

根据教育部《国家课程标准》编写



# 龙门专题

主编：鲁法芹  
本册主编：鲁法芹

初中数学

圆



龙门书局  
[www.Longmenbooks.com](http://www.Longmenbooks.com)

新课标



圆

# 初中数学

主 编: 鲁法芹

本册主编: 鲁法芹

编 者: 安 忠 安 然 马 强  
张文利 马宗东 胡综风  
张 震 尹成新 吴庆华

龍門書局  
北 京

**版权所有 侵权必究**

举报电话:(010)64030229;(010)64034315;13501151303

邮购电话:(010)64034160

**图书在版编目(CIP)数据**

龙门专题·新课标·初中数学·圆/鲁法芹主编;鲁法芹本册主编. —北京:龙门书局,2008

ISBN 978-7-5088-1699-9

I. 龙… II. ①鲁… ②鲁… III. 数学课—初中—教学参考  
资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 160563 号

责任编辑:田 旭 马建丽 王 乐/封面设计:耕 者

**龍門書局出版**

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

[www.longmenbooks.com](http://www.longmenbooks.com)

**世界知识印刷厂印刷**

科学出版社总发行 各地书店经销

\*

2008 年 10 月第一版 开本:A5(890×1240)

2008 年 10 月第一次印刷 印张:6 1/4

字数:221 000

**定 价: 12.00 元**

(如有印装质量问题,我社负责调换)

# 读者使用指南

## 1.《龙门专题》适合什么样的同学使用？

《龙门专题》是针对中等程度及中等程度以上的学生研究开发的，尤其是对尖子生来讲，《龙门专题》是必备图书！

## 2.中等程度的学生使用本书应注意什么？

这套书在设计上全面贯彻循序渐进的学习方法，中等程度的学生要特别注意：

“知识点精析与应用”部分侧重夯实学生的基础，重点在把基础知识讲细、讲透，适合为中等程度的学生奠定扎实的基础；

“能力拓展”部分重点在于拓展学生思维，直接与中高考的难度、题型接轨，适合中等学生提高成绩。

## 3.《龙门专题》适合什么时间使用？(3~5理科)

同步学习使用：

《龙门专题》每一节内容都是按照教材的顺序编排的，因此可以随着教学进度同步使用，老师讲到哪里，就紧跟着做透哪一本专题。

中高考复习：

“基础篇”适用于第一轮全面复习，全面梳理知识点，从这一角度，专题比任何高考复习资料都要详细、全面；

“综合应用篇”适用于第二轮专项复习，尤其是跟其他专题、其他学科进行交叉综合时，事半功倍。

## 4.如何使用《龙门专题》打下扎实的基础知识？

“万变不离其宗！”考试题目都是由基础知识演化而来的，因此基础知识是极其重要的，只有准确地理解、牢固地掌握基础知识，才能灵活、轻松地应用和解题！

使用《龙门专题》打基础，重点注意每节的“知识点精析与应用”，它分为三个小部分：

知识点精析：可帮助学生更全面的理解重点，突破难点；

解题方法指导：通过经典和新颖的例题帮助学生掌握解题规律和技巧；

基础达标演练：可以即学即练，便于巩固。

## 5.如何使用《龙门专题》拓展视野，提高素质？

“能力拓展”栏目是在牢固掌握基础的前提下，提高学生的综合素质和应试能力的，它同样包括三个小部分：

释疑解难：以综合性、关联所学知识，并作深度的拓展和延伸；

典型例题导析：最具代表性的例题、全面的思路分析、有的放矢的总结和反思，培养学生的解题技巧和方法；

思维拓展训练：完美的拓展训练设计，提升学生的学科思维能力。

## 6.怎么样在中高考复习中使用《龙门专题》？

“知识点精析与应用”用于梳理知识脉络，掌握基本知识点；复习时侧重使用“能力拓展”栏目，这部分立足于教材，对中高考必考内容进行拓展提升，也包括了一些难点和失分率较高的内容。

此外，“本书知识结构”、“本讲知识网络图”能帮助学生迅速快捷地掌握全部知识体系，提高复习效率。在中高考的复习备考中，还要注意：近年本专题知识在高考（中考）中所占分数比例，紧跟第二轮专项复习节奏使用。

## 7.尖子生如何使用《龙门专题》？

从全国调查看，尖子生最喜爱的教辅图书中，《龙门专题》被提及率十分高；来自高考状元的信息也表明，尖子生是特别适合使用本书的。尖子生在使用本书时，要注意以下几点：

首先，立足基础，通过自学或者预习的方式将基础知识理解并掌握；

其次，学习的重点放在“能力拓展”上，提高综合能力和应对中高考的能力；

再次，在复习中，一个板块一个板块的逐一解决，力争做到没有任何知识点的遗漏；

最后，中高考的复习，侧重于专题与专题之间、不同学科之间的复合型试题的研究和训练，确保在考试中基础题目不失分。



## 生命如歌

未名湖畔，博雅塔旁。

明媚的晨光穿透枝叶，懒散的泻落在林间小道上，花儿睁开惺忪的眼睛，欣喜地迎接薄薄的雾霭，最兴奋是小鸟，扇动翅膀在蔚蓝的天空中叽叽喳喳地欢唱起来了。微风轻轻拂动，垂柳摇曳，舒展优美的身姿，湖面荡起阵阵涟漪，博雅塔随着柔波轻快地翩翩起舞。林间传来琅琅的读书声，那是晨读的学子；湖畔小径上不断有人跑过，那是晨练的学子；椅子上，台阶上，三三两两静静的坐着，那是求索知识的学子……

在北大，每个早晨都是这样的；在清华，每个早晨都是这样的；在复旦，在交大，在南大，在武大……其实，在每一所高校里，早晨都是一幅青春洋溢、积极进取的景象！

在过去几年时间里，我一直在组织北大、清华的高考状元、奥赛金牌得主还有其他优秀的学子到全国各地巡回演讲。揭开他们“状元”的光环，他们跟我们是那么的相似，同样的普通与平凡。

是什么成就了他们的“状元”辉煌？

在来来往往带他们出差的路上，在闲来无事的聚会聊天过程中，我越来越发现，在普通平凡的背后，他们每个人都是一道亮丽独特的风景，都是一段奋斗不息、积极进取的历程，他们的成功，是偶然中的必然。

小朱，一个很认真、很可爱的女孩子，高中之前家庭条件十分优越，但学习一直平平；在她上高中前，家庭突遭变故，负债累累，用她妈妈的话说，“家里什么都没有了，一切只能靠你自己了。”她说自己只有高考一条路，只有考好了，才能为家里排忧解难。我曾经在台下听她讲自己刻苦学习的经历：“你们有谁在大年



三十的晚上还学习到深夜三点？你们又有谁发烧烧到 39 度以上还在病床上看书？……”那一年，她以总分 684 分成为了浙江省文科高考状元。

陆文，一个出自父母离异的单亲家庭的女孩，她说，她努力学习的动力就是想让妈妈高兴，因为从小她就发现，每次她成绩考得很好，妈妈就会很高兴。为了给妈妈买一套宽敞明亮的房子，她选择了出国这条路，考托福，考 GRE，最后如愿以偿，被芝加哥大学以每年 6.4 万美金的全额奖学金录取为生物方向的研究生。6.4 万美金，当时相当于人民币 52 万。

齐伟，湖南省高考第七名，清华大学计算机学院的研究生，最近被全球最大的软件公司 MICROSOFT 聘为项目经理；霖秋，北京大学数学学院的小妹，在坚持不懈的努力中完成了自身最重要的一次涅槃，昨天的她在未名湖上游弋，今天的她已在千里之外的西雅图……

还有很多很多优秀的学子，他们也都有自己的故事，酸甜苦辣，很真实，很精彩。我有幸跟他们朝夕相处，默默观察，用心感受，他们的自信，他们的执着，他们的勤奋刻苦，尤其是他们的“学而得其法”所透露出来的睿智更让人拍案叫绝，他们人人都有一套行之有效的学习方法，花同样的时间和精力他们可以更加快速高效，举一反三。我一直在想：如果当年我也知道他们的这些方法，或许我也能考个清华北大的吧？

多年以来，我一直觉得我们的高考把简单的事情搞复杂了，学生们浪费了大量的时间和精力却收效甚微；多年以来，我们也一直在研究如何将一套优良的学习方法内化在图书中，让同学们在不知不觉中轻松快速的获取高分。

这，就是出版《龙门专题》的原因了。

一本好书可以改变一个人的命运！名校，是每一个学子悠远的梦想和真实的渴望。“少年心事当拿云，谁念幽寒坐呜呃！”

龙门专题，走向名校的阶梯！



总策划 田雨

2008 年 7 月

# 《龙门专题》状元榜

赵永胜 2007 年山西省文科状元

中国人民大学财政金融学院

星座：射手座

喜欢的运动：爬山 乒乓球

喜欢的书：伟人传记，如《毛泽东传》

人生格言：生命不息，奋斗不止

学习方法、技巧：兴趣第一，带着乐趣反复翻阅教科书，从最基本的知识入手，打牢“地基”，从基础知识中演绎难题，争取举一反三，融会贯通。合理安排时间，持之以恒，坚信“天道酬勤，勤能补拙”。



武睿颖 2005 年河北省文科状元

北京大学元培学院

星座：天秤座

喜欢的运动：游泳 网球

喜欢的书：A Thousand Splendid Suns

人生格言：赢得时间，赢得生命

学习方法、技巧：勤奋是中学学习的不二法门；同时要掌握良好的学习方法，如制定学习目标、计划，定期总结公式、解题思路等，这样能事半功倍。最后要培养良好的心态，平和积极地面对学习中的得失。



邱 汛 2005 年四川省文科状元

北京大学

星座：处女座

喜欢的运动：篮球 乒乓球

喜欢的书：《哈利·波特》

人生格言：非淡泊无以明志，  
非宁静无以致远

学习方法、技巧：1. 要保持一颗平常心来面对考试、繁重的学习任务和激烈的竞争。2. 学会从各种测验考试中总结经验、教训，而不要仅仅局限于分数。3. 学会计划每一天的学习任务，安排每一天的学习时间。4. 坚持锻炼，劳逸结合。



田 禾 2005 年北京市理科状元

北京大学元培学院

星座：水瓶座

喜欢的运动：羽毛球

喜欢的书：历史类书籍

人生格言：认真、坚持

学习方法、技巧：认真听讲，勤于思考，作阶段性总结，及时调整学习计划，坚持阅读课外书和新闻，一以贯之，学不偏废。



卢 毅 2006 年浙江省理科状元

北京大学元培学院

星座：天秤座

喜欢的运动：跑步 滑板

喜欢的书：《卡尔维诺文集》

人生格言：做自己

学习方法、技巧：注重知识点的系统性，将每门学科的知识点作一个系统地梳理，无论是预习还是复习，这样便可在课上学习时有的放矢，课后复习时查漏补缺。坚持锻炼，劳逸结合。



刘诗泽 2005 年黑龙江省理科状元

北京大学元培学院

星座：金牛座

喜欢的运动：篮球 台球 排球

喜欢的书：《三国演义》

人生格言：战斗的最后一滴血

学习方法、技巧：多读书，多做题，多总结。看淡眼前成绩，注重长期积累。坚持锻炼，劳逸结合。



林 叶 2005 年江苏省文科状元

北京大学

星座：水瓶座

喜欢的运动：跑步 台球 放风筝

喜欢的书：《黑眼睛》《笑面人》

人生格言：不经省察的生活不值得过

学习方法、技巧：学习分两类，一类和理想真正有关，另一类只是不得不过的门槛。不要总因为喜好就偏废其中的一个，它不仅是必须的，而且你也许会发现，它本来也值得你热爱和认真对待。你自己的学习方法别人永远无法替代，它也是你生活的一部分，完善它，就像完善你自己。



朱师达 2005 年湖北省理科状元

北京大学元培学院

星座：水瓶座

喜欢的运动：足球 篮球 游泳

喜欢的书：《追风筝的人》《史记》

人生格言：有梦想就有可能，有希望  
就不要放弃

学习方法、技巧：1. 知识系统化、结构化是掌握知识的有用技巧和重要体现。2. 知其然还要知其所以然，记忆才更牢固。3. 整体把握兴趣和强弱科的平衡。4. 正确认识自己的弱点，集中力量克服它。



# 编 委 会

主 编：鲁法芹

编委会成员：安 忠 安 然 马 强

张文利 马宗东 胡综风

张 震 尹成新 吴庆华

# 龙门问题

## 高中数学

A-1 函数	A-7 平面向量
A-2 立体几何	A-8 数列
A-3 解析几何	A-9 不等式
A-4 算法	A-10 微积分
A-5 统计与概率	A-11 难点解读
A-6 三角函数	

## 高中物理

B-1 高中力学（一）	B-5 高中热学
B-2 高中力学（二）	B-6 振动 波
B-3 高中电学（一）	B-7 动量 原子物理
B-4 高中电学（二）	

## 高中化学

C-1 金属及其化合物	C-5 有机化学基础
C-2 非金属及其化合物	C-6 化学实验
C-3 物质结构与性质	C-7 化学计算
C-4 化学反应原理	

## 高中语文

D-1 语文基础知识	D-4 文言文阅读
D-2 语言表达与运用	D-5 古代诗歌与名句名篇
D-3 现代文阅读	D-6 写作

## 高中英语

E-1 听力训练	E-4 完形填空
E-2 单项填空	E-5 阅读理解
E-3 语法	E-6 书面表达

## 高中政治

F-1 经济生活	F-3 文化生活
F-2 政治生活	F-4 生活与哲学

## 高中历史

G-1 政治发展史	G-3 文化科技发展史
G-2 经济发展史	G-4 改革与人物

## 高中地理

H-1 自然地理	H-3 区域地理
H-2 人文地理	H-4 地理选修综合

## 高中生物

I-1 分子与细胞	I-3 稳态与环境
I-2 遗传与进化	I-4 生物实验与探究

# Contents

## 目录

基础篇 .....	( 1 )
第一章 圆 .....	( 1 )
1.1 圆的认识与圆的对称性 .....	( 1 )
1.1.1 圆的认识及垂直于弦的直径 .....	( 1 )
1.1.2 圆心角、弧、弦之间的关系 .....	( 12 )
1.2 圆周角 .....	( 21 )
第二章 与圆有关的位置关系 .....	( 36 )
2.1 点与圆的位置关系 .....	( 36 )
2.2 确定圆的条件 .....	( 43 )
2.3 直线与圆的位置关系 .....	( 54 )
2.3.1 直线与圆的位置关系 .....	( 54 )
2.3.2 切线判定与性质 .....	( 62 )
2.3.3 切线长定理 .....	( 76 )
2.3.4 三角形内切圆 .....	( 87 )
第三章 圆与圆的位置关系 .....	( 98 )
第四章 正多边形与圆 .....	( 109 )
第五章 弧长及扇形面积 .....	( 121 )
第六章 圆锥侧面展开图 .....	( 133 )
本篇知识整合 .....	( 142 )
综合应用篇 .....	( 173 )
综合专题一 与圆有关的计算题 .....	( 173 )
综合专题二 圆中的开放探索问题 .....	( 174 )
综合专题三 分类讨论思想应用 .....	( 177 )
综合专题四 求与圆相关的面积综合题 .....	( 179 )
模拟考场 .....	( 184 )



# 基础篇

## 第一章 圆

**1.1**

### 圆的认识与圆的对称性

#### 1.1.1 圆的认识及垂直于弦的直径

##### 知识点精析与应用



##### 知识点精析

###### 知识点一 圆的定义

###### (1) 描述性定义

在一个平面内,线段 $OA$ 绕它固定端点 $O$ 旋转一周,另一端点 $A$ 随之旋转所形成的图形叫圆.以 $O$ 为圆心的圆记作 $\odot O$ ,读作“圆 $O$ ”.

###### (2) 集合定义

圆是平面内到定点距离等于定长的所有点组成的圆形,其中定点为圆心,定长为半径,这句话可理解为两点:①凡是到圆心 $O$ 的距离等于半径的点都在圆上;②凡是在圆上的点到圆心距离都等于定长半径.

###### 知识点二 与圆有关的概念

###### (1) 弦与直径

弦是连结圆上任意两点间的线段;直径是过圆心的弦.由此可知直径是弦,弦不一定是直径.

###### (2) 弧与半圆

弧是指圆上任意两点间部分,用符号“ $\widehat{AB}$ ”表示,以 $A$ 、 $B$ 为端点的弧记做 $\widehat{AB}$ ,读做“圆弧 $AB$ ”或“弧 $AB$ ”;半圆是圆的任意一条直径的两端点分圆成的两条弧,每条弧都叫半圆;以定义可知半圆是弧,但弧不一定是半圆.

###### (3) 优弧与劣弧

大于半圆的弧是优弧,用三个大写字母表示;小于半圆的弧是劣弧,劣弧用端点字母表示.



#### (4) 等圆与等弧

能重合的两个圆叫做等圆,半径相等的两个圆是等圆,从而可知,同圆及等圆半径相等;在同圆或等圆中,能够互相重合的弧叫等弧,等弧只有在同圆及等圆中出现.

### 知识点三 圆的轴对称性

圆是轴对称图形,对称轴是过圆心的任意一条直线.由此可知,任一圆有无数条对称轴.

### 知识点四 垂径定理

垂直于弦的直径平分这条弦,并且平分弦所对的两条弧.此定理也可以理解为:一条直线,若具有两个性质:①过圆心,②垂直于弦,则这条直线就具有另外三个性质:①平分弦,②平分弦所对的劣弧,③平分弦所对的优弧.

**注意:**①定理中的直径只要过圆心即可,可以是直径、半径、过圆心的直线或线段.

②此定理是证等线段、等角、垂直的主要依据,同时也为圆的有关计算提供了方法和依据.

### 知识点五 垂径定理的推论

**推论1** 平分弦(不是直径)的直径垂直于弦,且平分弦所对的两条弧.

**推论2** 弦的垂直平分线经过圆心,并且平分弦所对的两条弧.

**推论3** 平分弦所对一条弧的直径,垂直平分弦,并且平分弦所对的另一条弧.

**说明:**①推论1中必须强调“不是直径”,因为一圆中任意两条直径一定互相平分,但未必垂直.

②由垂径定理及推论可知,定理可分为四项内容:一、直线过圆心;二、直线垂直于弦;三、直线平分弦(不是直径);四、直线平分弦所对的弧(优弧、劣弧).只要以其中两项作为条件,另两项作为结论,就构成一个真命题.



## 解题方法指导

### 题型一 与圆定义有关习题

[例1] 下列语句,不正确的有

( )

① 直径是弦;② 弧是半圆;③ 经过圆上任一点可作无数条弦;④ 长度相等的弧是等弧;⑤ 能重合的弧是等弧;⑥ 弧可分为优弧、劣弧两类.

- A. ①③④      B. ②③⑤      C. ①②④⑥      D. ②④⑤⑥

**分析** 由圆中定义可知①正确;②不正确,因为弧不一定是半圆,如优弧是弧,但不是半圆;③正确;④⑤不正确,等弧是在同圆或等圆中,能互相重合的两条弧;⑥不正确,因为弧除此两类外,还有半圆弧,故不正确的有②④⑤⑥.

**解** D

**点拨:**理解与圆有关的概念,分清它们之间的区别与联系,是解决此类问题的关键.



$$\therefore AP^2 = AC \cdot AO,$$

即  $PA \cdot PB = AC \cdot OA$ .

### 题型三 有关弦问题的计算

在圆中涉及弦长、半径、圆心角的计算或证明的问题,常把半弦长,半圆心角,圆心到弦距离转换到同一直角三角形中,然后通过直角三角形予以求解,常见辅助线是过圆心作弦的垂线.

**[例4]** 如图 1.1.1-3 所示,一条公路的转弯处是一段圆弧,即图中的  $\widehat{CD}$ ,点 O 是  $\widehat{CD}$  的圆心,其中  $CD = 600\text{m}$ ,E 为  $\widehat{CD}$  上一点,且  $OE \perp CD$  垂足为 F,  $EF = 90\text{m}$ ,求这段弯路的半径.

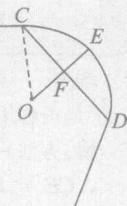


图 1.1.1-3

**剖析** 连  $OC$  后构成直角三角形,用勾股定理求  $OC$  的长.

**解** 连  $OC$ ,设弯路半径为  $x\text{m}$ .

则  $OF = x - EF = (x - 90)\text{m}$ .

$\because OE \perp CD$ ,

$$\therefore CF = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \times 600 = 300\text{m}.$$

在  $Rt\triangle COF$  中,  $OC^2 = OF^2 + CF^2$ ,

$$\text{即 } x^2 = (x - 90)^2 + 300^2,$$

$$\text{解得 } x = 545.$$

$\therefore$  这个弯道半径为  $545\text{m}$ .

**[例5]** 如图 1.1.1-4 所示,AB 为  $\odot O$  一条弦,M 为 AB 上一点,且  $AM : MB = 4 : 1$ , $OM = 16\text{cm}$ , $AB = 30\text{cm}$ ,求该圆半径.

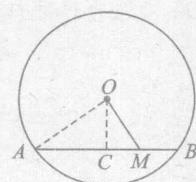


图 1.1.1-4

**剖析** 要求半径,只需要求出圆心到 AB 的距离,为此作  $OC \perp AB$  交 AB 于 C,连  $OA$  即可.

**解** 作  $OC \perp AB$  于 C,连  $OA$ ,则  $AC = \frac{1}{2}AB = 15\text{cm}$ .

$$\therefore MA : MB = 4 : 1, AB = 30\text{cm},$$

$$\therefore MA = 24\text{cm},$$

$$\therefore CM = MA - AC = 24 - 15 = 9\text{cm}.$$



$$\therefore AP^2 = AC \cdot AO,$$

即  $PA \cdot PB = AC \cdot OA$ .

### 题型三 有关弦问题的计算

在圆中涉及弦长、半径、圆心角的计算或证明的问题，常把半弦长，半圆心角，圆心到弦距离转换到同一直角三角形中，然后通过直角三角形予以求解，常见辅助线是过圆心作弦的垂线。

**[例4]** 如图 1.1.1-3 所示，一条公路的转弯处是一段圆弧，即图中的  $\widehat{CD}$ ，点  $O$  是  $\widehat{CD}$  的圆心，其中  $CD = 600\text{m}$ ， $E$  为  $\widehat{CD}$  上一点，且  $OE \perp CD$  垂足为  $F$ ， $EF = 90\text{m}$ ，求这段弯路的半径。

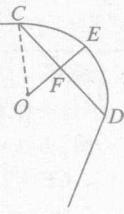


图 1.1.1-3

**剖析** 连  $OC$  后构成直角三角形，用勾股定理求  $OC$  的长。

**解** 连  $OC$ ，设弯路半径为  $x\text{m}$ 。

则  $OF = x - EF = (x - 90)\text{m}$ 。

$\because OE \perp CD$ ，

$$\therefore CF = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \times 600 = 300\text{m}.$$

在  $\text{Rt}\triangle COF$  中， $OC^2 = OF^2 + CF^2$ ，

$$\text{即 } x^2 = (x - 90)^2 + 300^2,$$

解得  $x = 545$ 。

$\therefore$  这个弯道半径为  $545\text{m}$ 。

**[例5]** 如图 1.1.1-4 所示， $AB$  为  $\odot O$  一条弦， $M$  为  $AB$  上一点，且  $AM : MB = 4 : 1$ ， $OM = 16\text{cm}$ ， $AB = 30\text{cm}$ ，求该圆半径。

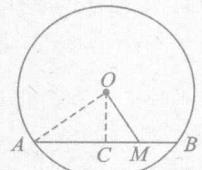


图 1.1.1-4

**剖析** 要求半径，只需求出圆心到  $AB$  的距离，为此作  $OC \perp AB$  交  $AB$  于  $C$ ，连  $OA$  即可。

**解** 作  $OC \perp AB$  于  $C$ ，连  $OA$ ，则  $AC = \frac{1}{2}AB = 15\text{cm}$ 。

$$\therefore MA : MB = 4 : 1, AB = 30\text{cm},$$

$$\therefore MA = 24\text{cm},$$

$$\therefore CM = MA - AC = 24 - 15 = 9\text{cm}.$$

在  $\text{Rt}\triangle OCM$  中,  $OC^2 = OM^2 - CM^2 = 16^2 - 9^2 = 175$ .

在  $\text{Rt}\triangle OAC$  中,  $OA = \sqrt{OC^2 + AC^2} = \sqrt{175 + 15^2} = 20\text{cm}$ .

$\therefore$  此圆半径为 20cm.



### 基础达标演练

1. 如图 1.1.1-5 所示,  $\odot O$  直径为 8cm, 弦  $CD$  垂直平分半径  $OA$ , 则弦的  $CD$  的长为\_\_\_\_\_.

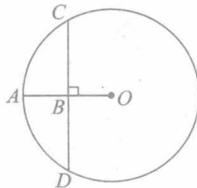


图 1.1.1-5

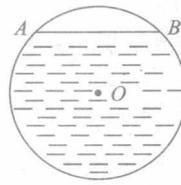


图 1.1.1-6

2. 如图 1.1.1-6 所示, 水平放着的圆柱形排水管的截面半径为 0.5m, 水面宽  $AB$  为 0.6m, 则此时水深为\_\_\_\_\_.

3. 如图 1.1.1-7 所示,  $AB$  是  $\odot O$  的弦,  $OC \perp AB$  于  $C$ , 若  $AB = 2\sqrt{5}\text{cm}$ ,  $OC = 1\text{cm}$ , 则  $\odot O$  的半径长为\_\_\_\_\_.

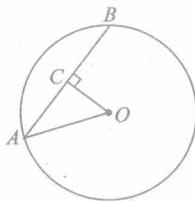


图 1.1.1-7

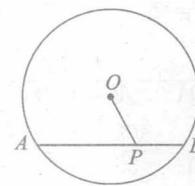


图 1.1.1-8

4. (易错题) 如图 1.1.1-8 所示, 已知  $\odot O$  直径为 10, 弦  $AB = 6$ ,  $P$  为  $AB$  上一动点, 则  $OP$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

5. 如图 1.1.1-9 所示, 已知以点  $O$  为圆心的两同心圆, 大圆弦  $AB$  交小圆于  $C, D$  两点.

(1) 求证:  $AC = BD$ ;

(2) 若  $AB = 8$ ,  $CD = 4$ , 求圆环的面积.

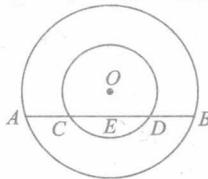


图 1.1.1-9

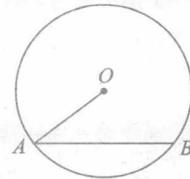


图 1.1.1-10

6. (2007·山东) 如图 1.1.1-10 所示,  $\odot O$  半径为 3, 弦  $AB$  的长为 4, 求  $\sin A$  的值.



## 答案与提示

1.  $4\sqrt{3}$ cm 提示:连 $OC$ ,在 $Rt\triangle OCB$ 中,用勾股定理求得.

2. 0.9m 提示:水深为圆心到弦 $AB$ 距离与半径长的和.

3.  $\sqrt{6}$ cm 提示: $OA = \sqrt{AC^2 + OC^2} = \sqrt{6}$ cm.

4.  $4 \leq OP \leq 5$  提示: $OP$ 最短时,应是 $OP \perp AB$ 于 $P$ 时;最长时与 $A,B$ 重合时.

5. 解 (1) 过 $O$ 作 $OE \perp AB$ 于 $E$ ,则 $CE = ED, AE = EB$ .

$$\therefore EA - EC = EB - ED, \text{即 } AC = BD.$$

(2) 连 $OA, OC$ ,

$$\because AB = 8, CD = 4.$$

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4, CE = \frac{1}{2}CD = 2.$$

$$\begin{aligned}\therefore S_{\text{环}} &= \pi OA^2 - \pi OC^2 = \pi(OA^2 - OC^2) \\ &= \pi[(OE^2 + AE^2) - (OE^2 + CE^2)] \\ &= \pi(AE^2 - CE^2) \\ &= \pi(4^2 - 2^2) = 12\pi.\end{aligned}$$

6. 解 作 $OC \perp AB$ 于 $C$ ,

$$\therefore AC = BC = 2.$$

$$\therefore OA = 3,$$

$$\therefore OC = \sqrt{OA^2 - AC^2} = \sqrt{5},$$

$$\therefore \sin A = \frac{OC}{OA} = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

## 能力拓展

### 释疑解难

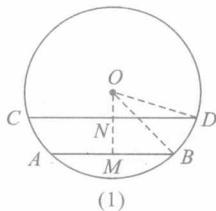
#### 命题规律一 图形与圆心位置不确定的讨论题

题目未明确一个图形与圆心位置关系时,应分情况讨论,常见的题目如平行弦与圆心的位置,一个三角形与圆心的位置等.一般分三种情况,但要依据具体题目意境准确分析,确定讨论情况.

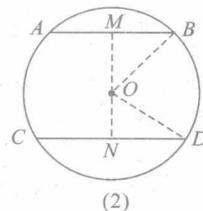
[例6]  $\odot O$ 的半径为5cm,弦 $AB \parallel CD, AB = 6\text{cm}, CD = 8\text{cm}$ ,求两平行弦间的距离.

**剖析** 此题应分弦 $AB, CD$ 同时位于圆心的同侧和分别位于圆心两侧两种情况讨论.

解 如图 1.1.1-11 所示.



(1)



(2)

图 1.1.1-11

过  $O$  作  $OM \perp AB, ON \perp CD$ , 垂足为  $M, N$ .

当弦  $AB, CD$  同时位于圆心  $O$  的同侧时, 如图 1.1.1-11(1) 所示.

$$\because OM = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\text{cm}, ON = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3\text{cm}.$$

$$\therefore \text{弦 } AB, CD \text{ 间距离 } MN = 4 - 3 = 1\text{cm}.$$

当弦  $AB, CD$  分别位于圆心  $O$  两侧时, 如图 1.1.1-11(2) 所示.

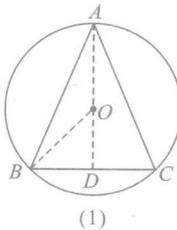
$$\because OM = 4\text{cm}, ON = 3\text{cm},$$

$$\therefore \text{弦 } AB, CD \text{ 间距离 } MN = 4 + 3 = 7\text{cm}.$$

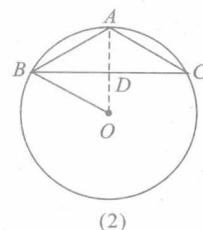
综合上述, 弦  $AB, CD$  间的距离为 1cm 或 7cm.

**[例 7]** 已知等腰  $\triangle ABC$  内接于半径为 5 的  $\odot O$ , 如果底边  $BC$  的长为 6, 求底角的正切值.

**剖析** 由于不知圆心  $O$  在  $\triangle ABC$  内还是外, 故应分两种情况讨论: ① 圆心  $O$  在  $\triangle ABC$  内; ② 圆心  $O$  在  $\triangle ABC$  外.



(1)



(2)

图 1.1.1-12

解 过  $A$  作  $AD \perp BC$  于  $D$ , 连  $OB$ .

(1) 如图 1.1.1-12(1) 所示,

$$\because AB = AC, \therefore BD = \frac{1}{2}BC = 3,$$

在  $Rt\triangle OBD$  中,  $OD^2 = OB^2 - BD^2$ .

$$\therefore OD^2 = 16, \text{ 即 } OD = 4.$$

$$\therefore AD = OA + OD = 9,$$

$$\therefore \tan \angle ABD = \frac{AD}{BD} = \frac{9}{3} = 3.$$