

高等学校教材

电工测量技术与 电路实验

孙玉琴 陈绍林 主编



NEUPRESS

东北大学出版社

前 言

本书是在东北大学电工原理教研室多年教学经验的基础上,吸取兄弟院校同类教材的优点,几经修改编写而成。

全书分上、下篇两部分。上篇主要介绍了电工测量基本知识、电工测量仪表和电工测量技术。共分四章:第一章讲述了有关测量和误差的基本概念,介绍了测量结果的数据表示法和图形表示法;第二章为电测量指示仪表的一般知识,介绍了指示仪表基本结构及工作原理,主要技术要求、表面标记和正确的使用方法;第三章介绍了几种常见的电测量仪表,包括几种指示仪表和比较仪表;第四章讲述了数字万用表、电子示波器、低频信号发生器和脉冲信号发生器等几种电子仪器。下篇为电路实验,介绍了直流电路、交流稳态电路和暂态电路的20个实验。这些实验的主要特点是:注重理论联系实际,注重于对分析问题、解决问题和实际动手能力的培养。为此除常规实验外,还编写了自拟实验、演示实验和计算机辅助分析实验等。

本教材适用于大专院校电类专业、成人教育及各类专业培训班,也可供不同层次的电气工程人员阅读使用。

本书由孙玉琴、陈绍林主编,吴建华、王安娜、李华、陈宪章、王延明、刘泽军等同志参加了编写工作。编写中得到了电工原理教研室全体同志的支持和帮助,特此致谢。

由于编者水平有限,难免有不足之处,恳请读者批评指正。

编者

1997年1月

目 录

上篇 电工测量技术

第一章 测量和误差的基本概念 (1)

第一节 测量的基本概念 (1)

第二节 测量方式和方法的分类 (3)

第三节 测量误差 (4)

第四节 测量结果的数据表示法 (9)

第五节 实验数据的图示方法 (11)

第二章 电测量指示仪表的一般知识 (15)

第一节 电测量指示仪表的分类 (15)

第二节 电测量指示仪表的基本结构及工作原理 (15)

第三节 电测量指示仪表的主要技术要求 (17)

第四节 电测量指示仪表的表面标记 (19)

第五节 电测量指示仪表的正确使用 (20)

第三章 常用电测量仪表 (23)

第一节 磁电式仪表 (23)

第二节 电磁式仪表 (27)

第三节 电动式仪表 (28)

第四节 电位差计 (32)

第五节 电 桥 (33)

第六节 万用电表 (37)

第四章 电子仪表和仪器的使用 (41)

第一节 数字万用表 (41)

第二节 电子示波器的使用 (42)

第三节 低频信号发生器 (46)

第四节 脉冲信号发生器 (48)

下篇 电路实验

实验一 元件伏安特性的测量 (50)

实验二 电阻的测量 (52)

实验三 戴维南定理和互易定理 (54)

实验四 含受控源电路的研究 (56)

实验五 交流电路参数的测定 (58)

实验六	功率因数的提高	(60)
实验七	三相电路电压、电流和功率的测量	(61)
实验八	示波器的使用	(64)
实验九	非正弦电流谐波分量的实验研究	(65)
实验十	双口网络特性的研究	(67)
实验十一	回转器的研究	(69)
实验十二	均匀传输线电压分布的研究	(71)
实验十三	一阶动态电路的研究	(74)
实验十四	二阶动态电路的研究	(76)
实验十五	卷积演示	(77)
实验十六	负阻特性的研究	(79)
实验十七	正弦电路换路的研究	(82)
实验十八	相轨迹的观测	(86)
实验十九	电路的计算机辅助分析	(87)
实验二十	综合实验——张弛振荡器及其应用	(88)

上篇 电工测量技术

第一章 测量和误差的基本概念

第一节 测量的基本概念

测量是人们对自然界中的客观事物取得数量的一种认识过程。在这一过程中,人们借助于专门的设备,通过实验的方法,把被测量的量与其同类的习惯上作为测量单位的量进行比较,以求出被测量的大小。因此测量的过程实质上是一种比较过程。测量的结果通常可用两部分表示:一部分是数字值,另一部分是测量单位的名称。即

$$x = A_s x_0 \quad (1-1)$$

上式表明,被测量的大小 x 等于 A_s 个单位量 x_0 。例如测量一根导线的长度 6 米,也就是说它的长度等于单位量米的 6 倍。

被测量的数字值因所选定的测量单位不同而异。选定的测量单位不同将得到不同的数字值。例如在测量某一被测量 x 时,先用测量单位 x_{01} ,后用测量单位 x_{02} ,则有

$$x = A_{s1} \cdot x_{01}$$

和

$$x = A_{s2} \cdot x_{02}$$

于是有

$$\frac{A_{s1}}{A_{s2}} = \frac{x_{02}}{x_{01}} \quad (1-2)$$

式中的 A_{s1} 和 A_{s2} 分别为两次测量结果的数字值。由上面分析可知,被测量的数字值与选定的单位大小成反比。选定的单位大,测量结果的数字值就小;反之,若选定的单位小,则测量结果的数字值就大。

如果令

$$K = \frac{x_{01}}{x_{02}} \quad (1-3)$$

$$A_{s2} = K A_{s1} \quad (1-4)$$

称 K 为两个不同单位的换算因子。即用一定的单位去测量某一量所得的数字值,只有乘上它们之间的换算因子 K 后才能得出用新单位表示的该量的数字值。

测量单位的确定和统一,是非常重要的。为了对同一量在不同时间、空间进行测量时得到相同的结果,必须采用统一的而且固定不变的单位。只有这样的测量才有实际意义。单位制的建立就是为了解决这个问题的。单位制的种类很多,目前普遍采用的是国际单位制,国际代号为 SI。

国际单位制,一共有 7 个基本单位,即

- ①长度单位——米(m)
- ②质量单位——千克(kg)
- ③时间单位——秒(s)
- ④电流单位——安培(A)
- ⑤热力学温度单位——开尔文(K)
- ⑥光强度单位——坎德拉(cd)
- ⑦物质的量单位——摩尔(mol)

它们是彼此无关地被确定的。由上述的7个基本单位,再根据各被测量之间存在的相互联系的数量公式关系,就可以导出自然界中所有各量的单位,称为导出单位。

所谓电工测量,就是将被测量的电量或磁量与作为测量单位的同类电量或磁量进行比较,以确定被测电量或磁量的大小。为了导出各电磁量单位,只用4个基本单位(米、千克、秒和安培)就可以了。以此制定的单位称为国际制(SI)的电磁学单位。

在测量过程中,用来实现这一过程的各种技术工具统称为测量设备。它包括两种基本类型:度量器和测量仪器。

1. 度量器

因为测量是一种比较过程,所以仅有测量单位还不能实现测量任务,还必须要有体现测量单位的实物复制体,用来复制和保存测量单位,这种实物复制体就叫做度量器。根据度量器中量值传递上的作用和准确程度的高低可分为基准器、标准器和工作度量器三类。

基准器是用现代科学所能达到的最高准确度来复制和保存测量单位的度量器,作为国家处理测量事务的法定基础和科学基础。基准器又分为主基准器、副基准器、比较基准器和工作基准器。在电磁学计量中,主要的基准器有电压基准器、电阻基准器和计算电容基准器。

标准器的准确度低于基准器,供计量部门对工作度量器进行检定或标定时使用。按其用途可分为一等标准器和二等标准器。

工作度量器是专供日常测量中使用的度量器。按其准确度(或年稳定度)的高低分为若干等级,通常其等级级别标在度量器的铭牌上。在我们电工实验中常使用的度量器有标准电池、标准电阻、标准电容及标准电感等。

2. 测量仪器

测量仪器可分为测量指示仪表和较量仪器两类。直接由仪表指示机构的指示值读取测量结果的测量仪器称为测量指示仪表,如电压表、电流表等。测量过程中必须与度量器进行比较才能获得测量结果的测量仪器称为较量仪器,如电桥、电位差计等。

随着电子科学技术的不断发展,以各种电子元器件、部件为核心组成的测量仪器大量出现,如各种多功能的电子示波器、信号发生器、图示仪、频谱仪及数字电压表等等,这些测量仪器称为电子测量仪器,尤其是近几年来,随着微型计算机技术的引入、开发和应用,使测量技术又进入一个向着自动化、系统化、数字化、高精度、高性能、多智能、快速、小型和低价方面蓬勃发展的新阶段。

第二节 测量方式和方法的分类

一、测量方式的分类

1. 直接测量

将被测量与作为标准的量直接比较,或用事先刻度好的测量仪表进行测量,从而直接测得被测量的数值,这种测量方式称为直接测量。例如,用电流表测量电流、用直流电桥测量电阻等。

2. 间接测量

测量中,通过对与被测量有一定函数关系的几个量进行直接测量,然后再按这个函数关系计算出被测量数值,这种测量方式称为间接测量。例如,测量电阻时,可用电压表测出该电阻两端的电压,用电流表测出流过它的电流,然后根据欧姆定律 $R=V/I$ 求出被测量电阻 R 的值。

3. 组合测量

这种测量方式是在直接测量和间接测量所得到的实验数据基础上,通过联立求解各函数关系方程,从而求出被测量的大小。例如测量标准电阻温度系数 α 和 β ,标准电阻的电阻值与温度之间具有如下关系:

$$R_t = R_{20} [1 + \alpha(t - 20) + \beta(t - 20)^2] \quad (1-5)$$

式中 t —— 摄氏温度数

R_t —— 温度为 $t^\circ\text{C}$ 时的电阻值

R_{20} —— 温度为 20°C 时的电阻值

α, β —— 标准电阻的温度系数

因此可在 20°C , $t_1^\circ\text{C}$ 及 $t_2^\circ\text{C}$ 3 个温度下,分别测出对应的 3 个电阻值 R_{20} 、 R_{t_1} 和 R_{t_2} ,然后求解下列方程组

$$\begin{cases} R_{t_1} = R_{20} [1 + \alpha(t_1 - 20) + \beta(t_1 - 20)^2] \\ R_{t_2} = R_{20} [1 + \alpha(t_2 - 20) + \beta(t_2 - 20)^2] \end{cases} \quad (1-6)$$

即可得到标准电阻的电阻温度系数 α 和 β 。

二、测量方法的分类

测量是将被测量与作为测量单位的同类量进行比较,而作为复制体的度量器参加到这一比较过程可以是直接的,也可以是间接的。因此,根据是否有度量器直接参与测量过程,可以将测量方法分为两大类:直读法和比较法。

1. 直读法

用直接指示被测量的数值的指示仪表进行测量,能够直接在仪表上读取读数的测量方法称为直读法。在直读法的测量过程中,度量器不直接参与作用。例如用欧姆表测量电阻时,没有直接使用标准电阻与被测量的电阻进行比较,而是直接根据欧姆表指针在欧姆标尺上的位置读取被测电阻数值,在这种测量过程中,标准电阻间接地参与作用,因为欧姆表的标尺是事先经过“标准”的。此外,用电流表测量电流,用电压表测量电压都是直读法测量的例子。用直读法进行测量,其测量过程简单,操作容易,然而准确度不可能太高。

2. 比较法

将被测量与度量器通过较量仪器进行比较,从而测量被测量数值的方法称为比较法。在比较法中,度量器是直接参与作用的。例如用天平测量物体质量的方法就是一种比较法。在测量过程中,做质量度量器的砝码始终参与作用。用比较法测量可以得到高的测量准确度,但测量操作比较麻烦。

根据被测量与标准量进行比较时的特点不同又可将比较法分为平衡法、微差法和替代法等。

(1)平衡法(零值法)

在测量过程中,连续改变标准量,使它产生的效应与被测量产生的效应相互抵消或平衡,这种方法称为平衡法。由于在平衡时指示器指零,所以又称为零值法。电桥和电位差计都是采用平衡法原理。

(2)微差法(差值法)

如果在平衡法过程中,被测量与标准量不能平衡或标准量不便调节,则用测量仪器测量二者的差值或正比于差值的量,进而根据标准量的数值确定被测量的大小,这种方法就称为微差法。

(3)替代法

将被测量与标准量分别接入同一测量装置,在标准量替代被测量的情况下,调节标准量使测量装置的工作状态保持不变,从而可以用标准量的数值来确定被测量的大小,这种方法称为替代法。

第三节 测量误差

在测量过程中,由于人对客观事物认识的局限性,测量设备不准确,测量方法的不完善及测量工作中的疏忽或错误,都会不可避免地使测量结果与被测量的真实大小产生差别。这种差别就称为测量误差。被测量所具有的真实大小称为该被测量的真值。在一定的时间和空间内,被测量的真值是一个客观存在的确定的数值。

一、测量误差的分类

测量误差按其性质和特点,可分为系统误差、随机误差和粗大误差3类。

1. 系统误差(经常误差)

系统误差是指在一定的测量条件下,误差的绝对值和符号保持恒定,或按某种确定的规律变化的误差。产生系统误差的原因很多,常见的有测量设备的缺陷、测量仪器不准、测量仪器使用不当,测量方法不完善以及测量人员的一些不正确的测量习惯等。

系统误差又可按其误差来源分为基本误差、附加误差、方法误差和人身误差。系统误差决定了测量的准确度,系统误差越小,测量结果越准确。

由于系统误差具有一定的规律性,因此可以根据误差产生的原因,采取一定的措施,设法消除或加以修正。

2. 随机误差(偶然误差)

随机误差是指在测量过程中,误差的绝对值和符号均发生变化,其值时大时小,其符号时

正时负,没有确定的变化规律,也就是不可以预料的误差。产生随机误差的原因主要是由外界因素的偶然变化引起的。

一次测量的随机误差是没有规律的、不可控制的,也不能用实验的方法加以消除。但是,随机误差在足够多次测量的总体上服从统计的规律。也就是说,对于大量的测量,从统计的观点来看,随机误差表现了它的规律性。

随机误差的变化特点是:在多次测量中,随机误差的绝对值不会超过一定的界限,称为随机误差的有界性;绝对值相等的正负误差出现的机会相同,称为随机误差的对称性;随机误差的算术平均值随着测量次数的无限增加趋近于零,也就是说在多次测量中随机误差有互相抵消的特性,称为随机误差的抵偿性。因此我们可以通过对多次测量值取平均值的办法来削弱随机误差对测量结果的影响。

3. 粗大误差(疏失误差)

粗大误差是指在一定条件下,测量值显著地偏离其真值(或实际值)所对应的误差,又称为粗差或差错。

粗大误差主要是由于读数的错误、记录错误、仪器故障、测量方法不合理、操作方法不正确、计算错误以及不能允许的干扰等原因造成的,就数值大小而言,粗大误差一般都明显地超过正常情况下的系统误差和随机误差。凡确认含有粗大误差所对应的测量数据称为坏值,在测量数据处理中,坏值应当剔除。

应当指出在实际测量过程中,系统误差、随机误差和粗大误差的划分并不是绝对严格的,而且具有一定相对性。在一定条件下的系统误差,在另外条件下可能以随机误差的形式出现,反之亦然。例如,电源电压引起的误差,如考虑缓慢变化的平均效应,则视为系统误差;但如考虑瞬时波动,就应视为随机误差。

对于特别大的系统误差,有时也因为难以修正,或严重地改变了被测对象的工作状态而作为差错剔除不用。同样,对于离散性特别大,出现的次数又非常少的随机误差,利用概率论的方法可以判定的差错亦可剔除不用。

二、测量误差的表示方法

测量误差的表示方法通常可分为绝对误差和相对误差两种。

1. 绝对误差

绝对误差又叫做绝对真误差。如果用 x 表示某一被测量的给出值, A_0 表示它的真值,则测量的绝对误差 Δx 可表示为

$$\Delta x = x - A_0 \quad (1-7)$$

式中的给出值 x 是指:在测量时,它为被测量的测得值;在检定仪表时,它为被检度量器的标称值,即铭牌上标明的值;而在近似计算中,它为所取的近似值。其值 A_0 是指在规定的时间和空间条件下,被测量所具有的真实大小。虽然它是客观存在的,但要确切地说出来某一被测量的真值大小,往往是很困难的。在有些情况下,真值可由理论给出,例如三角形的内角和真值为 180° ,但就大多数情况而言,真值只能尽量逼近而难完全确定。在实验测量中,通常是把更高一级的标准仪器或与基准器进行比较所测得的值用来代替真值。这种用更高一级的标准的仪器或与基准器比较所测得的值称为被测量的实际值,用 A 来表示。给出值 x 与实际值 A 之差称为实际绝对误差,即

$$\Delta x = x - A \quad (1-8)$$

今后无特殊声明,绝对误差均指实际绝对误差。

例如,某一被测电压的实际值为 $U=220\text{V}$,甲电压表的读数为 $U_1=220.5\text{V}$,乙电压表的读数为 $U_2=218.5\text{V}$,则它们的绝对误差分别为

$$\Delta x_1 = U_1 - U = 220.5 - 220 = +0.5\text{V}$$

$$\Delta x_2 = U_2 - U = 218.5 - 220 = -1.5\text{V}$$

显然,用甲电压表比乙电压表测量要准确。即对同一个被测量来说,绝对误差的绝对值越小,表示测量值与实际值的差异越小,因而测量的准确程度就越高。

除了上述的绝对误差外,在实际测量中还经常用到修正值这一概念,它的定义是与绝对误差等值反号,即

$$C = A - x \quad (1-9)$$

修正值 C 一般在校准仪器时给出,当测量时得到给出值 x 和修正值 C 后,由上式即可求出被测量的实际值 A 。修正值一般是用曲线或表格形式给出的。

例 1-1 用某电流表测量电流时,其读数为 10mA ,该表在检定时给出 10mA 刻度处的修正值为 $+0.04\text{mA}$,则被测电流的实际值应为

$$I_A = I_x + C = 10 + 0.04 = 10.04\text{mA}$$

2. 相对误差

绝对误差的表示方法有它的不足之处,是因为它有时不能确切地反映测量的准确程度。

例如,测量两个电阻,其中一个电阻 $R_1=100\Omega$ 测量的绝对误差为 $\Delta R_1=1\Omega$,另一个电阻 $R_2=100\text{k}\Omega$,测量的绝对误差 $\Delta R_2=10\Omega$ 。虽然绝对误差 $\Delta R_2 > \Delta R_1$,但不能因此得出结论:对 R_1 的测量比对 R_2 的测量要准确。恰好相反, R_1 的测量误差对 $R_1=100\Omega$ 来说占 1% ,而 R_2 的测量误差对 $R_2=100\text{k}\Omega$ 来说仅占 0.01% 。为了解决这一问题,又引入了相对误差的概念。

(1) 相对误差

相对真误差是指绝对误差与真值之比的百分数,若用 γ_0 表示,则有

$$\gamma_0 = \frac{\Delta x}{A_0} \times 100\% \quad (1-10)$$

相对真误差表示给出值与真值之间的差异在真值中所占的百分比。相对误差越小,表示误差在真值中所占的百分比越小,测量的准确程度就越高。

(2) 实际相对误差

实际相对误差是指绝对误差与实际值之比的百分数,记为 γ ,即

$$\gamma = \frac{\Delta x}{A} \times 100\% \quad (1-11)$$

它反映了给出值与实际值之间的差异在实际值中占的百分比。在今后如无特殊声明,相对误差均指实际相对误差。

(3) 示值相对误差

示值相对误差是指绝对误差与被测量的给出值之比的百分数,记为 γ_x ,即

$$\gamma_x = \frac{\Delta x}{x} \times 100\% \quad (1-12)$$

它反映了绝对误差在给出值中所占的百分比。由于给出值本身含有误差,因此这种表示相

对误差的方法是不严格的。它只适用于工程测量中要求不高、且绝对误差较小的场合。

(4) 引用相对误差

前面介绍的相对误差可以较确切地反映某次测量的准确程度,往往感到不便。因为使用测量指示仪表时,在某一测量量程内,随着被测量的不同,相对误差计算公式中的分母也将不同,求得的相对误差也随着改变,因此为计算和划分测量指示仪表的准确度等级,又提出了引用相对误差的概念。引用相对误差又叫做满刻度相对误差,记为 γ_n 。即

$$\gamma_n = \frac{\Delta x}{A_m} \times 100\% \quad (1-13)$$

式中 γ_n —— 引用相对误差

Δx —— 绝对误差

A_m —— 测量指示仪表的满刻度示值,称为仪表的量程限额,简称量限。

目前我国生产的电工测量指示仪表的准确度等级就是按照正常工作条件下的最大引用相对误差来划分的。例如某电流表的量程为 100mA,发现在 50mA 刻度处的误差最大,其绝对值为 1.5mA,其它刻度处的误差的绝对值都小于 1.5mA,则该电流表的最大引用相对误差为

$$\begin{aligned} \gamma_{n\max} &= \frac{\Delta I_{\max}}{I_m} \times 100\% \\ &= \frac{\pm 1.5}{100} \times 100\% = \pm 1.5\% \end{aligned}$$

它表示仪表在正常工作条件下使用时可能产生的最大引用相对误差的数值不超过 $\pm 1.5\%$,于是我们就把该电流表的准确度等级定为 1.5 级。根据国家标准 GB7676—87《直接作用模拟指示电测量仪表及附件》的规定,电流表和电压表的准确度等级分为 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1.0, 1.5, 2.5, 3.5 级;功率表和无功功率表的准确度等级分为 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.5 级。

三、测量误差对测量结果的影响

一般来说,任何一次测量的误差都是由系统误差和随机误差共同组成的。在确定的条件下,对被测量的第 i 次测量的误差为

$$\Delta X_i = \epsilon + \delta_i$$

上式中的 ϵ 为系统误差,它在测量条件相同时通常是不变的, δ_i 表示第 i 次测量时产生的随机误差,若对 n 次测量的误差取平均值,则有

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta X_i = \epsilon + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i \quad (1-14)$$

由于随机误差具有抵偿特性,当测量次数足够多(理论上 $n \rightarrow \infty$)时,随机误差的平均值将近似为零,于是可得

$$\epsilon = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta X_i \quad (1-15)$$

上式表明,对于同时存在系统误差和随机误差的测量数据,只要测量次数 n 足够多(理论上 $n \rightarrow \infty$),则各次测量绝对误差的算术平均值就等于测量的系统误差;在取平均值后,随机误差的影响可以消除。

将 $\Delta x_i = x_i - A$ 代入上式得

$$\begin{aligned}
 \epsilon &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - A) \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - A \\
 &= M(X) - A
 \end{aligned} \tag{1-16}$$

式中 $M(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ 为测量给出值的算术平均值。上式表明,系统误差的大小反映了测量结果偏离被测量实际值程度,在误差理论中,通常用准确的概念来描述。即系统误差越小,测量结果与被测量的实际值之间的偏差也越小,测量的准确度就越大

由式(2-15)可知,第 i 次测量的随机误差为

$$\delta_i = \Delta x_i - \epsilon$$

将 $\Delta x_i = x_i - A$ 及 $M(X) - A$ 代入上式可得

$$\delta_i = x_i - M(X) \tag{1-17}$$

上式表明,随机误差的大小反映了测量结果的分散程度,在误差理论中常用精密度的概念来描述。即随机误差越小,测量的分散程度也越小,测量的准确度越高。

在实际测量中,一个准确度高的测量未必精密,一个精密度高的测量也未必准确。因此在分析测量结果的优劣时可信度高的,称为高精度的测量。一切测量都应力求既精密又准确,即力求高精度。

粗大误差决定了测量数据的不可取性,显然在任何测量中粗差应剔除不用。

为了直观地了解误差对测量结果的影响以及准确度、精密度和精确度等概念,我们可用打靶作为例子加以说明。

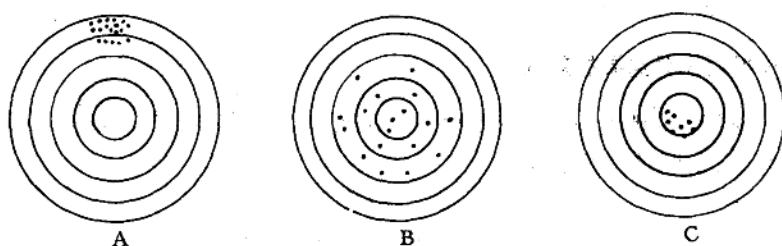


图 1-1

图 1-1 表示 3 个射手的射击成绩。由图可见, A 射手的弹着点密集于偏离中心的一边,表示存在较大的恒定系统误差的影响。而随机误差的影响较小,即表示精密度较高而准确度很低。B 射手的弹着点分散于中心周围,表示有较大的随机误差的影响,而系统误差的影响较小,即表示准确度较高而精密度很低。远离其他点的个别点是由粗差造成的。C 射手的弹着点密集于靶的中心处,表示系统误差和随机误差的影响均很小,即精密度和准确度都很高。显然 C 射手的射击成绩最优。

第四节 测量结果的数据表示法

在测量过程中和对测量结果处理时,都需要有效数字的观念,故有必要作一些说明和规定。

一、有效数字

由于在测量过程中不可避免地存在着一定的误差,并且仪表的分辨能力有一定的限制,因此测量数据就不可能完全准确。在一般情况下,测量结果中的最后一位数字通常是估计出来的,例如测得某一电压为 15.3V,这里的前两位“15”是准确可靠的,称为“准确数字”,最后一位“3”则是估计数值,称为“欠准数字”。“准确数字”加上“欠准数字”称为有效数字。

如果测量结果未标明测量误差时,一般认为其误差的绝对值不超过末位有效数字的单位的一半。例如末位有效数字是个位,则包含的误差绝对值应不大于 0.5;若末位数的有效数字是十位,则包含的误差绝对值应不大于 5 等等。

二、有效数字的正确表示

1)在作测量记录时,每一测量数据都应保留一位欠准数字,即最后一位前的各位数字都必须准确的。

2)关于数字“0”的使用应特别注意,它可以是有效数字,也可以不是有效数字。例如某一电流为 0.036A,其左边的两个“0”就不是有效数字,因为它并未提供有关测量结果的任何信息,通过单位的换算可把它写成 36mA,可见它只有两位有效数字。像 106 这样的数字,中间的“0”自然是有效数字,因为它表示十位数字是零。特别要注意的是,像 0.40A 这样的数字,最后一个“0”也是有效数字,因为它反映了测量结果的误差程度,即表明包含的误差绝对值应不大于 0.005A,所以不能随意省去。若将 4.50A 改写成 4.5A,则后者包含的误差绝对值应不大于 0.05A,使测量误差人为地扩大了 10 倍。

3)对于像 215000 Ω 这样的数字,若实际上在百位数上就包含误差(即百位数是一个欠准数字),则它实际上只有四位有效数字。这时百位数上的“0”是有效数字不能省去,但十位和个位数上的“0”,虽然不是有效数字,可是它们都要用来表示数字的位数,也不能随意省去。

为了区别上述数字中后面的 3 个“0”,通常采用有效数字乘上 10 的幂的形式。例如把 215000 Ω ,写成 $2.150 \times 10^5 \Omega$,它清楚地表明有效位数只有四位,包含的误差绝对值为 $\leq 50 \Omega$ 。

4)表示常数的数字可以认为它的有效数字的位数是无限制的。例如圆的直径 $D=2R$ (R 为半径),其中“2”为常数,它的有效数字为无限位, D 的有效数字的位数仅由 R 的有效数字的位数来确定。

三、有效数字的修约规则

当需要 n 位有效数字时,对超过 n 位的数字就要根据一定的规则进行修约,目前广泛采用如下的修约规则:

1)当要保留 n 位有效数字时,若第 $n+1$ 位上数小于 5,则舍去。

例如将 14.234 保留三位有效数字成为 14.2。

2) 当要保留 n 位有效数字时, 若第 $n+1$ 位上的数字大于 5, 则向第 n 位进 1。

例如将 24.184 保留三位有效数字成为 24.2。

3) 当要保留 n 位有效数字时, 若第 $n+1$ 位上的数字恰好为 5, 而第 $n+1$ 位后有效数字且不为零, 则向第 n 位进 1。

例如将 38.0512 保留三位有效成为 38.1。

4) 当要保留 n 位有效数字时, 若第 $n+1$ 位上的数字恰好为 5, 而其后无数字或全部为“0”, 则第 n 位数字为偶数或“0”时就舍去, 若第 n 位数字为奇数时就向第 n 位进一。

例如将 13.25 保留三位有效数字成为 13.2, 将 13.15 保留三位有效数字也是 13.2。

四、有效数字的运算法则

1. 加减法运算

例 1-2 求三个串联电阻的等效电阻 R 。已知 $R_1=15.7\Omega$, $R_2=3.147\Omega$, $R_3=1.025\Omega$ 。

解: 1) 首先对相加中的各项进行修约, 使各数修约到比小数点后位数最小的那个数多保留一位小数。本例中 $R_1=15.7\Omega$ 为小数点后有一位, 故将 R_2, R_3 分别修约为

$$R_2=3.15\Omega \quad R_3=1.02\Omega$$

2) 进行加法运算

$$R_1+R_2+R_3=15.7+3.15+1.02=19.87\Omega$$

3) 对结果进行修约, 使其小数点后的位数与原各项中小数点位数最少的那个修约到相同。即

$$R=19.9\Omega$$

显然, 若仅有两个数相加减时, 则在加减前, 应把小数点后位数多的那个数修约到与小数点后位数少的那个数小数点后的位数相同即可。

例 1-3 求图 1-2 所示电路中的分电流 I_2 。已知 $I=15.43\text{mA}$, $I_1=10.7\text{mA}$ 。

解: 先将 $I=15.43\text{mA}$ 修约到保留一位小数, 得 $I=15.4\text{mA}$, 故

$$I_2=I-I_1=15.4-10.7=4.7\text{mA}$$

由此例看出, 原来相减的两个数中的有效数字最少为三位, 而计算结果只有两位有效数字, 使实际的测量准确度降低了, 尤其是在两数相接近时, 所带来的误差将更大, 因此在测量和计算中应避免采用两数相减的情况。

2. 进行乘除运算

例 1-4 已知 $R=50.37\Omega$, 流过的电流 $I=0.078\text{A}$, 求端电压 U 。

解: 1) 首先对相乘除中的各项进行修约, 使各数修约到比有效数字位数最少的那个数多保留一位有效数字 (不考虑小数点的位置)。本例中 $I=0.078\text{A}$ 只有两位有效数字, 故将 R 修约到 $R=50.4\Omega$ 。

2) 进行乘除运算

$$0.078 \times 50.4 = 3.9312$$

3) 对计算结果进行修约, 使其有效数字的位数与原各项中有效数字位数最少的那个数的有效数字位数相同。即

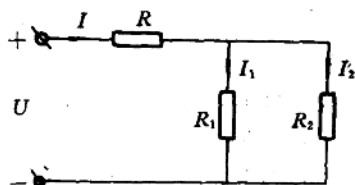


图 1-2

$$U=3.9V$$

在进行乘除运算时,根据需要有时计算结果也可酌情多保留一位有效数字。

3. 乘方及开方运算

计算结果比原数多保留一位有效数字。例如

$$(15.6)^2=243.4 \quad (255)^2=6.503 \times 10^4$$

$$\sqrt{7.2}=2.68 \quad \sqrt{41.3}=6.427$$

4. 对数运算

取对数前后的有效数字位数应相同。例如

$$\ln 5.3=1.7 \quad \ln 115=4.74$$

第五节 实验数据的图示方法

测量结果除了用数据表示外,有时还需画出各种曲线,尤其在研究一个物理量与另一个物理量的依从关系时,显得特别方便。

由于测量过程中总存在着误差,因此在坐标纸上获得的所有测量数据不可能全部落在一条光滑的曲线上,这就要求从大量的含有误差的数据点中确定一条比较理想的光滑曲线。这一工作称为曲线的拟合或修匀。下面简单介绍一些工程中常用的简便有效的拟合方法。

一、作图的一般方法

测量结果的图示方法,第一步是把测量数据点标在适当的坐标系中;第二步是作出拟合曲线(或直线)。在作图时应注意下面几个问题。

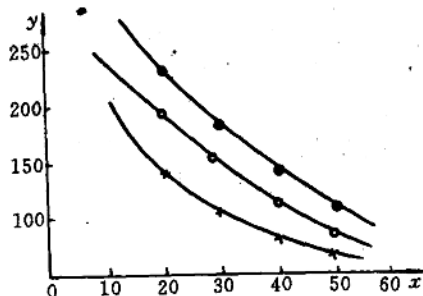


图 1-3

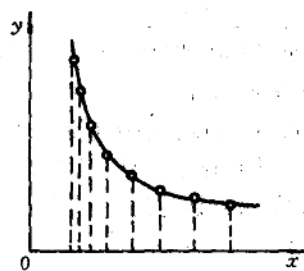


图 1-4

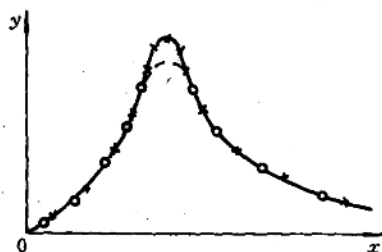


图 1-5

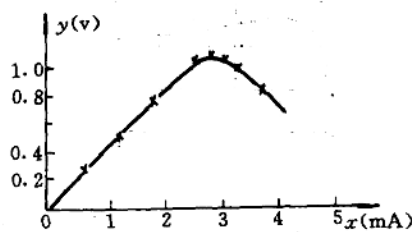


图 1-6

1) 作图之前, 为了避免差错, 应将测量数据列成表格备查。

2) 作图的坐标最常用的为直角坐标, 此外还有极坐标、对数坐标等其他形式的坐标。对于函数 $y=f(x)$, 一般以自变量 x 作为横坐标。数据点可用斜十字、空心小圈、实心圆点、三角形等作标记, 其中心应与数据点重合。标记一般在 1mm 左右, 如图 1-3 所示。

3) 测量数据点的选择, 应根据曲线的具体形状而定。为了便于作图, 通常各数据点应大体上沿曲线均匀分布, 因而数据点沿 x 或 y 坐标的分布就不一定是均匀的, 如图 1-4 所示。

此外, 在曲线的曲率较大的区段测量点应适当密一些, 在曲率较小的区段则可稀一些, 对于曲线的某些重要部位, 应特别加以注意, 例如在极值附近, 测量点应更加密集, 尽可能测出真正的极值, 如图 1-5 中曲线 $\times-\times-\times$ 所示。否则, 有可能会得出错误的结果, 如图线 $O-O-O$ 所示。

当曲线的形状完全不知道时, 应先缓慢地调节 x 并粗略地观察一遍 y 的变化情况, 以便做到心中有数。

4) 坐标的分度及比例的选择对正确反映和分析测量结果至关重要, 一般应注意如下两个方面。

① 在直线坐标中, 线性分度应用最为普遍。分度值的大小应与测量误差相一致。例如在表 1-1 给出的数据中, 设电压测量的误差为 0.02V, 最大分度值不超过 0.05V, 如图 1-6 所示。

如果分度过大, 则会牺牲原有的测量精度, 产生较大误差。例如分度值取 0.5V, 那么在坐标中要读到 0.05V。也是比较困难的, 更不必说要读到 0.01V 或 0.02V。反之, 若分度值取得过小, 则会夸大原有的测量精度。例如最小分度值取 0.001V, 就会造成电压测量的精度高达 $10^{-3}V$ 的错觉。

表 1-1

$I(\text{mA})$	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.3	3.5	3.7	4.0	4.5
$U(\text{V})$	0	0.22	0.43	0.60	0.76	0.69	0.98	0.99	0.97	0.93	0.85	0.67

② 横坐标和纵坐标的比例不一定取一样, 也不一定都要从坐标原点开始, 应根据具体情况适当选择, 以便于读数、分析和使用, 例如同样的数据, 图 1-7 中 (a) 就不如 (b) 清楚。

如果比例取得过大, 则会使图幅很大; 如果比例取得过小, 一方面会给分度带来困难, 另一方面会使曲线的变化规律不明显, 例如图 1-8(a) 所示的曲线, 若 y 轴比例选择不当, 可能会绘成如图 1-9(b) 那样, 被误认为是一条直线。

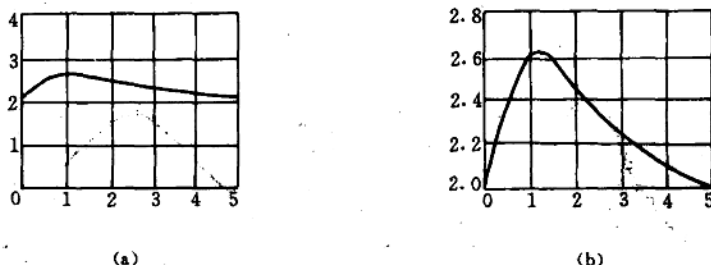
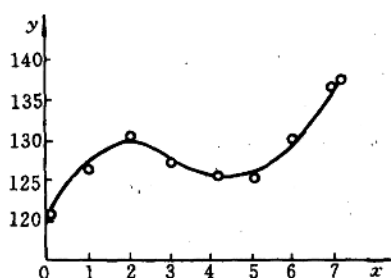
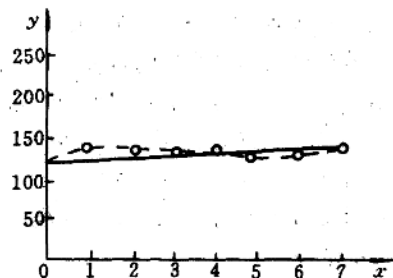


图 1-7

5) 由于测量数据不可避免地存有误差, 所以在一般情况下不应直接把各数据连成一条折



(a)



(b)

图 1-8

线;也不要作出一条弯曲很多的曲线硬性通过所有的数据点。如图 1-9 所示。

6) 当测量数据点的弥散程度不大时,则可应用绘图曲线板或徒手作出一条尽可能靠近多个数据点且曲线两侧的数据点数目相差不远的平滑的拟合曲线。如图 1-10 所示。

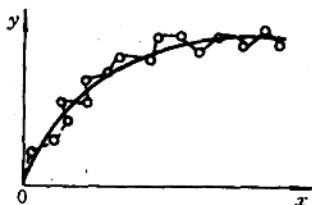


图 1-9

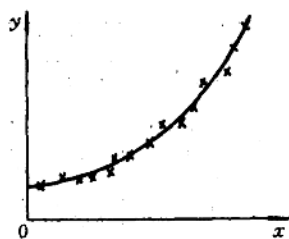


图 1-10

当数据点的弥散程度较大时,则应采取其他措施作图。

二、分组平均作图法

当数据点的弥散程度较大时,徒手绘制拟合曲线是比较困难的,并且不同人作出的拟合曲线可能会有很大的差别。为了提高作图精度,下面介绍一种工程上常用的分组平均作图法。

分组平均作图法,就是沿 x 轴把数据点分成若干个组(例如分成 m 个组),分别求出各组的平均值 $(\bar{X}_1, \bar{Y}_1), (\bar{X}_2, \bar{Y}_2), \dots, (\bar{X}_K, \bar{Y}_K), \dots, (\bar{X}_M, \bar{Y}_M)$,然后再根据这些平均值来作图。

上述的这种分组平均的过程,就是一种简单的平差过程,其作用是削减测量误差的影响,使作图较为方便和准确。

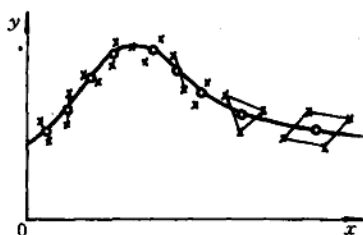


图 1-11

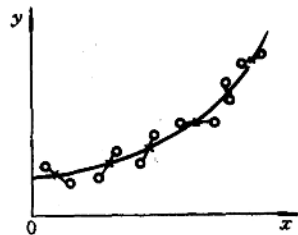


图 1-12