21世纪高职高专系列规划教材　　高职高专“十一五”规划教材

高等数学辅学读本

GAODENG SHUXUE FUXUE DUBEN

主编　朱会明

吉林大学出版社

21世纪高职高专系列规划教材

高等数学辅学读本

主　编　朱会明

副主编　张志宏　毕永青

吉林大学出版社

内容提要

本书是西南师范大学出版社出版的21世纪高职高专系列规划教材——《高等数学》一书的配套练习，也可作为一本实训教程。训练题与原教材内容顺序一致，共分八章，依次是：函数与极限、导数与微分、中值定理与导数的应用、积分、向量代数与空间解析几何、多元函数微积分、无穷级数、微分方程初步。

本书详略得当，通俗易懂，可作为原教材的课后练习用书，也可作为函授、自考及有关技术人员的自学练习参考书。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学辅学读本/朱会明主编.—长春：吉林大学出版社，2008.12

（21世纪高职高专系列规划教材）

ISBN 978-7-5601-3991-3

Ⅰ.高… Ⅱ.朱… Ⅲ.高等数学—高等学校—教材 Ⅳ.O13

中国版本图书馆CIP数据核字（2008）第173552号

书　名：21世纪高职高专系列规划教材
　　　　高等数学辅学读本
作　者：朱会明　主编

责任编辑、责任校对：邵宇彤
吉林大学出版社出版、发行
开本：787×1092毫米　1/16
印张：7.5　　字数：117千字
ISBN 978-7-5601-3991-3

封面设计：超视觉工作室
北京市彩虹印刷有限责任公司　印刷
2008年12月　第1版
2008年12月　第1次印刷
定价：13.00元

社址：长春市明德路421号　邮编：130021
发行部电话：0431-88499826
网址：http://www.jlup.com.cn
E-mail：jlup@mail.jlu.edu.cn

出版说明

作为高等教育的重要组成部分，高等职业教育是以培养具有一定理论知识和较强实践能力，面向生产、面向服务和管理第一线职业岗位的实用型、技能型专门人才为目的的职业技术教育，是职业技术教育的高等阶段。目前，高等职业教育教学改革已经从专业建设、课程建设延伸到了教材建设层面。根据国家教育部关于要求发展高等职业技术教育，培养职业技术人才的大纲要求，我们组织编写了这套《21世纪高职高专系列规划教材》。本系列教材坚持以就业为导向，以能力为本位，以服务学生职业生涯发展为目标的指导思想，以与专业建设、课程建设、人才培养模式同步配套作为编写原则。

从专业建设角度，相对于普通高等教育的“学科性专业”，高等职业教育属于“技术性专业”。技术性专业的知识往往由与高新技术工作相关联的那些学科中的有关知识所构成，这种知识必须具有职业技术岗位的有效性、综合性和发展性。本套教材不但追求学科上的完整性、系统性和逻辑性，而且突出知识的实用性、综合性，把职业岗位所需要的知识和实践能力的培养融会于教材之中。

从课程建设角度，现有的高等职业教育教材从教育内容上需要改变“重理论轻实践”、“重原理轻案例”，教学方法上则需要改变“重传授轻参与”、“重课堂轻现场”，考核评价上则需改变“重知识的记忆轻能力的掌握”、“重终结性的考试轻形成性考核”的倾向。针对这些情况，本套教材力求在整体教材内容体系以及具体教学方法指导、练习与思考等栏目中融入足够的实训内容，加强实践性教学环节，注重案例教学，注重能力的培养，使职业能力的培养贯穿于教学的全过程。同时，使公共基础类教材突出职业化，强调通用能力、关键能力的培养，以推动学生综合素质的提高。

从人才培养模式角度，高等职业教育人才的培养模式的主要形式是产学结合、工学交替。因此，本教材为了满足有学就有练、学完就能练、边学边练的实际要求，纳入新技术引用、生产案例介绍等来满足师生教学需要。同时，为了适应学生将来因为岗位或职业的变动而需要不断学习的情况，教材的编写注重采用新知识、新工艺、新方法、新标准，同时注重对学生创造能力和自我学习能力的培养，力争实现学生毕业与就业上岗的零距离。

为了更好地落实指导思想和编写原则，本套教材的编写者既有一定的教学经验、懂得教学规律，又有较强的实践技能。同时，我们还聘请生产一线的技术专家来审稿，保证教材的实用性、先进性、技术性。总之，该套教材是所有参与编写者辛勤劳作和不懈努力的成果，希望本套教材能为职业教育的提高和发展做出贡献。

这就是我们编写这套教材的初衷。

前　言

本书是与吉林大学出版社出版的21世纪高职高专系列规划教材——《高等数学》一书相配套的实训练习教程，练习题与原教材章节顺序相同，选题丰富，类型多样。本书可作为原教材的课后练习用书，也可作为函授、自考及有关技术人员的自学练习参考书。

本书首先给出与各章节对应的练习题，然后给出解答。根据题的难易程度不同，有的直接给出答案，有的给出简略或详尽解题过程。每题一般只给出一种解法，而有些题可能有多种解法。读者应先行思考，自己解题，然后再与解答对照，也许会发现另一种解法，这样会增加学习的兴趣。切忌做题前先看解答，这样会限制自己的思路，削弱自己独立思考的能力，这对学习是有害无益的。

高等数学是高等院校理工科各专业的基础课程，也是许多专业硕士研究生考试的必考内容。因此，学好这门课程是非常重要的。对刚进入高等院校的初学者来说，从初等数学过渡到高等数学，内容与方法有很大不同，很多同学感到不适应。我们希望通过本书的练习，能够克服对本课程的畏惧心理，加深对基本内容的理解和掌握，提高分析问题和解决问题的能力，增强大家对学好这门课程的信心。

本书由朱会明主编，各章编写人员依次是：毕永青（第一章、第二章）、张志宏（第三章、第四章）、周俊祥（第五章、第八章）、朱会明（第六章、第七章）。全书由朱会明负责审阅与定稿。本书在编写与审校的过程中，得到了刘俊杰、卢芳等同志的热情帮助，编者在此表示衷心地感谢！

由于时间仓促和水平有限，书中难免有错误、疏漏之处，恳请读者批评指正。

编　者

2008 年 11 月

目 录

第一章　函数与极限 ······ 1
　　第一节　函　数 ······ 1
　　第二节　极　限 ······ 3
　　第三节　函数的连续性 ······ 6
第二章　导数与微分 ······ 8
　　第一节　导数概念 ······ 8
　　第二节　求导法则和基本求导公式 ······ 9
　　第三节　高阶导数 ······ 12
　　第四节　微　分 ······ 14
第三章　中值定理与导数的应用 ······ 16
　　第一节　微分中值定理 ······ 16
　　第二节　导数的应用 ······ 17
第四章　积　分 ······ 22
　　第一节　不定积分 ······ 22
　　第二节　定积分 ······ 26
　　第三节　广义积分 ······ 31
第五章　向量代数与空间解析几何 ······ 32
　　第一节　向量代数 ······ 32
　　第二节　空间平面和直线 ······ 33
　　第三节　空间曲面和曲线 ······ 35
第六章　多元函数微积分 ······ 37
　　第一节　多元函数的基本概念 ······ 37
　　第二节　偏导数与全微分 ······ 38
　　第三节　复合函数与隐函数的微分法 ······ 39
　　第四节　偏导数的应用 ······ 41
　　第五节　二重积分 ······ 42
第七章　无穷级数 ······ 44
　　第一节　数项级数 ······ 44
　　第二节　幂级数 ······ 48
　　第三节　函数展开成幂级数 ······ 50
第八章　微分方程初步 ······ 52
　　第一节　微分方程的基本概念 ······ 52
　　第二节　一阶微分方程 ······ 52
　　第三节　可降阶的高阶微分方程 ······ 54
　　第四节　二阶常系数线性微分方程 ······ 55
参考答案 ······ 56

第一章　函数与极限

第一节　函　数

1. 求下列函数定义域.

(1) $y=\dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{x-1}}$　　(2) $y=\dfrac{x-1}{\ln x}+\sqrt{16-x^2}$

2. 选择题.

(1) 函数 $y=\sqrt{x-x^2}$ 的值域是(　　).

(A) $y\geqslant 0$　　(B) $y\leqslant 1$

(C) $0\leqslant y\leqslant \dfrac{1}{2}$　　(D) $0\leqslant y\leqslant \dfrac{1}{4}$

(2) 函数 $y=\dfrac{1}{2}(e^x-e^{-x})$ 是(　　).

(A) 偶函数　　(B) 奇函数

(C) 非奇非偶函数　　(D) 偶函数又是奇函数

(3) 下列函数中,在其定义域内单调增的是(　　).

(A) $\ln\dfrac{1}{x}$　　(B) $\sqrt{x-1}$

(C) x^2-1　　(D) e^{-x}

(4) 函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+1, & x\geqslant 0\\ x+1, & x<0\end{cases}$ 的反函数 $f^{-1}(x)$ 是(　　).

(A) $\begin{cases}\sqrt{x-1}, & x\geqslant 1,\\ x-1, & x<1;\end{cases}$　　(B) $\begin{cases}\sqrt{x-1}, & x\geqslant 1,\\ x+1, & x<1;\end{cases}$

(C) $\begin{cases}-\sqrt{x-1}, & x\geqslant 1,\\ x-1, & x<1;\end{cases}$　　(D) $\begin{cases}-\sqrt{x-1}, & x\geqslant 1,\\ x+1, & x<1.\end{cases}$

3. 判断函数 $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$ 在[2,3]上的有界性.

4. 下列哪些函数是周期函数?对周期函数,指出其周期.

(1) $y = x\sin x$

(2) $y = \cos \frac{x}{3}$

5. 下列函数是由哪些简单函数复合而成的?

(1) $y = \ln\tan\sqrt{x}$

(2) $y = \sqrt{\ln(1+x^2)}$

(3) $y = 2^{\sin^2 \frac{1}{x}}$

(4) $y = \mathrm{e}^{-\tan x^2}$

6. 设

$$f(x) = \begin{cases} \mathrm{e}^x, & x \leqslant 0, \\ \frac{1}{2} + \sin x, & 0 < x \leqslant \pi, \\ \frac{\pi}{x}, & x > \pi. \end{cases}$$

求:$f(-1)$,$f(0)$,$f(\frac{\pi}{2})$,$f(\pi)$,$f(\mathrm{e}\pi)$.

第二节　极　限

1. 选择题.

(1) 下列哪一个正确(　　).

(A) $\lim\limits_{x\to 0}\cos x=0$　　(B) $\lim\limits_{x\to 0}\sin x=0$

(C) $\lim\limits_{x\to 0}e^x=0$　　(D) $\lim\limits_{x\to 0}\ln x=0$

(2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4n^3-n+1}{5n^3+n^2+n}$ 等于(　　).

(A) $\dfrac{4}{5}$　　(B)0

(C) $\dfrac{1}{2}$　　(D)∞

(3) 当 $x\to 1$ 时,下列变量中不是无穷小量的有(　　).

(A)x^2-1　　(B)$x(x-2)+1$

(C)$3x^2-2x-1$　　(D)$4x^2-2x+1$

2. 填空.

(1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x^4-2x^2+1}{7x^5+2x^2+x+3}=$ ________.

(2) $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1})=$ ________.

(3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1^2+2^2+\cdots+n^2}{3n^3+2n^2+n+1}=$ ________.

(4) 在同一过程中,若 $\lim\limits_{x\to\infty}a_n=A$, $\lim\limits_{x\to\infty}a_n=B$,则 A 与 B ________.

(5) 数列有无极限与排在前面的有限项________.

3. 计算.

(1) $\lim\limits_{x\to 2}(2x^2-5x+3)$　　(2) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+2x+5}{x^2+1}$

(3) $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\dfrac{x^2-3}{x^2+1}$　　(4) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4+x^2+1}{x^2-1}$

(5) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^5+x+5}{x+8}$

(6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+2x+1}{5x^2+7}$

(7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+x+1}{x^5+4x^3+2}$

(8) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-3x+1}{1-x^2}$

(9) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^n-1}{x-1}$

(10) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

(11) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+1})$

(12) $\lim\limits_{x\to 1}(\dfrac{2}{x^2-1}-\dfrac{1}{x-1})$

(13) $\lim\limits_{n\to\infty}(1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\cdots+\dfrac{1}{2^n})$

4. 计算.

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{\sin 4x}$　　(2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}$

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x\sin x}$　　(4) $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{\sin x}{\pi - x}$

(5) $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^x$　　(6) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)^x$

(7) $\lim\limits_{x\to 0}(1+\tan x)^{\cot x}$

5. 当 $x\to+\infty$ 时,下列函数哪些是无穷小量?哪些是无穷大量?

(1) $\dfrac{\arctan x}{1+x^2}$　　(2) $\dfrac{e^x}{x^4}$

(3) $x^3\cos x$　　(4) $\dfrac{\sin x}{x}$

(5) 3^x　　(6) $x\sin x$

6. 当 $x\to 0$ 时，下列函数哪些是比 x 高阶无穷小？哪些是与 x 同阶无穷小？哪些与 x 等价无穷小？

(1) $2\sin^3 x$

(2) $\ln(1+x)$

(3) $\tan x-\sin x$

(4) $x^3+\sin x$

(5) $\cos\frac{\pi}{2}(1-x)$

(6) $\sqrt{1+\tan x}-\sqrt{1-\sin x}$

7. 设 $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+ax+b}{x^2-x-2}=2$，求 a,b 的值.

第三节　函数的连续性

1. 选择题.

(1) 函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处有定义是它在该点处连续的一个(　　).

(A) 必要条件　　(B) 充分条件

(C) 充要条件　　(D) 无关条件

(2) 函数 $y=f(x)$ 在 $x=a$ 点连续是 $f(x)$ 在 $x=a$ 处有极限的(　　).

(A) 必要条件　　(B) 充分条件

(C) 充要条件　　(D) 无关条件

(3) 函数 $f(x)=\frac{\sin x}{x}+\frac{e^{\frac{1}{2}x}}{1-x}$ 的间断点个数为(　　).

(A) 0　　(B) 1

(C) 2　　(D) 3

(4) 设 $f(x)=\begin{cases}(1-x)^{\frac{1}{x}}, & x\neq 0\\ k, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续,则 k 等于(　　).

(A)1　　(B)e

(C) $\dfrac{1}{e}$　　(D) -1

(5) 函数 $f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x\leqslant 1\\ 3-x, & 1<x\leqslant 2\end{cases}$ 的连续区间是(　　).

(A)$[0,2]$　　(B)$(0,2)$

(C)$[0,2)$　　(D)$(0,2]$

(6) 函数 $f(x)=\dfrac{x-3}{x^2-3x+2}$ 的间断点是(　　).

(A)$x=1,x=2$　　(B)$x=3$

(C)$x=1,x=2,x=3$　　(D) 无间断点

2. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\tan 2x}{x}, & x<0\\ (x+k)^2, & x\geqslant 0\end{cases}$. 求 k 的值使 $f(x)$ 在其定义域内连续.

3. 求极限.

(1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+\cos^2 x-1}{(x+\sin x)^2}$　　(2) $\lim\limits_{x\to\infty}x^2\left(1-\cos\dfrac{1}{x}\right)$

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^x-1}{x}$

4. 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续且 $f(a)<a, f(b)>b$,证明方程 $f(x)=x$ 在 (a,b) 内至少有一个实根.

5. 证明方程 $x^4-x-1=0$ 在 $(1,2)$ 内至少有一个实根.

第二章　导数与微分

第一节　导数概念

1. 设 $f(x)=x^2$，求 $f'(x)$，$f'(0)$，$f'(1)$.

2. 用导数定义求 $f(x)=a^x(a>0)$ 的导数 $f'(x)$.

3. 求曲线 $y=x^3$ 在点 $(1,1)$ 处的切线方程及法线方程.

4. 函数 $f(x)=\begin{cases} x^2+2, & 0\leqslant x<1 \\ 3x-1, & x\geqslant 1 \end{cases}$ 在点 $x=1$ 处是否可导？为什么？

5. 设 $f(x)=\begin{cases} x, & x<0 \\ \ln(1+x), & x\geqslant 0 \end{cases}$，求 $f(0)$ 与 $f'(0)$.

第二节　求导法则和基本求导公式

1. 选择题.

(1) 若 $f'(x_0)=-3$,则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0-3h)}{h}=($　　$)$.

(A) -3　　(B) 3

(C) -6　　(D) -12

(2) 过曲线 $y=\dfrac{x+4}{4-x}$ 上一点 $(2,3)$ 的切线斜率是(　　).

(A) -2　　(B) 2

(C) -1　　(D) 1

(3) 设曲线 $y=x^3+x-2$ 在点 M 处的切线的斜率为 3,则点 M 的坐标为(　　).

(A) $(0,1)$　　(B) $(1,0)$

(C) $(0,0)$　　(D) $(1,1)$

(4) 已知函数 $f(x)=e^x+\ln x$,则 $f'(3)=($　　$)$.

(A) $e^x+\dfrac{1}{x}$　　(B) $e^x+\dfrac{1}{3}$

(C) $e^3+\dfrac{1}{x}$　　(D) $e^3+\ln 3$

(5) 设函数 $y=x(x-1)(x-2)(x-3)$,则 $y'(0)=($　　$)$.

(A) 0　　(B) 1

(C) 3　　(D) -6

(6) 设 $y=x^x$,则 $\dfrac{dy}{dx}=($　　$)$.

(A) x^x　　(B) $x^x\ln x$

(C) $x^x(\ln x+1)$　　(D) $1+\ln x$

2. 求下列函数导数.

(1) $y=x\cdot 3^x+\ln\sqrt{\dfrac{2x-1}{x+1}}$

(2) $y=(1+\dfrac{1}{x})^x$

(3) $y = x\arcsin x$

(4) $y = (1+x)\ln(1+x+\sqrt{2x+x^2}) - \sqrt{2x+x^2}$.

3. 求下列函数的导数.

(1) $y = \sin x\log_2 x$ (2) $y = \dfrac{\tan x}{x}$

(3) $y = \dfrac{\arcsin x}{\sqrt{x}} + 5$ (4) $y = \dfrac{1+\sin^2 x}{\sin 2x}$

4. 求下列函数导数.

(1) $y = \mathrm{e}^{\sin\frac{1}{x}}$ (2) $y = \sqrt{1+\ln^2 x}$

(3) $y = \sqrt{1+x^2}\ln(x+\sqrt{1+x^2})$

5. 设 $f(x) = x\mathrm{e}^x + \ln(x+\sqrt{x^2+1})$，求 $f'(0)$.

6. 设 $y = (1+x)^{\frac{1}{x}}$，求 $y'(1)$.

7. 求由方程 $y^x = x^y$ 确定的隐函数 $y = y(x)$ 的导数.

8. 求曲线 $y = e^{2x} + (\frac{1}{2}x + 1)^2$ 上点(0,2)处的切线方程.

9. 求下列参数方程所确定的函数的导数$\frac{dy}{dx}$.

(1)$\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$

(2)$\begin{cases} x = \frac{1}{2}(t + \frac{1}{t}) \\ y = \frac{1}{2}(t - \frac{1}{t}) \end{cases}$

(3)$\begin{cases} x = e^t \sin t \\ y = e^t \cos t \end{cases}$