

小神童趣味电脑系列

侯铁年
史桂梅
格 诚
杨立军

编著

电脑趣味数学



有趣的数学 电脑解题
BASIC 语言编程

辽宁科学技术出版社

小神童趣味

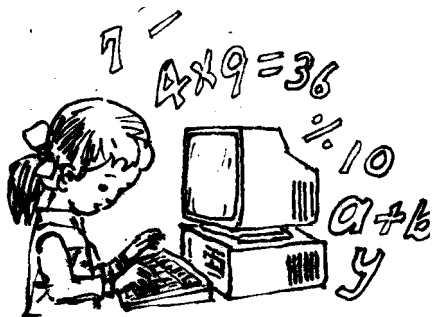
电脑趣

侯铁年
格诚

史桂梅
杨立军

辽宁科学技术出版社

江苏工学院图书馆藏
数学
沈阳



图书在版编目 (CIP) 数据

电脑趣味数学/侯铁年等编著. -沈阳: 辽宁科学技术出版社, 1997. 3

(小神童趣味电脑系列)

ISBN 7-5381-2458-6

I. 电… I. 侯… III. 数学-解题-计算机应用-普及读物 IV. 01-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (96) 第 19759 号

辽宁科学技术出版社出版
(沈阳市和平区北一马路 108 号 邮政编码 110001)
朝阳新华印刷厂印刷 辽宁省新华书店发行

开本: 787×1092 1/32 印张: 6 1/4 字数: 130,000
1997 年 3 月第 1 版 1997 年 3 月第 1 次印刷

责任编辑: 马旭东
封面设计: 曹太文

版式设计: 于 浪
责任校对: 王 莉

印数 1—4,000

定价: 9.90 元

丛书前言

电脑在我们生活的世界里,几乎是无处不有,无处不用。掌握电脑技术已成为现代人的重要标志。有远见卓识的家长已经或正准备为自己的孩子购置电脑,以使孩子有能力迎接新世纪的挑战。但是,不容忽视的是,在一些家庭里,孩子只是用电脑玩一些无益的游戏,更有甚者涉足黄毒。这个问题已引起了包括专家、家长在内的全社会的重视。针对这一情况,我们组织了一批有经验的电脑普及教育专家,编写了这套系列丛书《小神童趣味电脑系列》。本系列丛书选择了一系列既有知识性,又有趣味性的题目,编制了一些简短的程序。我们试图让孩子们通过输入并运行这些有趣的程序,能够熟悉电脑操作,了解程序的编写方法和思路,同时学习一些相关知识。

目前,中小学电脑教育普及率已达到了相当的水平。中小学电脑教学已从操作逐步转向编程。针对这一发展趋势,本系列丛书对每个题目的程序都做了分析,对关键程序语句做了特别讲解。因此,本书也可作为中小学电脑教学的辅助教材。

本系列丛书荣幸地聘请到了中国计算机学会普及委员会主任、国际信息学奥林匹克中国队总教练、清华大学教授吴文虎先生任顾问。吴文虎教授对本系列丛书的编写给予了大力支持,在此我们表示衷心感谢。

本系列丛书第一辑奉献给小读者的有:《电脑益智游戏》、《电脑音乐》、《LOGO 绘图》和《电脑趣味数学》。

编 者

1996年8月

前言

本书是“小神童趣味电脑系列”之一，主要介绍如何用电脑解答各类趣味数学题目。

本书所选题目主要来自国内外趣味数学、数学竞赛、智力测试等各种试题，内容广泛，妙趣横生，引人入胜，其中不少题目是出自著名数学家之手，也有我们自己改编的。这些题目把乏味的数学计算趣味化，既有利于开阔思路，发展智力，也有助于激发学生学习科学文化知识的热情和积极性。信息时代的青少年应该借助电脑来思考和解决各种数学问题，并学会编制简易程序，上机调试，初步掌握微电脑技术，打破对计算机的神秘感，培养进一步学习电脑的兴趣，以适应社会发展对人才素质的需要。

鉴于以上想法，我们编写了这本集知识性、趣味性于一体的电脑普及读物，奉献给广大的青少年朋友。

全书选编了 50 个 BASIC 趣味程序，均由作者亲自编写，并全部在 PC386 微型机、UCDOS5.0 及 GW-BASIC3.23 环境下运行通过，也适用于 PC486、PC286 及其兼容机。

本书可供青少年电脑爱好者阅读，也可供中小学师生参阅。

本书由侯铁年、史桂梅、格诚、杨立军合作编写。由于时间仓促，编者的水平有限，书中难免有疏漏之处，欢迎广大读者给予指正。

编 者

1996 年 8 月



丛书前言

前言

1. 猴子分苹果	1
2. 李白喝酒	6
3. 雪克分牛	10
4. 鸡蛋和梨子	14
5. 鸡兔同笼问题	18
6. 小猴吃桃	22
7. 分硬币	25
8. 猫狗赛跑	29
9. 分荔枝	33
10. 选驸马	38
11. 聪明的囚犯	42
12. 奇怪的老人	47
13. 林肯被刺是星期几	51
14. 师傅与徒弟	55
15. 维特的年龄	58
16. 奇妙的英语算式	61
17. 神偷的智慧	67
18. 桃三李四橄榄七	71
19. 猜生日	75
20. 丢番图的墓碑之谜	78
21. 和尚吃馒头	81
22. 虫子能爬到终点吗	84
23. 谁打破了花瓶	88
24. 半斤=八两	91
25. 国际象棋发明人的报酬	96

26. 完全数	100
27. 神奇的 1	104
28. 相亲数对	107
29. 水仙花数	111
30. 奇妙的西西弗斯数	115
31. 不怕撕裂的数	119
32. 费鲍纳西 (Fibonacci) 数列	122
33. 寻找算术素数数列	125
34. 欧拉遗产问题	129
35. 排三位数	133
36. 循环数列	137
37. 小学数学奥林匹克竞赛题	140
38. 选石榴	143
39. 最大值与最小值	146
40. 求四位数	149
41. 猜 a 和 b	152
42. 抹数求和	156
43. 方框中的数字	159
44. 有这样的三位数, 你相信吗?	162
45. 计算多项式的值	165
46. 一元二次方程问题	169
47. 解二元一次方程组	174
48. 排名次	179
49. 排成绩单	183
50. 杨辉三角形	188

1. 猴子分苹果

一、问题

海滩上有一堆苹果供 5 只猴子享用，第一只猴子来了，它把苹果分成 5 堆，每堆一样多，还剩下一个，扔到海里，自己拿 5 堆中的一堆离去。第二只猴子来了，它又把剩下的苹果平均分成 5 堆，又多了一个，它又扔掉，拿一堆离去，第三，四，五只猴子来了，也都是如此行事。问原来至少有多少个苹果？最后至少剩下多少个苹果？



这个问题是由英国著名物理学家狄立克提出的。

二、分析

根据题意，5 只猴子每次分成 5 堆，每次分完后都多余一

个苹果，现在我们在再添上 4 个苹果，看看情况与原来有什么不同。

第一只猴子来分时，恰好能分成 5 堆，每堆一样多（比原来每堆多一个）。第一只猴子取走一堆（相当于原来取走一堆并将一个苹果扔到海里），剩下的 4 堆苹果比原来剩下的 4 堆多出 4 个苹果。

第二只猴子来分时（由于多了 4 个苹果），又可以均分为 5 堆（每堆比原来分时多 1 个），所以，第一只猴子分的每堆中苹果数都是 5 的倍数。第二只猴子取走 5 堆中的一堆（相当于原来取其中一堆并将一个苹果扔到海里），剩下的 4 堆苹果比原来剩下的 4 堆多出 4 个苹果。

第三只猴子来分时，又可以均分 5 堆（每堆比原来的多 1 个），所以第二只猴子分的每一堆中苹果都是 5 的倍数，第一只猴子分的每一堆苹果数都是 5^2 的倍数。

依次类推，第四、三、二、一只猴子分的每一堆苹果数分别是 5 、 5^2 、 5^3 、 5^4 的倍数，所以添上 4 只苹果后，苹果总数至少有

$$5 \times 5^4 = 3125 \text{ 个}$$

原来至少应有 $3125 - 4 = 3121$ 个苹果

增添 4 个苹果后，第一只猴子至少剩下 4×5^4 个苹果，第二只猴子剩下 $4 \times 4 \times 5^3$ 个苹果，第三、四、五只猴子分别剩下 $4 \times 4 \times 4 \times 5^2$ 、 $4^4 \times 5$ 、 4^5 个苹果。因此去掉添上的苹果，最后至少剩下 $4^5 - 4 = 1024 - 4 = 1020$ 个苹果。

上述结论，我们是用小学的分析、推理方法得到的。同样，我们亦可以用代数的方法来解决。

首先，苹果总数被 5 整除余 1，其商为 1，即 $N = 5l + 1$ ，

第一只猴子拿走了 l 个，又扔掉一个，剩下 k 个， $k=4l=\frac{4}{5}(N-1)$ ，而此数又能被 5 除余 1，即 $k=5l_1+1$ ，而 $4l=k=5l_1+1$ ， $l=5l_1-4l=5(l-l_1)-1$ ，故 l 被 5 除余 4，或 $N=5l+1$ 被 25 除余 21，而满足此条件的自然数，可在每 25 个数目中找到一个。若我们任找一个则其他所有满足条件的数，皆可以加或减 25 的倍数而得到，又 $k=\frac{4}{5}(N-1)$ ，(经两只猴子分后的苹果数) 仍可被 5 除余 1。此时决定 l_1 被 5 除的余数，或 k 和 l 被 25 除的余数，或 N 被 125 除的余数，如此综合所有条件，决定 N 被 $5^5=3125$ 所得的余数，就可以找到答案，此余数必然在 $1\sim 3125$ 之间。

我们还可以计算 N 被 5^5 除的余数，但不一定要找出余数，因有一数 (-4) 可满足题目所有条件，被 5 除商 (-1) ，余 $(+1)$ ， (-4) 减去 1 再除以 $\frac{4}{5}$ (满足条件第一次剩下的) 等于 -4 ，再被 5 除时又余 $+1$ ，商为 -1 。故以满足关系式来论 -4 皆能满足条件，但苹果数必须为正数，可是我们已得到了满足条件的数 (-4) ，只要将此数加上 5^5 的倍数，皆可满足条件，而 5^5 的倍数，最少为 1 倍，即 5^5 ，故苹果数至少应该有 2^5-4 ，3121 个苹果。

三、程序设计思路

设原来至少有 x 个苹果，则每个小猴分得的一份为 $Z=\frac{Y-1}{5}$ ， Y 为每个小猴拿走自己一份后余下苹果， y 的取值初值为 x ， x 取一值后，判断每个小猴分得的一份苹果是否为整数，若不是整数，说明苹果数不对，用 $x=x+1$ 增加 1 个苹

果再算，再判断，直到分 5 次时，Z 全是整数为止。将 x, y 打印出来，即是本题所要求的至少应有的苹果数和剩余苹果数。

上述方法，在计算机上采用的是一种迭代的方法，首先选一个 y 值（初值 x），然后按算式迭代 5 次，考察结果是否为整数，如果结果不是整数，说明选定初值不合理，要改变初值，重新开始分，如果分 5 次结果，都是整数，则说明所给初值就是要求的结果。

四、程序设计及运行结果

```
10  x=1
20  Y=x
30  FOR K=1 TO 5
40  Z= (Y-1) /5
50  IF INT (Z) <> Z THEN  x=x+1: GOTO
    20
60  Y=4 * Z
70  NEXT K
80  PRINT "x="; x, "y="; Y
90  END
```

运行结果

RUN ↓

x=3121 y=1020

五、说明

本程序中 x 的取值是从 1 开始的，当然也可以大一些，这样可以提高程序的执行效率，考虑到一个数减 1 还能被 5 整

除, 那么这个数的尾数一定是 1 或者 6, 故可选取一个适当的尾数是 1 或是 6 的数作为 x 初值。

由于 5 只猴子分苹果, 每次均分后余 1, 因此, 在选定适当的初值后, 迭代判断结果, 如初值不合理, 那么下一值 x 值的选取可为 $x=x+5$, 这样 50 语句变为 IF INT (Z) < > Z THEN $x=x+5$; GOTO 20, 以进一步节省程序的运行时间。

本程序设计的初衷是使读者了解迭代方法的基本思想。程序中细节问题不在这里做进一步说明。

2. 李白喝酒

一、问题

我国宋元时期有一个著名的数学家叫朱世杰，在他所著的《四元玉鉴》一书中，有许多有趣的数学题，其中的李白喝酒就是一个广为流传的题目。原题是用古体诗写的，后人将它编成了一首通俗的歌谣：



李白街上走，
提壶去买酒。
遇店加一倍，
见花喝一斗。
三遇店和花，
喝光壶中酒。
试问壶中酒，
原有多少斗？

与此类似的问题在许多国家民间都十分流行。比如俄国

数学家杰普曼在他的《趣味数学解题故事》一书中，就载有一个俄罗斯民间流传的分苹果问题：

妈妈要把一篮苹果分给三个孩子。她把全部苹果的一半和半个苹果分给了老大，将剩下的一半和半个苹果分给了老二；把再剩下的一半和半个苹果分给了老三。这时篮子中恰好没有苹果了。当然，妈妈在分苹果时没有用刀切开任何一个苹果。试问每个孩子分到了几个苹果？篮子内原来有多少个苹果？

二、分析

上面两个问题，都是数学上的还原问题。这类还原问题如果用代数方程方法去算，反而工作量大，运算烦杂。倒是用推理的方法较为简单，只需进行四则运算即可。解题的关键是逆推，即从最后的结果入手，一步步地向前推，直至求出最原始的数目。

以李白喝酒问题为例：因为李白每次喝 1 斗酒，而最后酒壶又没有酒了，所以在李白第 3 次见到花之前，壶中应只有 1 斗酒；“遇店加一倍”，可以使我们推断出第 3 次遇店前，壶中应只有 $\frac{1}{2}$ 斗酒。依此类推，第 2 次见花之前，壶内有 $\left(1 + \frac{1}{2}\right)$ 斗酒，第 2 次遇店之前，壶内酒为 $\frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{1}{2}\right)$ 斗；第 1 次见到花之前，壶内有酒 $\left[\frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{1}{2}\right) + 1\right]$ 斗，在第 1 次遇店前，即壶中原有的酒为 $\frac{1}{2} \times \left[\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} + 1\right) + 1\right] = \frac{7}{8}$ 斗。

对于分苹果问题，推理过程与上面相似，由题目条件可确定老三分到 $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)$ 个；逆推上去，老二分之前，还有 $2 \times$

$\left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}\right]$ 个;老大之前,即原来篮子中的苹果总数为:

$$2 \times \left\{ 2 \times \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \right] + \frac{1}{2} \right\} = 7$$

三、程序设计思路

还原类型的算术题,最适于采用计算机语言中的递推算法。所谓递推算法,就是从已知的初始条件出发,逐次推出所要求的各中间结果及最后结果。初始条件或题目中已经给定,或是对问题的分析而确定。递推时,表示中间步骤的关系式叫递推关系式。确定了初始条件和递推关系式后,就可以进行求解了。

以李白喝酒问题为例,设李白第1次,第2次,第3次遇店前,他壶中的酒分别为 I_1 , I_2 和 I_3 斗,则由前面的分析可知: $I_3 = \frac{1}{2}$ (一斗酒的一半), $I_2 = \frac{1}{2} (1 + I_3)$; $I_1 = \frac{1}{2} (I_2 + 1)$ 。更一般的递推关系式为: $I_{n-1} = \frac{1}{2} \times (I_n + 1)$, $n = 2, 3$ 。(归纳出更一般的递推关系式,在需要递推的次数很大时,就显示出了具有优越性。)

四、程序及运行结果

```
10 I=0.5
20 FOR K=1 TO 3
30 PRINT K; I
40 I=0.5 * (I+1)
50 NEXT K
60 END
```

运行结果

1. 0.5
2. 0.75
3. 0.875

五、说明

1. 程序运行的结果是以十进制小数形式表示的, 这种表示数据的方法是由 BASIC 的数据类型决定的。每种计算机语言都规定了几种数据类型。小数形式与我们前面分析结果中的分数形式是一致的。即 $\frac{1}{2}=0.5$, $\frac{3}{4}=0.75$, $\frac{7}{8}=0.875$ 。

2. 对分苹果问题, 初始条件变为 $I_3=1$, 递推关系式变为 $I_{n-1}=2 \times \left[I_n + \frac{1}{2} \right]$, $n=2, 3$ 。读者可以对上面的程序稍作修改, 就能得到正确的答案。

从递推法中可以看出: 用计算机解数学问题时, 关键是要将问题分析透彻, 并将问题中的每一个“动作”(例如“遇店加一倍”, “见花喝一斗”), 都用数学关系表示出来。由此可以消除我们对计算机的神秘感, 了解到计算机的运算都是在人的命令下执行, 只不过它算得更快、更准和更认真罢了。

3. 雪克分牛

一、问题

位于中东流域的古代巴比伦国，是世界文明古国之一。阿拉伯人继承了巴比伦人的数学知识，又吸收了印度人的数学成果，因而研究出了许多有趣的数学题目。雪克分牛就是很有代表性的一个。

雪克是阿拉伯地区的一位著名的数学家。这个地区有一个商人，临终前把三个儿子叫到跟前说：“我的遗产只有十九头牛，我死后，你们分了吧！老大分总数的 $\frac{1}{2}$ ，老二分总数的 $\frac{1}{4}$ ，老三分总数的 $\frac{1}{5}$ 。”

商人死后，三个儿子在分牛时遇到了无法克服的困难。19用2、4、5除都不能整除，又不能将牛杀掉，该如何执行遗嘱呢？他们愁眉苦脸地思考了很久，也毫无办法，只得求助于雪克。雪克稍作思考，就圆满地将这个问题解决了。

二、分析

雪克的解法聪明又绝妙：他让三个儿子先从邻居家借来一头牛，这样就共有20头牛了。老大分 $\frac{1}{2}$ ，应得10头牛；老