qx}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

上式表明,均匀带电圆环对轴线上任意点处的电场强度,是该点距环心 O 的距离 x 的函数,即 $E = E(x)$. 下面对几个特殊点处的情况作一讨论.

(1) 若 $x \gg R$, 则 $(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}} \approx x^3$, 这时有

$$E \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{x^2}$$

即在远离圆环的地方,可以把带电圆环看成为点电荷. 这正与我们在前面对点电荷的论述相一致.

(2) 若 $x \approx 0$, $E \approx 0$, 这表明环心处的电场强度为零.

(3) 由 $\frac{dE}{dx} = 0$ 可求得电场强度极大的位置, 故有

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qx}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \right] = 0$$

得

$$x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} R$$

这表明,圆环轴线上具有最大电场强度的位置,位于原点 O 两侧的 $+\frac{\sqrt{2}}{2}R$ 和 $-\frac{\sqrt{2}}{2}R$ 处.

例 11-3 求均匀带电薄圆盘轴线上的场强分布.

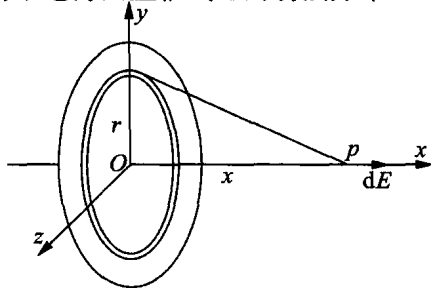


图 11-6 均匀带电薄圆盘轴线上的场强分布

解 设均匀带电薄圆盘带电量为 q , 半径为 R . 将圆盘分割为许多同心环形窄带, 当每个窄带宽度很小时, 可视为细圆环. 整个带电圆盘在轴线上一点 P 所产生的总场强, 可以看作无限多个窄圆环在该点产生的场强的叠加. 由于每个窄圆环在 P 点产生的场强方向相同, 均沿轴线方向. 所以总场强沿轴线方向.

如图 11-6 所示, 以圆环中心为原点, 取圆盘所在平面为 yz 平面, Ox 轴沿圆盘轴线. 取半径为 r 、宽度为 dr 的任意环形窄带, 该窄带所带的电量为 $dq = \sigma dS = \sigma \cdot 2\pi r dr$, 在 P 点产生的场强为 dE , 由例 11-2 可知, dE 在 x 方向的分量为

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x dq}{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot \frac{x r dr}{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

积分可得

$$E_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{x r dr}{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right]$$

其中 $\sigma = \frac{q}{\pi R^2}$ 为电荷面密度. 场强的方向沿轴向, 当 $\sigma > 0$ 时, 沿轴向远离圆心; 当 $\sigma < 0$ 时, 沿轴向且指向圆心.

讨论: (1) 当 $x \gg R$ 时, $\left[1 + \left(\frac{R}{x} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{R}{x} \right)^2 + \frac{3}{8} \left(\frac{R}{x} \right)^4 - \dots$

略去 $\left(\frac{R}{x} \right)^4$ 以上的项, 得

$$E \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2}$$

可见, 上式与点电荷场强公式一致. 只要 $\frac{R}{x}$ 足够小, 就可足够精确地把带电圆盘看作点电荷. 这说明, 带电体能否被看作点电荷, 不在于本身的绝对大小, 而在于其线度与它到场点的距离相比是否足够小.

(2) 当 $R \gg x$ 时, $\frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \approx 0$, 带电圆盘相对于 P 点可视为无限大带电平面.

则

$$E_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

这时, E_x 与场点 P 到无限大带电平面的距离 x 无关, E 的方向沿无限大带电平面的法线方向, 这表明, 无限大均匀带电平面周围空间的电场是匀强电场.