



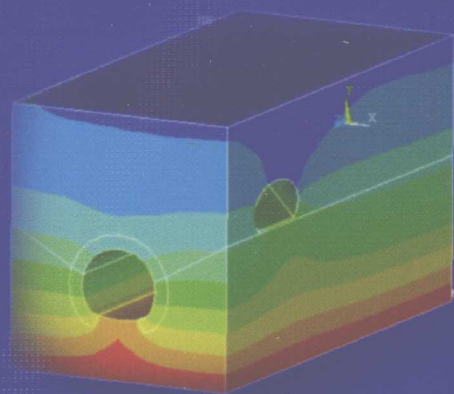
高等学校土木工程专业系列教材

地下工程

DIXIA JIEGOU ANSYS YOUXIANYUAN FENXI

# 地下结构 ANSYS有限元分析

曾艳华 王英学 王明年 编著  
李志业 审



西南交通大学出版社  
[Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)

高等学校土木工程专业系列教材——地下工程

# 地下结构 ANSYS 有限元分析

曾艳华 王英学 王明年 编著

李志业 审

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

-----  
图书在版编目 (C I P) 数据

地下结构 ANSYS 有限元分析 / 曾艳华, 王英学, 王明年  
编著. —成都: 西南交通大学出版社, 2008.10

(高等学校土木工程专业系列教材. 地下工程)

ISBN 978-7-81104-876-6

I. 地… II. ①曾…②王…③王… III. 地下工程—结构  
设计—有限元分析—应用程序, ANSYS—高等学校—教材  
IV. TU93-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 138702 号  
-----

高等学校土木工程专业系列教材 —— 地下工程

地下结构 ANSYS 有限元分析

曾艳华 王英学 王明年 编著

\*

责任编辑 张 波

封面设计 本格设计

西南交通大学出版社出版发行

(成都二环路北一段 111 号 邮政编码: 610031 发行部电话: 028-87600564)

<http://press.swjtu.edu.cn>

四川森林印务有限责任公司印刷

\*

成品尺寸: 185 mm × 260 mm 印张: 15.375

字数: 382 千字 印数: 1—3 000 册

2008 年 10 月第 1 版 2008 年 10 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-81104-876-6

定价 (含光盘): 28.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换  
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

# 前 言

随着我国交通事业的迅速发展和城市化进程的不断推进,地下工程在公路、铁路和市政建设等领域得到了空前的发展,数量越来越多,规模也越来越大。地下工程具有地质条件复杂、施工难度大、投资高等特点,这些特点对地下工程的结构设计和施工提出了更高的要求。近年来计算机的普及,给地下结构设计带来新的机遇,尤其是在结构设计计算及施工过程模拟方面。通过计算机对地下结构进行有限元数值分析,可使地下结构设计更合理、施工过程更安全。但是,目前还没有比较成熟和系统的地下结构有限元分析教材。

本教材就是为了适应这一实际情况,满足教学需要,以作者多年使用的讲义为基础,结合作者多年的地下结构有限元分析实践编写而成。在编写上,力求内容系统、层次清晰、结构合理、适合教学。本教材可分为三部分:第1、2、3章,系统讲解了地下结构的模型与计算方法,是进行有限元分析的理论基础;第4章,对 ANSYS 软件的使用进行了详细介绍,是进行有限元分析的前提条件;第5、6章,以不同的地下结构形式和不同的分析模型为例,详细叙述了应用 ANSYS 软件进行地下结构分析的细节。为方便学习,本教材附光盘一张,内容为地下结构分析算例命令流。

本教材可供地下工程专业本科生、研究生及相关设计施工人员学习使用。

本教材由西南交通大学地下工程系曾艳华、王英学、王明年编著,李志业教授审。在编写过程中,得到了西南交通大学地下工程系同仁的支持与帮助,特别是李志业教授认真审阅了全书,研究生刁维科、李丽在算例整理方面做了许多有益的工作,在此一并感谢。

虽然尽了很大努力,但是由于学识水平有限,错误之处在所难免,敬请读者批评指正。

作 者

2008年8月

# 目 录

第 1 章 绪 论	1
1.1 地下结构的力学模型	1
1.2 地下结构力学分析方法	4
第 2 章 结构力学模型的数值方法	7
2.1 结构力学计算模型的建立	8
2.2 单元刚度矩阵分析	13
2.3 等效节点荷载	27
2.4 整体分析	36
2.5 计算模型建立工程实例	41
2.6 单元内力分析	51
第 3 章 连续介质力学模型的数值方法	53
3.1 连续介质力学计算模型的建立	53
3.2 单元刚度矩阵分析	59
3.3 连续介质力学模型的有限元分析过程	83
3.4 总体分析	88
3.5 计算模型建立实例	92
3.6 单元的应力分析	95
第 4 章 ANSYS 的基础知识	97
4.1 ANSYS 10.0 安装与系统配置	97
4.2 理解图形用户界面	99
4.3 实体建模技术	133
4.4 网格划分	150
4.5 加载与求解	163
4.6 ANSYS 地下结构分析步骤	172
第 5 章 荷载-结构模型 ANSYS 分析实例	174
5.1 矩形框架结构实例	174
5.2 圆形结构实例	187
5.3 拱形结构实例	199

第 6 章 地层-结构模型 ANSYS 分析实例 .....	208
6.1 地铁车站开挖过程的二维模拟 .....	208
6.2 矿山法施工过程的模拟 .....	220
6.3 三维近接隧道施工过程的 ANSYS 模拟 .....	232
参考文献 .....	239

# 目 录

1	绪论	1
2	第 1 章 绪论	1
3	1.1 工程背景	1
4	1.2 工程概况	1
5	1.3 工程特点	1
6	1.4 工程难点	1
7	1.5 工程意义	1
8	第 2 章 工程概况	2
9	2.1 工程背景	2
10	2.2 工程概况	2
11	2.3 工程特点	2
12	2.4 工程难点	2
13	2.5 工程意义	2
14	第 3 章 工程概况	3
15	3.1 工程背景	3
16	3.2 工程概况	3
17	3.3 工程特点	3
18	3.4 工程难点	3
19	3.5 工程意义	3
20	第 4 章 工程概况	4
21	4.1 工程背景	4
22	4.2 工程概况	4
23	4.3 工程特点	4
24	4.4 工程难点	4
25	4.5 工程意义	4
26	第 5 章 工程概况	5
27	5.1 工程背景	5
28	5.2 工程概况	5
29	5.3 工程特点	5
30	5.4 工程难点	5
31	5.5 工程意义	5
32	第 6 章 工程概况	6
33	6.1 工程背景	6
34	6.2 工程概况	6
35	6.3 工程特点	6
36	6.4 工程难点	6
37	6.5 工程意义	6
38	第 7 章 工程概况	7
39	7.1 工程背景	7
40	7.2 工程概况	7
41	7.3 工程特点	7
42	7.4 工程难点	7
43	7.5 工程意义	7
44	第 8 章 工程概况	8
45	8.1 工程背景	8
46	8.2 工程概况	8
47	8.3 工程特点	8
48	8.4 工程难点	8
49	8.5 工程意义	8
50	第 9 章 工程概况	9
51	9.1 工程背景	9
52	9.2 工程概况	9
53	9.3 工程特点	9
54	9.4 工程难点	9
55	9.5 工程意义	9
56	第 10 章 工程概况	10
57	10.1 工程背景	10
58	10.2 工程概况	10
59	10.3 工程特点	10
60	10.4 工程难点	10
61	10.5 工程意义	10
62	第 11 章 工程概况	11
63	11.1 工程背景	11
64	11.2 工程概况	11
65	11.3 工程特点	11
66	11.4 工程难点	11
67	11.5 工程意义	11
68	第 12 章 工程概况	12
69	12.1 工程背景	12
70	12.2 工程概况	12
71	12.3 工程特点	12
72	12.4 工程难点	12
73	12.5 工程意义	12
74	第 13 章 工程概况	13
75	13.1 工程背景	13
76	13.2 工程概况	13
77	13.3 工程特点	13
78	13.4 工程难点	13
79	13.5 工程意义	13
80	第 14 章 工程概况	14
81	14.1 工程背景	14
82	14.2 工程概况	14
83	14.3 工程特点	14
84	14.4 工程难点	14
85	14.5 工程意义	14
86	第 15 章 工程概况	15
87	15.1 工程背景	15
88	15.2 工程概况	15
89	15.3 工程特点	15
90	15.4 工程难点	15
91	15.5 工程意义	15
92	第 16 章 工程概况	16
93	16.1 工程背景	16
94	16.2 工程概况	16
95	16.3 工程特点	16
96	16.4 工程难点	16
97	16.5 工程意义	16
98	第 17 章 工程概况	17
99	17.1 工程背景	17
100	17.2 工程概况	17
101	17.3 工程特点	17
102	17.4 工程难点	17
103	17.5 工程意义	17
104	第 18 章 工程概况	18
105	18.1 工程背景	18
106	18.2 工程概况	18
107	18.3 工程特点	18
108	18.4 工程难点	18
109	18.5 工程意义	18
110	第 19 章 工程概况	19
111	19.1 工程背景	19
112	19.2 工程概况	19
113	19.3 工程特点	19
114	19.4 工程难点	19
115	19.5 工程意义	19
116	第 20 章 工程概况	20
117	20.1 工程背景	20
118	20.2 工程概况	20
119	20.3 工程特点	20
120	20.4 工程难点	20
121	20.5 工程意义	20
122	第 21 章 工程概况	21
123	21.1 工程背景	21
124	21.2 工程概况	21
125	21.3 工程特点	21
126	21.4 工程难点	21
127	21.5 工程意义	21
128	第 22 章 工程概况	22
129	22.1 工程背景	22
130	22.2 工程概况	22
131	22.3 工程特点	22
132	22.4 工程难点	22
133	22.5 工程意义	22
134	第 23 章 工程概况	23
135	23.1 工程背景	23
136	23.2 工程概况	23
137	23.3 工程特点	23
138	23.4 工程难点	23
139	23.5 工程意义	23
140	第 24 章 工程概况	24
141	24.1 工程背景	24
142	24.2 工程概况	24
143	24.3 工程特点	24
144	24.4 工程难点	24
145	24.5 工程意义	24
146	第 25 章 工程概况	25
147	25.1 工程背景	25
148	25.2 工程概况	25
149	25.3 工程特点	25
150	25.4 工程难点	25
151	25.5 工程意义	25
152	第 26 章 工程概况	26
153	26.1 工程背景	26
154	26.2 工程概况	26
155	26.3 工程特点	26
156	26.4 工程难点	26
157	26.5 工程意义	26
158	第 27 章 工程概况	27
159	27.1 工程背景	27
160	27.2 工程概况	27
161	27.3 工程特点	27
162	27.4 工程难点	27
163	27.5 工程意义	27
164	第 28 章 工程概况	28
165	28.1 工程背景	28
166	28.2 工程概况	28
167	28.3 工程特点	28
168	28.4 工程难点	28
169	28.5 工程意义	28
170	第 29 章 工程概况	29
171	29.1 工程背景	29
172	29.2 工程概况	29
173	29.3 工程特点	29
174	29.4 工程难点	29
175	29.5 工程意义	29
176	第 30 章 工程概况	30
177	30.1 工程背景	30
178	30.2 工程概况	30
179	30.3 工程特点	30
180	30.4 工程难点	30
181	30.5 工程意义	30
182	第 31 章 工程概况	31
183	31.1 工程背景	31
184	31.2 工程概况	31
185	31.3 工程特点	31
186	31.4 工程难点	31
187	31.5 工程意义	31
188	第 32 章 工程概况	32
189	32.1 工程背景	32
190	32.2 工程概况	32
191	32.3 工程特点	32
192	32.4 工程难点	32
193	32.5 工程意义	32
194	第 33 章 工程概况	33
195	33.1 工程背景	33
196	33.2 工程概况	33
197	33.3 工程特点	33
198	33.4 工程难点	33
199	33.5 工程意义	33
200	第 34 章 工程概况	34
201	34.1 工程背景	34
202	34.2 工程概况	34
203	34.3 工程特点	34
204	34.4 工程难点	34
205	34.5 工程意义	34
206	第 35 章 工程概况	35
207	35.1 工程背景	35
208	35.2 工程概况	35
209	35.3 工程特点	35
210	35.4 工程难点	35
211	35.5 工程意义	35
212	第 36 章 工程概况	36
213	36.1 工程背景	36
214	36.2 工程概况	36
215	36.3 工程特点	36
216	36.4 工程难点	36
217	36.5 工程意义	36
218	第 37 章 工程概况	37
219	37.1 工程背景	37
220	37.2 工程概况	37
221	37.3 工程特点	37
222	37.4 工程难点	37
223	37.5 工程意义	37
224	第 38 章 工程概况	38
225	38.1 工程背景	38
226	38.2 工程概况	38
227	38.3 工程特点	38
228	38.4 工程难点	38
229	38.5 工程意义	38
230	第 39 章 工程概况	39
231	39.1 工程背景	39
232	39.2 工程概况	39
233	39.3 工程特点	39
234	39.4 工程难点	39
235	39.5 工程意义	39
236	第 40 章 工程概况	40
237	40.1 工程背景	40
238	40.2 工程概况	40
239	40.3 工程特点	40
240	40.4 工程难点	40
241	40.5 工程意义	40
242	第 41 章 工程概况	41
243	41.1 工程背景	41
244	41.2 工程概况	41
245	41.3 工程特点	41
246	41.4 工程难点	41
247	41.5 工程意义	41
248	第 42 章 工程概况	42
249	42.1 工程背景	42
250	42.2 工程概况	42
251	42.3 工程特点	42
252	42.4 工程难点	42
253	42.5 工程意义	42
254	第 43 章 工程概况	43
255	43.1 工程背景	43
256	43.2 工程概况	43
257	43.3 工程特点	43
258	43.4 工程难点	43
259	43.5 工程意义	43
260	第 44 章 工程概况	44
261	44.1 工程背景	44
262	44.2 工程概况	44
263	44.3 工程特点	44
264	44.4 工程难点	44
265	44.5 工程意义	44
266	第 45 章 工程概况	45
267	45.1 工程背景	45
268	45.2 工程概况	45
269	45.3 工程特点	45
270	45.4 工程难点	45
271	45.5 工程意义	45
272	第 46 章 工程概况	46
273	46.1 工程背景	46
274	46.2 工程概况	46
275	46.3 工程特点	46
276	46.4 工程难点	46
277	46.5 工程意义	46
278	第 47 章 工程概况	47
279	47.1 工程背景	47
280	47.2 工程概况	47
281	47.3 工程特点	47
282	47.4 工程难点	47
283	47.5 工程意义	47
284	第 48 章 工程概况	48
285	48.1 工程背景	48
286	48.2 工程概况	48
287	48.3 工程特点	48
288	48.4 工程难点	48
289	48.5 工程意义	48
290	第 49 章 工程概况	49
291	49.1 工程背景	49
292	49.2 工程概况	49
293	49.3 工程特点	49
294	49.4 工程难点	49
295	49.5 工程意义	49
296	第 50 章 工程概况	50
297	50.1 工程背景	50
298	50.2 工程概况	50
299	50.3 工程特点	50
300	50.4 工程难点	50
301	50.5 工程意义	50

# 第1章 绪 论

## 1.1 地下结构的力学模型

地下结构泛指在地下修筑的各种结构物。地下结构和地面结构（如房屋、桥梁、水坝等）一样，都是一种结构体系，但两者之间在工作环境、力学作用机理等方面都存在着明显的差异。地下结构是处在复杂地质体中的结构物，要对其进行研究，必须抽象出一些既符合实际又便于分析计算的力学模型。

从世界各国的地下结构设计实践看，地下结构的力学模型经历了一个较长的发展过程，这与人们对地下结构力学特性的认识水平、地下结构的施工技术状况、岩土力学理论的发展、计算技术的进步等因素有关。目前，用于地下结构的计算模型有2类：一类是以支护结构作为承载主体，围岩作为荷载的来源，同时考虑其对支护结构变形约束作用的模型，称为结构力学模型；另一类则相反，视围岩为承载主体，支护结构则约束围岩向隧道内变形的模型，称为岩体力学或连续介质力学模型。

### 1. 结构力学的计算模型

该模型亦称荷载-结构模型或作用-反作用模型。将围岩与支护结构分开来考虑，支护结构是承载的主体，围岩作为荷载的来源和支护结构的弹性支承。在该模型中围岩对支护结构变形的约束作用是通过弹性支承来体现的，而围岩的承载能力则在确定围岩压力和弹性支承的约束能力时间接地考虑。围岩的承载能力越高，它给予支护结构的压力越小，弹性支承约束支护结构变形的弹性反力越大，相对来说，支护结构所起的作用就变小了。

荷载-结构模型是我国目前广泛采用的一种主要的地下结构计算模型。由于此模型概念清晰，计算简便，易于被工程师们所接受，故至今仍很通用，尤其是对模筑混凝土衬砌。

荷载-结构模型是从地面结构设计的力学分析方法发展而来的，大致可以分为以下4个阶段：

(1) 刚性结构阶段。19世纪的地下建筑物大都是以砖石材料砌筑的拱形圬工结构，这类建筑材料的抗拉强度很低，且结构物中存在较多的接触缝，容易产生断裂。因而最先出现的计算理论是将地下结构视为刚性结构的压力线理论。该理论认为：地下结构是由一些刚性块组成的拱形结构，所受的主动荷载是地层压力，当地下结构处于极限平衡状态时，它是由绝对刚体组成的三铰拱静定体系，铰的位置分别假设在墙底和拱顶，其内力可按静力学原理进行计算。

这种计算理论完全没有考虑围岩的作用，采用与地面结构分析方法一样的荷载模式，由于当时地下工程埋置深度不大，因而这些理论曾被认为是正确的。但压力线假设的计算方法不能反映地下结构的实际特点，计算出的结果不符合实际情况。以这种力学模型设计的隧道支护结构厚度往往偏大。

(2) 弹性结构阶段。19 世纪后期，混凝土和钢筋混凝土建筑材料的广泛应用，使地下结构具有较好的整体性。随着力学的发展，认为隧道支护结构是弹性连续拱架结构，用超静定结构力学方法计算结构内力，并提出了弹性连续拱架结构底部的约束作用，这已初步体现了地下结构的实际受力情况，是荷载-结构模型的雏形，如图 1.1.1 所示。该计算方法没有考虑地层对结构变形产生的约束作用，但以比较可靠的力学原理为依据，至今在设计地下结构时仍时有采用。

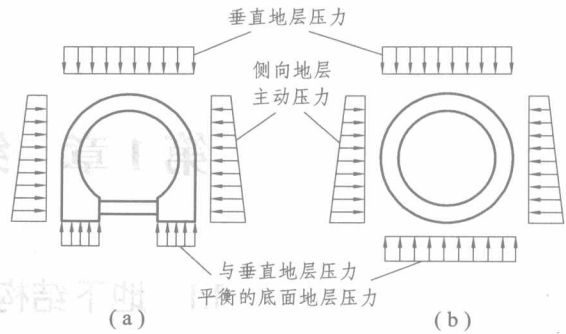


图 1.1.1 弹性连续拱架结构计算简图

(3) 假定弹性反力阶段。随着人们对地下结构结构力学行为认识的进一步深入，以及力学理论的进一步发展，20 世纪初，人们开始考虑围岩对隧道结构边墙的约束作用，由此出现了假定抗力法理论。该理论认为：隧道支护结构在承受围岩所施加的主动压力作用时将产生弹性变形，由于隧道支护结构周围有围岩存在，弹性变形将受到围岩的约束，这种约束力被称为弹性反力，它的大小与地层性质和隧道支护结构性质有关，如图 1.1.2 所示。

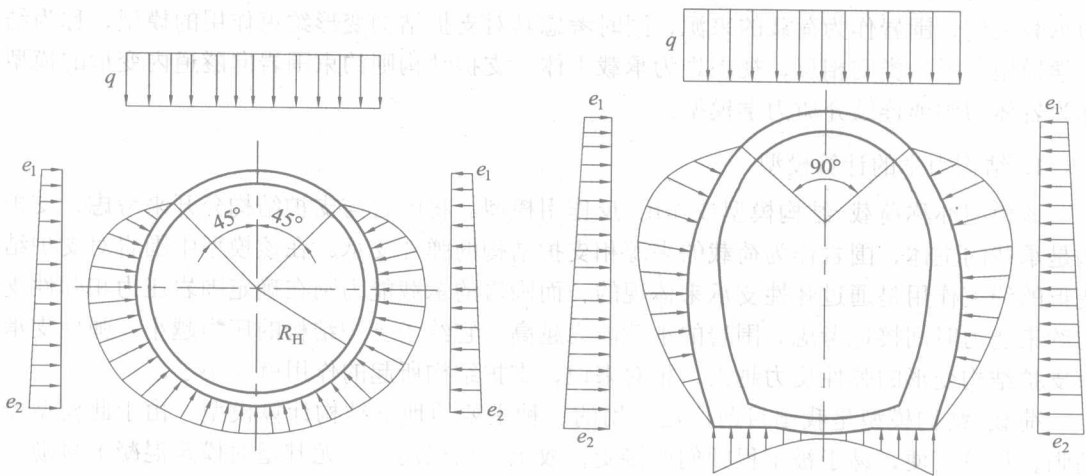


图 1.1.2 假定抗力法计算简图

(4) 计算反力阶段。假定抗力法在假定反力的作用范围时带有较大的主观性，为此，上世纪 30 年代，基于局部变形理论的弹性地基梁理论被提出，并应用于地下结构力学分析中。该理论假定：隧道支护结构是放置在弹性地基上的梁，梁在地层压力作用下将产生向地基方向变形，地基将给梁以反作用力（即弹性反力），弹性反力的大小和分布形式可根据不同的假定来得到。这些假定中，最常用的是局部变形理论（即温克尔假定），这一假定认为地基反力  $\sigma$  的大小与该点的地基沉降量  $\delta$  成正比，即

$$\sigma = k\delta \quad (1.1.1)$$

式中， $k$  为弹性压缩系数，其意义是使单位面积地基产生单位沉降量时所需要的力。

温克尔假定的实质是将地基看成是无限多个各自孤立的弹簧，梁放在弹簧上，地基沉降



即相当于弹簧压缩，弹簧常数即相当于弹性压缩系数，通过这一假定后，可以计算出地下结构的内力，并进行截面设计。由此可以看出，这一假定认为地基沉降只发生在梁的底面范围内，但实际上在梁的四周的地基也有沉降。计算简图如图 1.1.3 所示。

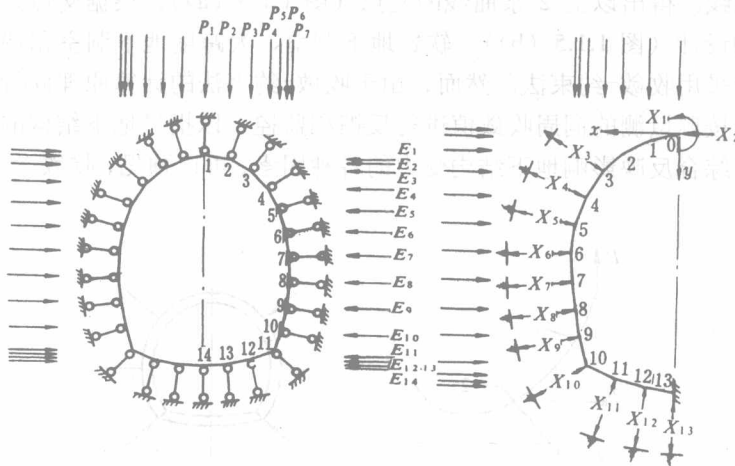


图 1.1.3 基于局部变形理论的弹性地基梁法计算简图

如果考虑梁四周的地基沉降，即为基于共同变形理论的弹性地基梁理论。该理论认为：地基是均匀的、各向同性弹性半无限体，梁就放在这种弹性半无限体上，在地层压力作用下要确定地基反力的大小，必须用弹性理论计算地基的沉降，由此，可计算出地下结构的内力，并进行截面设计。共同变形理论的优点在于：考虑各部分地层沉降的相互影响，在理论上比局部变形理论有所进步。但是，当地基为非线性材料并考虑隧道施工过程中，该理论将无法解答，为此，必须采用另一种计算模型，即围岩-结构模型。

## 2. 连续介质力学模型

由于人们认识到地下结构与地层是一个受力整体，20 世纪中期以来，随着岩体力学开始形成一门独立的学科，用连续介质力学理论计算地下结构内力的方法也逐渐发展。围岩的弹性、弹塑性及黏弹性解答逐渐出现。

该模型也称围岩-结构模型（图 1.1.4）。按连续介质力学原理及变形协调条件分别计算衬砌与围岩中的内力，并据此验算地层的稳定性和进行结构截面设计。

围岩-结构模型又称为现代的岩体力学模型。它是将支护结构与围岩视为一个整体，作为共同承载的地下结构体系，故也称复合整体模型。在这个模型中，围岩是直接的承载单元，支护结构是镶嵌在围岩孔洞上的承载环，只是用来约束和限制围岩的变形，两者共同作用的结果是使支护结构体系达到平衡状态。这一点正好和荷载-结构模型相反。

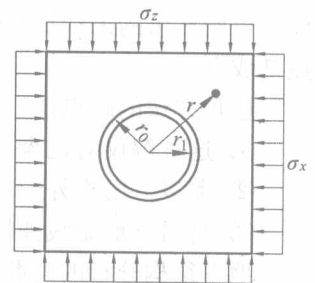


图 1.1.4 围岩结构模型

围岩-结构模型是目前隧道结构体系设计中力求采用的和正在发展的模型，因为它符合当前的施工技术水平。采用快速和早强的支护技术可以限制围岩的变形，从而阻止围岩松动压力的产生。特别适用于新奥法施工的支护结构——锚喷支护和复合式衬砌。

收敛-约束法严格地说来也应是连续介质力学的计算方法之一。其原理是按弹塑-黏性理论等推导公式后，在以洞周位移为横坐标、支护阻力为纵坐标的坐标平面内绘出表示地层受力变形特征的洞周收敛线，并按结构力学原理在同一坐标平面内绘出表示衬砌结构受力变形特征的支护约束线。得出以上 2 条曲线的交点（图 1.1.5 (a)），根据交点处表示的支护阻力值进行衬砌结构设计（图 1.1.5 (b)）。软岩地下洞室、大跨度地下洞室和特殊洞形的地下洞室的设计较适于采用收敛-约束法。然而，由于收敛-约束法的计算原理尚待进一步研究和完善，目前一般仅按照量测的洞周收敛值进行反馈和监控，以指导地下结构的设计与施工。因为地层变形能够综合反映影响地下结构受力的各种因素，可以预见，收敛-约束模型今后将获得很快地发展。

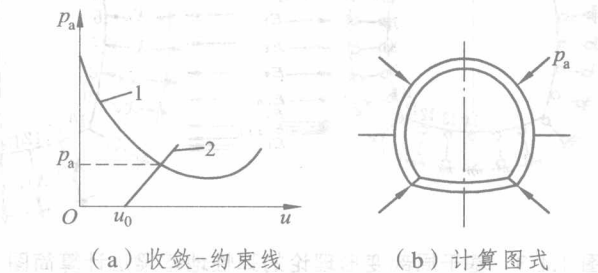


图 1.1.5 收敛-约束模型

1—洞周收敛线；2—支护约束线

## 1.2 地下结构力学分析方法

无论是结构力学计算模型，还是连续介质力学计算模型，最终都要求解出位移和应力（或内力），其求解方法大体上有 2 大类：

### 1. 解析法

该法是按古典结构力学和弹塑性力学来求解，如理想的地下结构，它能给出结构体系中任一点所要求的未知量在假定条件下的“精确解”，因而，它的解对地下结构中的所有无限个点都成立。

这种方法的缺点是：

- ① 这种解仅对包含未知量不多的比较简单的问题才是可能求得的；
- ② 荷载、结构外形和边界条件要比较规则；
- ③ 材料一般是线弹性材料。

地下结构分析的问题都是比较复杂的，很多情况下都不可能得到解析解。因此，对于复杂的地下工程实际问题，需要寻找其他解决方法。

### 2. 数值法

数值法适用于复杂性质的材料和变形（如非线性、非均值和各向异性材料，大变形及几何非线性等）、各种边界条件下任意荷载情况以及任意结构几何形状等。利用数值法，均可得到与实际情况近似的解，但解答仅限于在结构中各离散点给出未知量的近似的不连续的值，

并再按假定的位移（或应力）模式将其推算到其他任意点。

地下结构分析常用的数值方法有：有限单元法、有限差分法和边界单元法。

(1) 有限单元法。有限单元法，也称有限元法，是求解数学物理问题的一种数值计算近似方法。其基本思路可以归结为：将连续系统分割成有限个分区或单元，对每个单元提出一个近似解，再将所有单元按标准方法组合成一个与原有系统近似的系统。

有限元法不是从微分方程出发的，而是根据等价于微分方程的积分原理，该原理能以几种不同的方法来建立。有限元法中，组建节点平衡方程组最常用的方法是利用虚功原理和固体力学中的变分法（如最小势能原理）。

虚功原理：如果给在荷载系作用下处于平衡的可变形结构以微小虚位移，则外力系在虚位移上所做的虚功等于弹性体内应力在相应虚应变上所做的虚功（虚应变能）。

最小势能原理：在荷载作用下，将结构的总势能  $\Pi$  用受力变形而储存在结构内的应变能  $U$  和外力势能  $W_p$ （外力功的负值）的两者之和来表示，则在结构处于静力平衡状态时，总势能  $\Pi$  应该为极小值，即

$$\Pi = U + W_p \quad (1.2.1)$$

$$\delta \Pi = 0 \quad (1.2.2)$$

无论是虚功原理还是最小势能原理，最后都能得到每个节点的荷载-位移关系的平衡方程，从这些平衡方程解出节点位移（如用位移法），再求出各单元的应力和应变。

(2) 有限差分法 (FDM)。微分方程数值解中除少数较简单情况可用直接积分方法外，主要是采用有限差分法。有限差分法是计算机数值模拟最早采用的方法，至今仍被广泛运用。

该方法将求解域划分为差分网格，用有限个网格节点代替连续的求解域。有限差分法以 Taylor 级数展开等方法，把控制方程中的导数用网格节点上的函数值的差商代替进行离散，从而建立以网格节点上的值为未知数的代数方程组。该方法是一种直接将微分问题变为代数问题的近似数值解法，数学概念直观、表达简单，是发展较早且比较成熟的数值方法。

有限差分法是应用最早、最经典的 CFD（计算流体动力学）方法，它将求解域划分为差分网格，用有限个网格节点代替连续的求解域，然后将偏微分方程的导数用差商代替，推导出含有离散点上有限个未知数的差分方程组。差分方程组的解，就是微分方程的数值近似解。这种方法发展较早，比较成熟，较多地用于求解双曲型和抛物型问题。在此基础上发展起来的方法有 PIC (Particle-in-Cell) 法、MAC (Marker-and-Cell) 法，以及由美籍华人学者陈景仁提出的有限分析法 (Finite Analytic Method) 等。

(3) 边界单元法。该法是在近代有限元法基础上发展起来的一种新的计算方法。在工程中，常遇到的微分方程边界值问题多数可归划为边界积分方程求解，若再采用将边界离散为单元的插值方法，则又可以将边界积分方程转化成代数方程组而获得问题的数值解，这就是边界单元法。边界单元法仅需对问题的边界进行离散，先求得边界值的数值解，然后利用解析解求出计算域内任一点的解。

与有限元法相比，边界单元法可以将问题的维数降低，因此，输入的数据少，且域内点

的位移、应力计算精度高，对于隧道及地下工程中，常遇到的无限域（深埋隧道）或半无限域（浅埋隧道）的应力场计算问题，边界单元法更能显示其优点。但对于多层介质的应力场问题或塑性区较大的弹塑性应力场问题，使用边界单元法就比较麻烦，如将边界单元法和有限元法耦合应用，扬长避短，则是解决这类问题的有效途径，如图 1.2.1 所示。

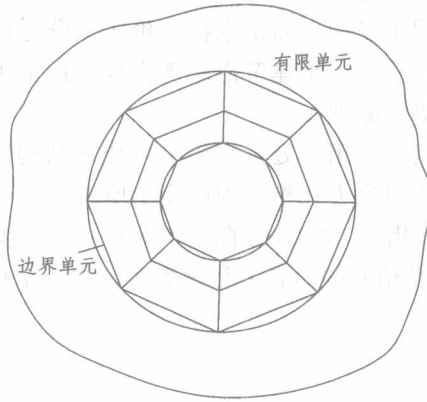


图 1.2.1 边界单元法和有限元法耦合

边界单元法有 2 种表述方式：一种是基于物理直观的间接解法；另一种是基于数学推理的直接解法。间接解法算法简洁，易于运用，直接解法概念清楚，推导严谨，但这两种方法都可以由 Somigliana 等式统一导出。

由于有限差分法和边界单元法有其局限性，而有限元法具有概念浅显、容易掌握、适用性强和应用范围广的特点，因此地下结构问题求解中常用有限单元法。地下工程有限元计算方法是将围岩和衬砌结构离散为仅在节点相连的诸单元的等价系统，将荷载移置于节点，利用插值函数考虑连续条件，引入边界条件，由矩阵力法或矩阵位移法求解围岩和衬砌结构的应力场和位移场的方法。它不但可以模拟各种施工过程和各种支护效果，同时可以分析复杂的地层情况（如断层、节理等地质构造以及地下水等）和材料的非线性等。因此，该法对分析整个支护体系的稳定性具有理论意义。

有限元法按其求解的未知量不同可分为力法、位移法和混合法；按其研究的对象可分为杆系结构有限元法、平面问题有限元法和空间问题有限元法等；按其研究的材料性质可分为线弹性有限元法、弹塑性有限元法、黏弹性有限元法、黏塑性有限元法、黏弹塑性有限元法。对于地下结构，荷载-结构模型采用杆系结构有限单元法，围岩-结构模型采用平面和空间问题有限单元法。本教材作为基础教材，主要讨论线弹性有限元法，求解的未知量为节点位移。

ANSYS 软件是融结构、热、流体、电磁、声学于一体的大型通用有限元软件，广泛用于核工业、铁道、石油化工、航空航天、机械制造、能源、汽车交通、国防军工、电子、土木工程、生物医学、水利、日用家电等一般工业及科学研究。该软件提供了不断改进的功能清单，具体包括：结构高度非线性分析、电磁分析、计算流体力学分析、设计优化、接触分析、自适应网格划分及利用 ANSYS 参数设计语言扩展宏命令功能。本书将以 ANSYS 作为工具软件，进行地下结构有限元分析介绍。

## 第 2 章 结构力学模型的数值方法

地下结构是建筑在地层中的封闭式结构, 就其结构本身而言是超静定结构。再考虑结构与围岩的相互作用, 由结构的变位才能确定弹性反力的范围和大小。而结构的变位又是在主动荷载和弹性反力共同作用下发生的, 所以, 求解的是一个非线性问题。根据解决这一非线性问题方式的不同, 可选用不同的计算方法。

(1) 主动荷载模型。当地层较为软弱, 或地层相对于结构的刚度较小, 不足以约束结构的变形时, 可以不考虑围岩对结构的弹性反力, 这样的模型称为主动荷载模型。饱和含水地层中的自由变形圆环、软基础上的闭合框架等, 常简化为该模型。该模型也常用于初步设计中。

(2) 假定弹性反力模型。该模型认为围岩对支护结构的变形存在约束作用及弹性反力, 但只在支护结构背后的一定范围内存在, 通过假定反力的分布图形、范围和数值大小, 可以用结构力学方法求解隧道支护结构的内力。这种方法称为假定弹性反力图形的计算方法。如布加耶娃法用于圆形和曲墙拱形结构的计算, 应用的就是该模型。

(3) 计算弹性反力模型。将弹性反力作用范围内围岩对衬砌的连续约束离散为有限个作用在衬砌节点上的弹性支承, 而弹性支承的弹性特性即为所代表地层范围内围岩的弹性特性, 根据结构变形计算弹性反力作用范围和大小, 称为计算弹性反力图形的方法。该计算方法需要采用迭代的方式逐步逼近正确的弹性反力作用范围。

以上 3 种形式模型的原理是相同的, 所不同的就是对弹性反力的考虑方法不同。由于弹性反力与地基变形直接相关, 所以, 它们的不同主要表现在对地基变形量的确定方法上, 为此, 可以用一种统一的方法来求解这 3 种情况, 这就是杆系结构有限元法。

地下结构杆系结构有限元法进行地下结构分析的基本原理为: 将结构与围岩共同组成的结构体系离散为由节点和单元 (梁单元、杆单元和弹性支承单元等) 组成的组合体。以每一个节点的  $u$ 、 $v$ 、 $\theta$  (分别为  $x$  方向、 $y$  方向的位移及  $xOy$  平面内的转角) 3 个位移为未知量。应用 2 个连续条件, 连接在同一节点各单元的节点位移应该相等, 并等于该节点的结构节点位移——变形协调条件; 作用于结构上某一节点的荷载必须与该节点上作用的各单元的节点力相平衡——静力平衡条件。首先要进行单元分析, 找出单元节点力与单元节点位移的关系——单元刚度矩阵, 然后进行整体分析, 建立起以节点静力平衡为条件的总体结构刚度方程式, 在总体结构刚度方程式中引入边界条件, 求得结构节点位移后, 再由各单元的节点荷载与位移的关系计算各单元的节点抗力、单元内力。其分析过程如下:

- ① 结构体系离散化;
- ② 单元分析;
- ③ 整体分析建立平衡方程;
- ④ 引入支承条件求位移;
- ⑤ 单元内力分析。

## 2.1 结构力学计算模型的建立

### 2.1.1 结构体系的理想化

在进行有限元分析时，要对隧道结构进行理想化，就是将地下结构看成有限个单元的组合物体，而单元和单元之间仅在单元的端点（亦称为节点）处相互连接，作用在结构上的外荷载和内力都只能通过节点进行传递，以节点位移（或节点力）来代表整个结构的变形状态（或受力状态）。这里的节点位移（或节点力）是广义的，包括线位移和角位移（或轴力、弯矩、剪力）。

对于地下结构体系来说，结构的理想化包括支护结构的理想化和围岩的理想化两部分内容。

#### 1. 支护结构理想化

由结构力学可知，一般的杆系结构常常可离散成杆、梁、柱等单元，并将单元的联结点视为节点。当然根据实际问题的需要，还可以将荷载作用点或其他由于某种原因所确定的点作为节点，将杆划分为更小的单元。对于地下支护结构来说，它基本上属于实体的拱形、圆形或矩形结构，其中，弯矩和轴力是主要因素，所以可将地下支护结构离散化为一些同时承受弯矩和轴力的直杆所组成的折线形组合物体。隧道支护结构单元的力学性质——荷载和位移的关系，由弹性地基梁理论确定，即它是小变形的，并符合胡克定律。通过地下支护结构单元可传递弯矩、轴力和剪力。结构离散单元数目视计算精度的需要而定，对整体式隧道衬砌不要少于 30 个单元，对于复合式隧道衬砌的喷层和二次衬砌分别不要少于 30 个单元。原则上每个单元的长度可以是不等的，但为计算方便，常以起拱线为界，拱、墙的单位各取相等的长度。同时又假定每个单元都是等厚度的，其计算厚度有 3 种取法：

- ① 取单元两端厚度的平均值；
- ② 取单元中点的厚度；
- ③ 取单元的平均厚度。

对于拱形结构，边墙底端是直接放在围岩上的，可视边墙底端是弹性固定的，能产生转动和垂直下沉。但由于边墙底面和围岩之间摩擦力甚大，故假定其不能产生水平位移。此时需在边墙底面的水平方向上加以约束，整体式隧道衬砌结构本身的理想化模型如图 2.1.1 所示。

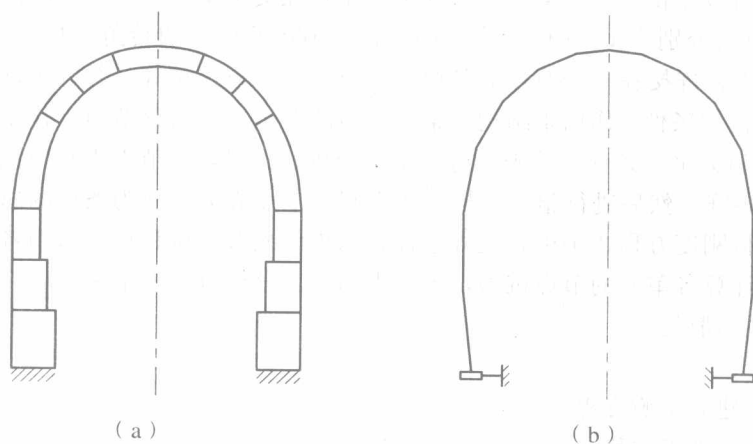


图 2.1.1 整体式拱形结构的理想化

对于复合式隧道衬砌，当喷层较薄（如 5 cm 以下）时，可以离散化为杆单元，当喷层较厚（如 5 cm 以上）时，可以离散化为梁单元；二次衬砌与整体式隧道衬砌相同，离散化为梁单元，喷层和二次衬砌之间用杆单元连接；喷层和二次衬砌底面可按整体式隧道衬砌底面处理，如图 2.1.2 所示。

当隧道结构和荷载都对称时，计算只需要在一半的支护结构上进行。而且，此时两边墙脚下沉量是相等的。均匀的下沉不会引起隧道结构的附加内力，所以，在计算中只需要考虑边墙底面弹性固定的转动，而不计它的沉陷。但是在荷载或结构不对称时就会引起结构中附加内力，因此，在计算中应予以考虑。

如需要在计算中考虑仰拱的作用，则可将仰拱、边墙和拱圈三者一并考虑，其理想化模型如图 2.1.3 所示。

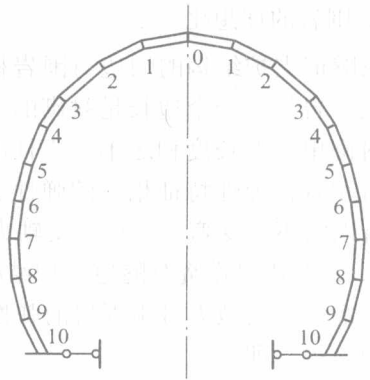


图 2.1.2 复合式隧道衬砌结构理想化

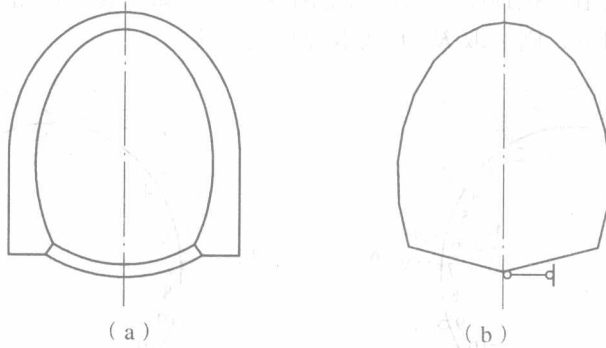


图 2.1.3 带仰拱隧道衬砌的理想化

对于圆形结构，衬砌结构底部外表面中心与围岩间的摩擦力很大，假定其不能产生水平位移，借此来消除衬砌绕瞬时中心旋转的可能，其结构理想化模型如图 2.1.4 所示。

对于矩形框架结构，底板直接支承在弹性地基上，衬砌结构底部与地基的摩擦力很大，其同样不能产生水平位移，其结构理想化模型如图 2.1.5 所示。

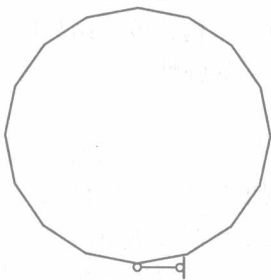


图 2.1.4 圆形结构的理想化

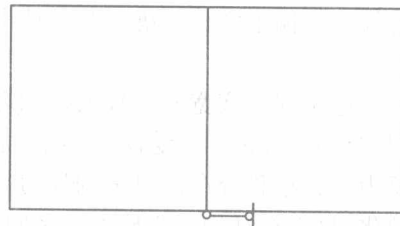


图 2.1.5 矩形结构的理想化

单元划分时，反力系数变化点、截面厚度变化点、集中荷载作用点、荷载突变处及锚杆的端点处应布置节点。

## 2. 围岩的理想化

在隧道支护结构的周边与围岩相互作用的区域内，将连续围岩离散为彼此不相关的独立岩柱。岩柱的一个边长是衬砌的纵向计算宽度，通常取单位长度；另一个边长是两个相邻的衬砌单元的长度和之半。岩柱的深度与传递轴力无关，故无需考虑。为了便于计算，用具有和岩柱弹性特征相同的弹性支承代替岩柱，并以铰接的方式作用在衬砌单元的节点上，所以它不承受弯矩，只承受轴力，如图 2.1.6 所示。弹簧服从局部变形假定（即温克尔假定）： $i$  点处的弹簧对隧道支护结构的反作用力（即弹性反力）正比于该弹簧的压缩量；而弹簧的弹性常数  $k$  可由围岩的弹性抗力系数（ $K$ ）和围岩与隧道支护结构单元的接触面积的乘积而得，即

$$k = Khb \quad (2.1.1)$$

式中， $h$  为相邻两隧道支护结构单元长度的  $1/2$ ； $b$  为隧道支护结构的计算宽度，在实际中，一般可取  $b=1\text{ m}$ ； $K$  为围岩的弹性抗力系数，在地下工程相关规范的给定范围内选用，并应与隧道支护结构背后回填质量和其材料联系起来考虑，在拱脚以上  $1\text{ m}$  范围内的边墙底部因回填密实可采用较大数值。拱顶中部和边墙范围内回填不如上述部位密实，则采用较小一些的数值。如根本没有回填，则可取  $K=0$  或取掉该处弹簧。

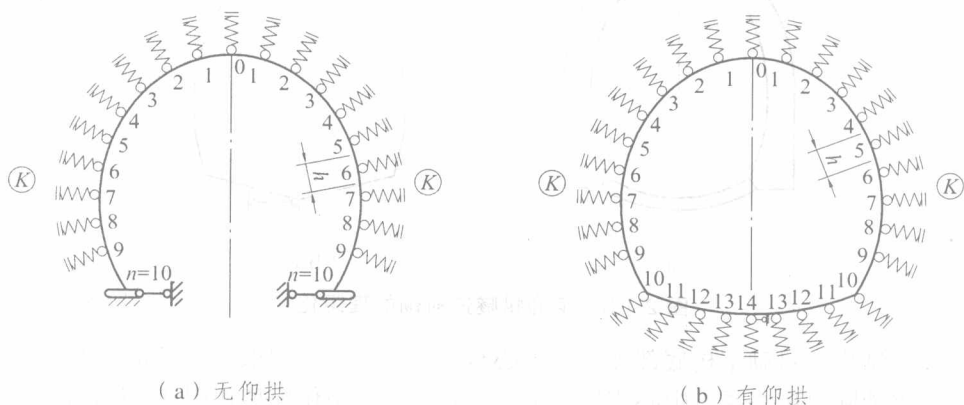


图 2.1.6 拱形结构围岩的理想化

圆形结构围岩的离散化与拱形结构相同，圆形结构弹簧的作用范围是在整个圆环上，如图 2.1.7 所示。矩形框架结构多用于浅埋、明挖法施工的地下结构，该类结构跨度较大，侧墙的刚度相对较大。偏于安全考虑，在设计中不考虑侧部地层的弹性反力，只考虑底部地基反力的作用。

矩形结构用途不同，底宽差异较大，加之地基条件的差别，关于地基反力的分布规律通常也有不同假定：① 当底面宽度较小、结构底板相对地层刚度较大时，假设底板结构是刚性体，则基底反力的大小和分布即可根据静力平衡条件按直线分布假定求得。该情况不存在底部围岩的离散化，只需在结构底部施加与竖向荷载大小相等、方向相反的地基反力即可。② 当底面宽度较大、结构底板相对地层刚度较小时，底板的反力与地基变形量成正比。该情况结构为支承在弹性地基上的框架结构，应对结构底部围岩进行离散化（图 2.1.8），通过理论计算确定地基反力的大小。



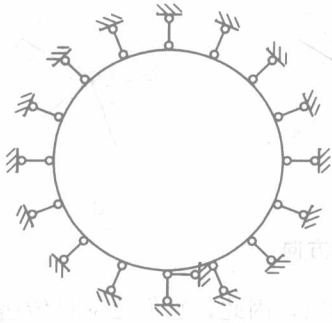


图 2.1.7 圆形结构围岩的离散化

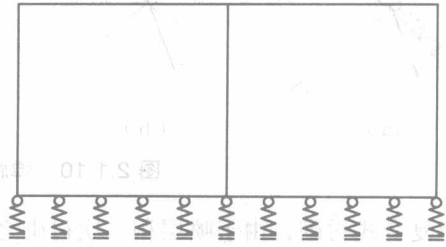


图 2.1.8 矩形框架结构围岩的离散化

上述 2 种方法求出的内力有较大差别，特别是对底板内力影响更为显著。在实际设计中是否应考虑弹性地基计算，这与作用在结构上的荷载性质、结构形式及地基因素有关，应结合实际情况综合考虑。

对于荷载-结构模型，如不考虑弹性反力，则支护结构周围的所有弹簧都去掉，如图 2.1.9 所示。如假定弹性反力，则拱顶部位假定的脱离区隧道支护结构的弹簧去掉，边墙和拱腰部位假定有反力的区域隧道支护结构设置弹簧，弹性反力系数由地下工程相关规范的给定。

弹簧设置的方向应该按照结构和围岩的联系情况而定。例如对于用混凝土泵灌注的整体式衬砌，它和围岩黏结非常牢固，也就是说两者之间不仅能传递径向应力而且还能传切向应力。那么，围岩不仅能限制衬砌的径向变形，而且还限制衬砌沿其轴线的切向变形。此时，最好设置两根弹簧：一根径向设置，代替围岩的径向约束；一根切向设置，代替围岩的切向约束（图 2.1.10 (a)）。又如一般浆砌片石或干砌片石回填，衬砌和围岩之间没有黏结力，只有当衬砌压向围岩变形时，围岩才能约束。也就是说两者之间只能传递径向应力而不能传递切向切力，如忽略衬砌与围岩接触面的摩擦力，则弹簧就应该沿衬砌轴线的径向设置（图 2.1.10 (b)）。又如衬砌背后用同级混凝土回填，则衬砌与围岩的黏结就比较好，此时，二者之间不仅能传递径向压应力，而且还能传递少量的径向拉应力（不超过衬砌与围岩之间的黏结力），而衬砌与围岩接触面方向的抗剪强度，则是压应力的函数，遵循莫尔-库仑条件，即

$$\tau = \sigma \tan \varphi + c \quad (2.1.2)$$

式中， $\tau$ 、 $\sigma$  分别为衬砌与围岩接触面的切向和法向应力； $\varphi$  为衬砌与围岩间的摩擦角； $c$  为衬砌与围岩的黏结力。故此时弹簧设置的方向应偏离衬砌轴线的法向一个似摩擦角  $\varphi_0$ ，如图 2.1.10 (c) 所示。为了简化计算也可以将弹簧水平设置（图 2.1.10 (d)）。后面两种情况，其计算结果十分相近。实际计算中考虑喷射混凝土长期失效剥离，从不利情况考虑，弹性支承按径向设置。

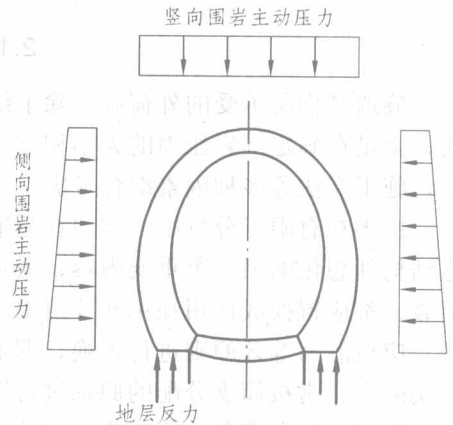


图 2.1.9 不考虑抗力