



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

电子信息与电气学科规划教材·电子电气基础课程

信号与系统

重点与难点解析及模拟题

(第三版)

李辉 主编



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY <http://www.phei.com.cn>

电子信息与电气学科规划教材·电子电气基础课程

信号与系统 重点与难点解析及模拟题

(第三版)

李 辉 主编

段哲民 严家明 冯晓毅 李 宏 编

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书为普通高等教育“十一五”国家级规划教材《信号与系统》(第三版)的配套辅助教材,是根据教育部高等学校电子信息科学与电气信息类基础课程教学指导分委员会制定的“信号与系统课程教学基本要求”编写的。基本内容分为:信号与系统的基本概念、连续系统时域分析、连续信号频域分析、连续系统频域分析、连续系统的复频域分析、复频域系统函数与系统模拟、离散信号与系统时域分析、离散信号与系统Z域分析、状态变量法等9章,每章分为基本要求、重点与难点、典型例题、习题详解4个部分,最后为考研模拟题及其解析等内容。

本书可作为普通高等学校电子信息科学与工程类专业、自动化专业、电气工程、计算机科学等专业的本科生信号与系统课程的辅导教材,报考研究生的复习资料,也可供其他专业选用和有关工程技术人员参考。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统重点与难点解析及模拟题/李辉主编. —3版. —北京:电子工业出版社,2009.2
电子信息与电气学科规划教材·电子电气基础课程
ISBN 978-7-121-08099-9

I. 信… II. 李… III. 信号系统—高等学校—教学参考资料 IV. TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第003424号

策划编辑:陈晓莉

责任编辑:陈晓莉

印 刷:北京市天竺颖华印刷厂

装 订:三河市鑫金马印装有限公司

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编100036

开 本:787×1092 1/16 印张:24.5 字数:628千字

印 次:2009年2月第1次印刷

印 数:4000册 定价:40.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系。联系及邮购电话:(010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn,盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线:(010)88258888。

前 言

“信号与系统”课程是电子、通信、计算机、自动控制、信息处理等专业的重要的技术基础课程,在教学中具有承前启后、继往开来的作用,是学生合理知识结构的重要组成部分,在发展智力、培养能力和良好的非智力素质方面,起着极为重要的作用。

“信号与系统”课程的特点是内容多,用到的工程数学知识多,习题类型多。因此,学生感到比较抽象,难度大,不易掌握其重点内容。为此,我们在由范世贵教授主编的《信号与系统常见题型解析及模拟题》和范世贵、李辉、冯晓毅等教授编写的《信号与系统导教、导学、导考》的基础上,根据教育部高等学校电子信息科学与电气信息类基础课程教学指导分委员会制定的“信号与系统课程教学基本要求”编写了本书。

本书编写是以段哲民、严家明、李辉、李宏、冯晓毅编写的普通高等教育“十一五”国家级规划教材《信号与系统》(第三版)^①教科书的内容、结构体系、章节顺序为蓝本,基本内容分为:信号与系统的基本概念、连续系统时域分析、连续信号频域分析、连续系统频域分析、连续系统的复频域分析、复频域系统函数与系统模拟、离散信号与系统时域分析、离散信号与系统Z域分析、状态变量法等9章,每章分为基本要求、重点与难点、典型例题、习题详解4个部分,最后增加了考研模拟题及其解析等内容。

本书由李辉、段哲民、严家明、冯晓毅、李宏、范世贵等编写。其中李辉提出了编写提纲,编写了第5章、第6章及模拟题,并和范世贵共同完成了统稿;段哲民编写了第1章;严家明编写了第7章、第8章;冯晓毅编写了第2章、第9章;李宏编写了第3章、第4章。

本书可作为普通高等学校电子信息科学与工程类专业、自动化专业、电气工程、计算机科学等专业的本科生信号与系统课程的辅导教材,报考研究生的复习资料,也可供有关工程技术人员参考。

本书编写过程中得到了西北工业大学电子信息学院的支持与指导;电子科学与技术系朱岩、杨雨奇、蒋雯、周巍、孙伟、尹熙鹏、胡红旗等老师给予了热情帮助和支持,在此均深表感谢。

由于水平有限,书中不妥之处难免,敬请批评指正。

编 者

2008年10月

^① 书号 978-7-121-05875-2,定价 35.00 元,电子工业出版社 2008 年 2 月出版。

目 录

第 1 章 信号与系统的基本概念	1
1.1 基本要求	1
1.2 重点与难点	1
1.2.1 信号的定义与分类	1
1.2.2 基本连续信号	1
1.2.3 $\delta(t)$ 函数的性质	3
1.2.4 $\delta'(t)$ 函数的性质	4
1.2.5 信号的时域分解	4
1.2.6 信号的时域变换	5
1.2.7 信号的时域运算	5
1.2.8 系统的定义与分类	6
1.2.9 线性时不变系统的性质	6
1.3 典型例题	6
1.4 本章习题详解	21
第 2 章 连续系统时域分析	29
2.1 基本要求	29
2.2 重点与难点	29
2.2.1 系统的微分方程的建立	29
2.2.2 微分方程的经典求解	29
2.2.3 微分方程的微分算子表示	30
2.2.4 零输入响应的求解	30
2.2.5 系统的冲激响应与阶跃响应	31
2.2.6 卷积积分	32
2.2.7 求系统零状态响应的卷积积分法	33
2.3 典型例题	34
2.4 本章习题详解	45
第 3 章 连续信号频域分析	57
3.1 基本要求	57
3.2 重点与难点	57
3.2.1 任意信号表示为完备的正交函数集	57
3.2.2 周期信号的频域分析	58
3.2.3 非周期信号的频域分析	59

3.2.4	周期信号的傅里叶变换	62
3.2.5	功率信号与功率谱,能量信号与能量谱	62
3.3	典型例题	63
3.4	本章习题详解	90
第4章	连续系统频域分析	107
4.1	基本要求	107
4.2	重点与难点	107
4.2.1	频域系统函数 $H(j\omega)$	107
4.2.2	非正弦周期信号激励下系统的稳态响应	108
4.2.3	非周期信号激励下系统零状态响应的求解	110
4.2.4	理想低通滤波器及其传输特性	110
4.2.5	信号传输不失真条件	110
4.2.6	抽样信号与抽样定理	111
4.2.7	调制与解调	111
4.3	典型例题	112
4.4	本章习题详解	122
第5章	连续系统的复频域分析	150
5.1	基本要求	150
5.2	重点与难点	150
5.2.1	单边拉普拉斯变换的定义及收敛域概念	150
5.2.2	单边拉普拉斯变换的性质	151
5.2.3	单边拉普拉斯反变换——由 $F(s)$ 求 $f(t)$	153
5.2.4	电路元件的 s 域电路模型	154
5.2.5	KCL 与 KVL 的 s 域形式	156
5.2.6	线性系统 s 域分析方法的步骤	156
5.3	典型例题	157
5.4	本章习题详解	167
第6章	复频域系统函数与系统模拟	183
6.1	基本要求	183
6.2	重点与难点	183
6.2.1	s 域系统函数 $H(s)$	183
6.2.2	系统函数 $H(s)$ 的应用	184
6.2.3	系统的框图及信号流图与模拟	187
6.2.4	梅森公式	188
6.2.5	系统的稳定性及其判定	188
6.3	典型例题	189
6.4	本章习题详解	212

第 7 章 离散信号与系统时域分析	230
7.1 基本要求	230
7.2 重点与难点	230
7.2.1 离散信号的能量和功率	230
7.2.2 离散时间信号的时域运算和分解	230
7.2.3 常用的离散时间信号	231
7.2.4 离散序列的卷积和运算	232
7.2.5 离散 LTI 系统的概念与模型	233
7.2.6 离散 LTI 系统的特性	233
7.2.7 离散 LTI 系统的时域经典分析——差分方程经典解法	234
7.2.8 单位序列响应	234
7.2.9 用卷积和分析法求 LTI 系统的零状态响应	235
7.2.10 用零输入响应—零状态响应法求离散 LTI 系统的全响应	235
7.3 典型例题	236
7.4 本章习题详解	245
第 8 章 离散信号与系统 z 域分析	255
8.1 基本要求	255
8.2 重点与难点	255
8.2.1 z 变换	255
8.2.2 z 反变换的求法	258
8.2.3 利用 z 变换求因果系统的响应	260
8.2.4 z 域系统函数	260
8.2.5 系统函数的应用	261
8.2.6 用 Jury 准则判定因果系统的稳定性	262
8.3 典型例题	263
8.4 本章习题详解	274
第 9 章 状态变量法	291
9.1 基本要求	291
9.2 重点与难点	291
9.2.1 连续系统状态方程与输出方程的建立	291
9.2.2 连续系统状态方程与输出方程的 s 域解法	292
9.2.3 连续系统状态方程与输出方程的时域解法	292
9.2.4 离散系统状态方程与输出方程的列写	293
9.2.5 状态方程与输出方程的 z 域求解	294
9.2.6 状态方程与输出方程的时域求解	295
9.2.7 由状态方程判断系统的稳定性	295
9.3 典型例题	296

9.4 本章习题详解	315
模 拟 题(一)	336
模拟题(一)解析与答案	337
模 拟 题(二)	342
模拟题(二)解析与答案	345
模 拟 题(三)	352
模拟题(三)解析与答案	354
模 拟 题(四)	360
模拟题(四)解析与答案	362
模 拟 题(五)	369
模拟题(五)解析与答案	371
模 拟 题(六)	377
模拟题(六)解析与答案	379
参 考 文 献	384

第 1 章 信号与系统的基本概念

本章论述了信号分析和系统分析的问题:信号分析部分主要论述信号的描述、运算及变换等问题;系统分析部分主要研讨系统的特性和模型,以及系统在激励作用下的响应等问题。

1.1 基本要求

- (1) 了解信号与系统的基本概念与定义,会画出信号的波形。
- (2) 了解常用基本信号的时域描述方法及其特点与性质,并会应用这些性质。
- (3) 深刻理解信号的时域分解及其变换与运算的方法,并会求解。
- (4) 深刻理解线性时不变系统的定义与性质,并会应用这些性质。

1.2 重点与难点

1.2.1 信号的定义与分类

1. 信号的定义

信号是带有信息(如语音,音乐,图像,数据等)的随时间(或空间)变化的物理量或物理现象,其图像称为信号的波形。

2. 信号的分类

信号的分类见表 1.1。

表 1.1 信号的分类

序号	分 类
1	连续信号与离散信号
2	确定信号与随机信号
3	周期信号与非周期信号
4	模拟信号与数字信号
5	实信号与复信号
6	能量信号与功率信号
7	非量化信号与量化信号
8	因果信号与非因果信号

备注:信号还有其他的分类形式。

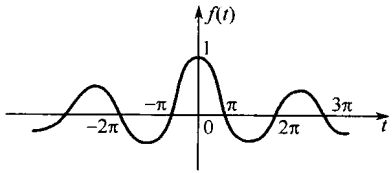
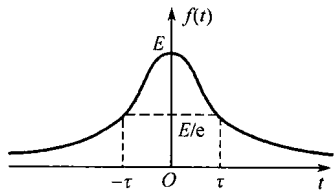
1.2.2 基本连续信号

表 1.2 列出了常用的基本连续信号的函数式及波形。

表 1.2 基本连续信号

序号	名称	函数式	波形
1	直流信号	$f(t) = A, t \in R$	
2	正弦信号	$f(t) = A \cos(\omega t + \psi), t \in R$	
3	单位阶跃信号	$U(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$	
4	单位门信号	$G_{\tau}(t) = \begin{cases} 0, & t < -\frac{\tau}{2}, t > \frac{\tau}{2} \\ 1, & -\frac{\tau}{2} < t < \frac{\tau}{2} \end{cases}$	
5	单位冲激信号	$\begin{cases} \delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \end{cases}$	
6	单位冲激偶信号	$\delta'(t) = \frac{d}{dt} \delta(t)$	
7	符号函数	$\text{sgn}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases}$	
8	单位斜坡信号	$r(t) = tU(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ t, & t \geq 0 \end{cases}$	
9	单边衰减指数信号	$f(t) = Ae^{-\alpha t} U(t) (\alpha > 0)$	

(续表)

序号	名称	函数式	波形
10	抽样信号	$f(t) = \frac{\sin t}{t} = \text{Sa}(t) (t \in \mathbb{R})$	
11	复指数信号	$f(t) = Ae^{st} = Ae^{\sigma t} (\cos \omega t + j \sin \omega t) (t \in \mathbb{R})$ $s = \sigma + j\omega$	
12	钟形信号	$f(t) = Ee^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2}, t \in \mathbb{R}$	

1.2.3 $\delta(t)$ 函数的性质

表 1.3 列出 $\delta(t)$ 函数的性质。

表 1.3 $\delta(t)$ 函数的性质

序号	名称	函数表述
1	与有界函数 $f(t)$ 相乘	$f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$ $f(t)\delta(t-t_0) = f(t_0)\delta(t-t_0)$
2	抽样性(积分性)	$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0)$ $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-t_0)dt = f(t_0)$
3	$\delta(t)$ 为偶函数	$\delta(t) = \delta(-t)$
4	$\delta(t)$ 与 $U(t)$ 的关系	$\delta(t) = \frac{d}{dt}U(t)$ $U(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\tau)d\tau$
5	微分性——单位冲激偶信号	$\delta'(t) = \frac{d}{dt}\delta(t)$ $f(t)\delta'(t) = f(0)\delta'(t) - f'(0)\delta(t)$
6	尺度变换(展缩性)	$\delta(at) = \frac{1}{a}\delta(t), a > 0$
7	卷积性	$f(t) * \delta(t) = f(t), f(t) * \delta(t \pm T) = f(t \pm T)$

1.2.4 $\delta'(t)$ 函数的性质

表 1.4 列出 $\delta'(t)$ 函数的性质。

表 1.4 $\delta'(t)$ 函数的性质

序号	名称	性质的数学描述
1	定义	$\delta'(t) = \frac{d}{dt}\delta(t)$
2	奇函数	$\delta'(t) = -\delta'(-t)$
3	与有界函数 $f(t)$ 相乘	$f(t)\delta'(t) = f(0)\delta'(t) - f'(0)\delta(t)$ $f(t)\delta'(t-t_0) = f(t_0)\delta'(t-t_0) - f'(t_0)\delta(t-t_0)$
4	尺度变换(展缩性)	$\delta'(at) = \frac{1}{a^2}\delta'(t), a > 0$
5	积分性	$\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t) dt = 0, \int_{-\infty}^t \delta'(\tau) d\tau = \delta(t)$ $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta'(t) dt = -f'(0), \int_{-\infty}^{\infty} f(t_0)\delta'(t-t_0) dt = -f'(t_0)$
6	卷积性	$f(t) * \delta'(t) = f'(t), f(t) * \delta'(t \pm T) = f'(t \pm T)$

1.2.5 信号的时域分解

(1) 任意信号 $f(t)$ 可分解为在不同时刻阶跃的具有不同阶跃幅度的无穷多个阶跃函数的连续和,即

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f'(\tau)U(t-\tau)d\tau \approx \sum_{k=-\infty}^{\infty} f'(k\Delta\tau)U(t-k\Delta\tau)\Delta\tau$$

(2) 任意信号 $f(t)$ 可分解为在不同时刻出现的具有不同强度的无穷多个冲激函数的连续和,即

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\delta(t-\tau)d\tau \approx \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k\Delta\tau)\delta(t-k\Delta\tau)\Delta\tau$$

(3) 任意信号 $f(t)$ 可分解为直流分量 $f_D(t)$ 与交流分量 $f_A(t)$ 之和,即

$$f(t) = f_D(t) + f_A(t)$$

(4) 任意信号 $f(t)$ 可分解为偶分量 $f_e(t)$ 与奇分量 $f_o(t)$ 之和,即

$$f(t) = f_e(t) + f_o(t)$$

式中

$$f_e(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f(-t)]$$

$$f_o(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f(-t)]$$

1.2.6 信号的时域变换

表 1.5 列出信号的时域变换。

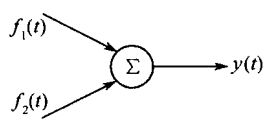
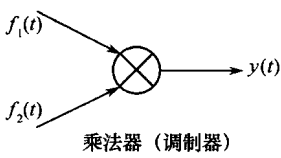
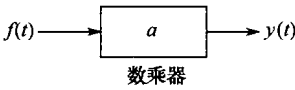
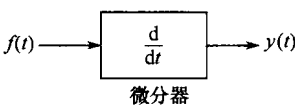
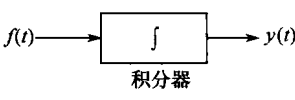
表 1.5 信号的时域变换

序号	原信号	变换的名称	变换后的信号
1	$f(t)$	折叠	$f(-t)$
2	$f(t)$	时移 τ	$f(t - \tau)$
3	$f(t)$	倒相	$-f(t)$
4	$f(t)$	时域展缩	$f(at)$ $0 < a < 1$ 展宽 $a > 1$ 压缩

1.2.7 信号的时域运算

表 1.6 列出信号时域的相关运算。

表 1.6 信号的时域运算

序号	名称	系统模拟	运算式
1	相加		$y(t) = f_1(t) + f_2(t)$
2	相乘		$y(t) = f_1(t) f_2(t)$
3	数乘		$y(t) = af(t)$
4	微分		$y(t) = \frac{d}{dt} f(t)$
5	积分		$y(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$

1.2.8 系统的定义与分类

能够完成某种变换与运算或传输功能的集合体称为系统,如图 1.1 所示。其中, $H[]$ 称为算子,表示将输入信号 $f(t)$ 进行某种运算后即得输出信号 $y(t)$ 。

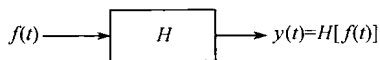


图 1.1

根据不同的分类原则,系统可以分为:

(1) 动态系统与非动态系统。若系统在 t_0 时刻的响应 $y(t_0)$, 不仅与 t_0 时刻的激励 $f(t_0)$ 有关, 且与区间 $(-\infty, t_0]$ 的激励有关, 则这种系统称为动态系统, 也称记忆系统。若系统在 t_0 时刻的响应 $y(t_0)$ 只与 t_0 时刻的激励 $f(t_0)$ 有关, 则这种系统称为非动态系统或静态系统, 也称非记忆系统或即时系统。

(2) 线性系统与非线性系统。能同时满足齐次性与叠加性的系统称为线性系统。满足叠加性是线性系统的必要条件。不能同时满足齐次性与叠加性的系统称为非线性系统。

(3) 时不变系统与时变系统。能满足时不变性质的系统称为时不变系统, 否则称为时变系统。

(4) 因果系统与非因果系统。能满足因果性质的系统称为因果系统, 也称可实现系统。因果系统的特点是, 当 $t > 0$ 时作用于系统的激励, $t < 0$ 时不会在系统中产生响应。不满足因果性质的系统称为非因果系统, 也称为不可实现系统。

(5) 连续时间系统与离散时间系统。

(6) 集中参数系统与分布参数系统。

1.2.9 线性时不变系统的性质

设 $f(t) \rightarrow y(t)$, $f_1(t) \rightarrow y_1(t)$, $f_2(t) \rightarrow y_2(t)$, A, A_1, A_2 为任意常数。则线性时不变系统的性质如表 1.7 所示。

表 1.7 线性时不变系统的性质

序号	名称	数学描述
1	齐次性	$Af(t) \rightarrow Ay(t)$
2	叠加性	$f_1(t) + f_2(t) \rightarrow y_1(t) + y_2(t)$
3	线性	$A_1f_1(t) + A_2f_2(t) \rightarrow A_1y_1(t) + A_2y_2(t)$
4	时不变性(延迟性)	$f(t - \tau) \rightarrow y(t - \tau)$
5	微分性	$\frac{df(t)}{dt} \rightarrow \frac{dy(t)}{dt}$
6	积分性	$\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau \rightarrow \int_{-\infty}^t y(\tau) d\tau$

1.3 典型例题

【例 1.1】判断下列各信号是否为周期信号, 若为周期信号, 求出其周期。

(1) $f(t) = \cos 8t - \sin 12t$

(2) $f(t) = \cos 2t + 2\sin \pi t$

(3) $f(k) = \cos \omega k$, ω 为正整数

(4) $f(k) = \cos \frac{\pi}{4} k + 2\sin 4\pi k$

解: 由信号周期性的性质得

(1) $\cos 8t$ 为周期信号, 周期为 $T_1 = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$; $\sin 12t$ 为周期信号, 周期为 $T_2 = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$, 且 $\frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{2}$ 为有理数, 故 $f(t)$ 为周期信号, 其周期为 T , 等于 T_1 与 T_2 的最小公倍数, 即 $T = \frac{\pi}{2}$ 。

(2) $\cos 2t$ 为周期信号, 周期为 $T_1 = \frac{2\pi}{2} = \pi$; $2\sin \pi t$ 为周期信号, 周期为 $T_2 = \frac{2\pi}{\pi} = 2$, 但 $\frac{T_1}{T_2} = \frac{\pi}{2}$ 为无理数, 故 $f(t)$ 为非周期信号, T_1 与 T_2 之间不存在最小公倍数, 故 $f(t)$ 为非周期信号。此题说明两个周期信号之和不一定是周期信号。

(3) $f(k)$ 的周期 $N = \frac{2\pi}{\omega}$, N 应为正整数, 但由于 π 为无理数, N 不可能为正整数, 故 $f(k)$ 为非周期信号。

(4) $\cos \frac{\pi}{4}k$ 为周期信号, 周期为 $N_1 = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{4}} = 8$ 个间隔; $2\sin 4\pi k$ 为周期信号, 周期为 $N_2 = 2 \times \frac{2\pi}{4\pi} = 1$ 。故 $f(k)$ 为周期信号, 其周期 N 等于 N_1 与 N_2 的最小公倍数, 即 $N = 8$ 个间隔。

【例 1.2】 判断下列各信号的类型:

$$(1) f(t) = e^{-t} \cos \omega t \quad (2) f(t) = U(\cos \pi t)$$

$$(3) f(t) = \operatorname{sgn}(\sin \pi t) \quad (4) f(k) = e^{-7k}$$

$$(5) f(k) = \cos(\pi k) \quad (6) f(k) = \sin(\omega_0 k)$$

$$(7) f(k) = \left(\frac{1}{2}\right)^k, k \in Z$$

解: 由信号分类的定义得

- (1) 该信号为连续信号。
- (2) 该信号为连续(模拟)信号, 量化信号, 只取 0, 1 值。
- (3) 该信号为连续(模拟)信号, 量化信号, 只取 1, -1 值。
- (4) 该信号为离散信号。
- (5) 该信号为离散信号, 数字信号。
- (6) 该信号为离散信号。
- (7) 该信号为离散信号。

【例 1.3】 判断下列信号是功率信号还是能量信号:

$$(1) f(t) = e^{-at} U(t), a > 0 \quad (2) f(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$(3) f(t) = tU(t) \quad (4) f(k) = (-0.5)^k U(k)$$

$$(5) f(k) = U(k)$$

解: 由功率信号与能量信号的定义得

(1) 由于

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \int_0^{\infty} e^{-2at} dt = \frac{1}{2a} < \infty$$

故 $f(t)$ 为能量信号。

(2) 周期信号均为功率信号, $P = \frac{1}{2} A^2 < \infty$ 。

(3) 由于

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \int_0^{\infty} t^2 dt \rightarrow \infty$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^{\frac{T}{2}} t^2 dt \rightarrow \infty$$

故 $f(t)$ 既不是能量信号,也不是功率信号。无界的与非收敛的非周期信号,既不是能量信号,也不是功率信号。

(4) 由于

$$W = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |f(k)|^2 = \sum_{k=0}^{\infty} 0.25^k = \frac{1}{1-0.25} = \frac{4}{3} < \infty$$

故 $f(t)$ 是能量信号。

(5) 由于

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=0}^N |f(k)|^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=0}^N 1^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} (N+1) = \frac{1}{2} < \infty$$

故 $f(t)$ 为功率信号。

【例 1.4】 求下列积分 $y(t)$, 并画出 $y(t)$ 的波形。

$$(1) y_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(4-2t) dt \quad (2) y_2(t) = \int_{-\infty}^t \delta(4-2\tau) d\tau$$

$$(3) y_3(t) = \int_t^{\infty} \delta(4-2\tau) d\tau \quad (4) y_4(t) = \int_{t-2}^{\infty} \delta(4-2\tau) d\tau$$

解: 由信号的积分性质得

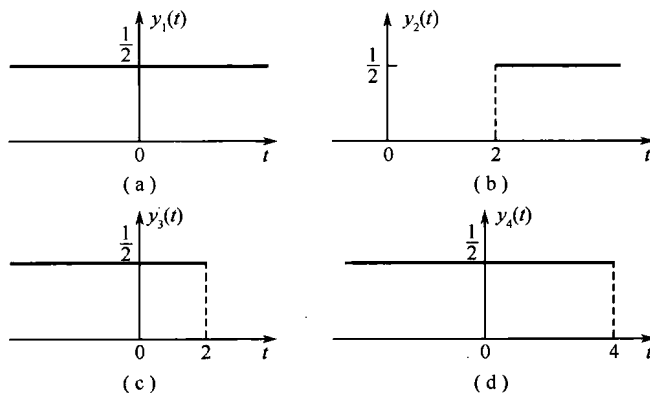
$$(1) y_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta[2(2-t)] dt = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(2-t) dt = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-2) dt = \frac{1}{2};$$

$$(2) y_2(t) = \int_{-\infty}^t \delta[2(2-\tau)] d\tau = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^t \delta(\tau-2) d\tau = \frac{1}{2} U(t-2);$$

$$(3) y_3(t) = \frac{1}{2} \int_t^{\infty} \delta(\tau-2) d\tau = \frac{1}{2} U(2-t);$$

$$(4) y_4(t) = \frac{1}{2} \int_{t-2}^{\infty} \delta(\tau-2) d\tau = \frac{1}{2} U(4-t).$$

其各自波形分别如图例 1.4(a)、(b)、(c) 和(d) 所示。



图例 1.4

【例 1.5】 求下列积分:

$$(1) \int_{-5}^5 (3t-2)[\delta(t) + \delta(t-2)] dt$$

$$(2) \int_{-\infty}^{\infty} (2-t)[\delta'(t) + \delta(t)] dt$$

$$(3) \int_{-5}^5 (t^2 - 2t + 3) \delta'(t-2) dt$$

$$(4) \int_{-5}^1 [\delta(t-2) + \delta(t+4)] \cos \frac{\pi}{2} t dt$$

解:由信号的积分性质得

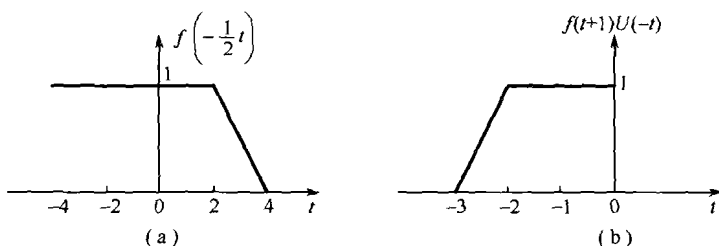
$$(1) \text{原式} = \int_{-5}^5 (3t-2) \delta(t) dt + \int_{-5}^5 (3t-2) \delta(t-2) dt = -2 + (3 \times 2 - 2) = 2;$$

$$(2) \text{原式} = \int_{-\infty}^{\infty} (2-t) \delta'(t) dt + \int_{-\infty}^{\infty} (2-t) \delta(t) dt = 1 + 2 = 3;$$

$$(3) \text{原式} = -(t^2 - 2t + 3)' |_{t=2} = -(2t - 2) |_{t=2} = -2;$$

$$(4) \text{原式} = \int_{-5}^1 \cos \frac{\pi}{2} t \delta(t-2) dt + \int_{-5}^1 \cos \frac{\pi}{2} t \delta(t+4) dt = 0 + 1 = 1.$$

【例 1.6】 已知信号 $f(-\frac{1}{2}t)$ 的波形如图例 1.6(a) 所示, 试画出信号 $f(t+1)U(-t)$ 的波形。



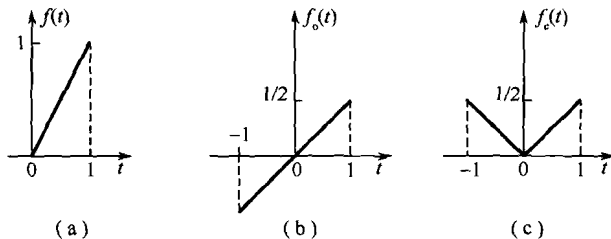
图例 1.6

解:信号 $f(t+1)U(-t)$ 的波形如图例 1.6(b) 所示。

【例 1.7】 证明因果信号 $f(t)$ 的奇分量 $f_o(t)$ 和偶分量 $f_e(t)$ 之间存在着如下关系式,

$$f_o(t) = f_e(t) \operatorname{sgn}(t), f_e(t) = f_o(t) \operatorname{sgn}(t)$$

并用此结果粗略地画出图例 1.7(a) 所示波形的奇分量和偶分量。



图例 1.7

解:由于

$$f_o(t) = \frac{1}{2} [f(t) - f(-t)]$$

故有

$$f_o(t) \operatorname{sgn}(t) = \frac{1}{2} [f(t) \operatorname{sgn}(t) - f(-t) \operatorname{sgn}(t)] = \frac{1}{2} [f(t) + f(-t)] = f_e(t)$$

同理

$$f_e(t) \operatorname{sgn}(t) = f_o(t)$$

其中 $f_o(t)$ 与 $f_e(t)$ 的波形如图例 1.7(b)、(c) 所示。