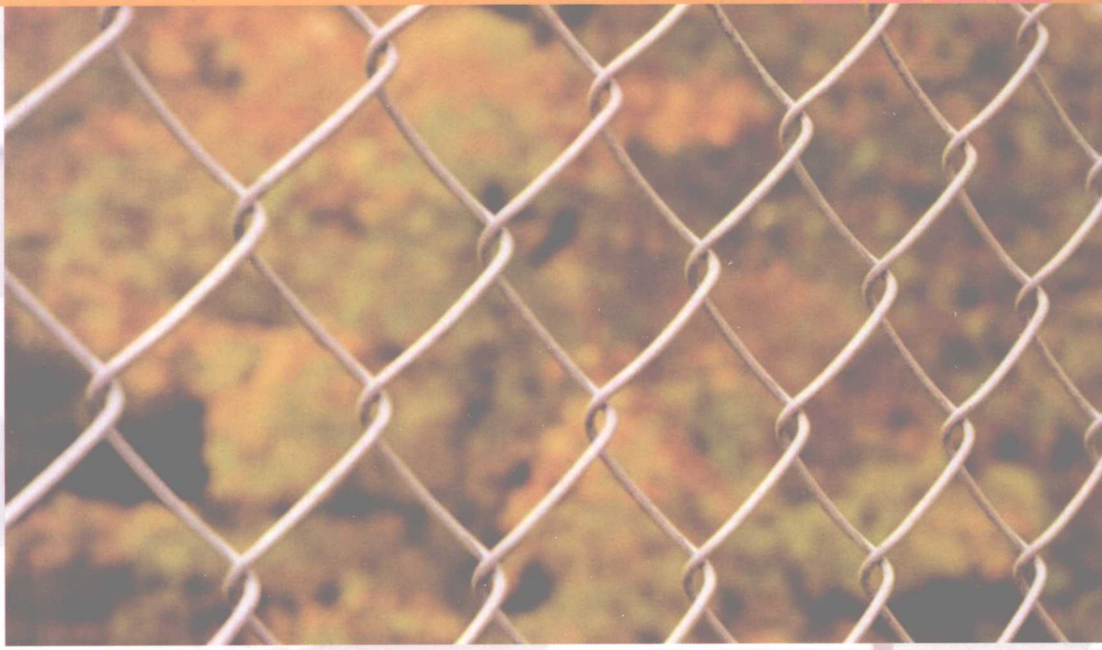
高校经典教材同步辅导丛书

配套高教版·刘鸿文主编

九章丛书



材料力学 第四版

同步辅导及习题全解

- 知识点窍
- 逻辑推理
- 习题全解
- 全真考题
- 名师执笔
- 题型归类

主编 郭维林 刘东星

I、II合订本

新版

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

高校经典教材同步辅导丛书

材料力学（第四版）同步辅导及习题全解

主编　郭维林　刘东星

编　委（排名不分先后）

程丽园	李国哲	陈有志	苏昭平
郑利伟	罗彦辉	邢艳伟	范家畅
孙立群	李云龙	刘　岩	崔永君
高泽全	于克夫	尹泉生	林国栋
黄　河	李思琦	刘　闯	侯朝阳

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书是为了配合由高等教育出版社出版的浙江大学刘鸿文主编《材料力学》Ⅰ、Ⅱ（第四版）而编写的配套辅导用书。

本书每章由内容概要、课后习题详解两部分组成，旨在帮助读者掌握课程内容的重点、难点和疑点，提高分析问题、解决问题的能力。本书内容包括：绪论，拉伸、压缩与剪切，扭转，弯曲内力，弯曲应力，弯曲变形，应力应变分析，强度理论，组合变形，压杆稳定，动载荷，交变应力，弯曲的几个补充问题，能量方法，超静定结构，平面曲杆，厚壁圆筒和旋转圆盘，矩阵位移法，杆件的塑性变形。

本书可供使用浙江大学刘鸿文主编的《材料力学》Ⅰ、Ⅱ（第四版）教材的学生和教师参考，并可作为使用其他教材的读者或考研者的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

材料力学（第四版）同步辅导及习题全解／郭维林，刘东星主编．—北京：中国水利水电出版社，2008
（高校经典教材同步辅导丛书）
ISBN 978-7-5084-5982-0

Ⅰ．材… Ⅱ．①郭… ②刘… Ⅲ．材料力学—高等学校—教学参考资料 Ⅳ．TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 161785 号

书　　名	高校经典教材同步辅导丛书 材料力学（第四版）同步辅导及习题全解
作　　者	主编　郭维林　刘东星
出版　发行	中国水利水电出版社（北京市三里河路 6 号　100044） 网址：www.waterpub.com.cn E-mail：mchannel@263.net（万水） sales@waterpub.com.cn 电话：（010）63202266（总机）、68367658（营销中心）、82562819（万水）
经　　售	全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排　　版	北京万水电子信息有限公司
印　　刷	北京市梦宇印务有限公司
规　　格	170mm×227mm　16 开本　25.5 印张　624 千字
版　　次	2009 年 2 月第 1 版　2009 年 2 月第 1 次印刷
印　　数	0001—6000 册
定　　价	25.80 元

前 言

《材料力学》一直是大中专院校机电类专业学生的必修课程，其内容随着电子技术的发展而日趋丰富。这就产生了一个矛盾：一方面学生因所修课程越来越多而导致课外时间减少；另一方面因技术的进步又要求学生去了解比以前更多的知识。

本书正是为了解决这一矛盾而精心编写的。

作为与浙江大学刘鸿文主编的教材《材料力学》Ⅰ、Ⅱ(第四版)同步配套的习题全程辅导书，本书每章由内容概要、课后习题详解两部分组成，旨在帮助读者掌握内容的重点、难点和疑点，提高分析问题、解决问题的能力。本书内容包括：绪论，拉伸、压缩与剪切，扭转，弯曲内力，弯曲应力，弯曲变形，应力应变分析，强度理论，组合变形，压杆稳定，动载荷，交变应力，弯曲的几个补充问题，能量方法，超静定结构，平面曲杆，厚壁圆筒和旋转圆盘，矩阵位移法，杆件的塑性变形。

本书除了有传统辅导书的解题过程外，主要有以下特点：概念清晰、步骤完整、数据准确、附图齐全，在解题思路和解题技巧上进行精练分析和引导、巩固所学，达到举一反三的效果。本书可供使用浙江大学刘鸿文主编的《材料力学》Ⅰ、Ⅱ(第四版)教材的学生和教师参考，并可作为使用其他教材的读者或考研者的参考书。

本书在编写过程中，参考了刘鸿文老师编写的《材料力学》Ⅰ、Ⅱ(第四版)，并借鉴了书中部分插图，在此深表感谢。

由于编者水平有限及时间仓促，不妥之处在所难免。希望读者不吝批评、指正。

编者

2008年12月

目 录

第一章　绪　论

本章主要讨论材料力学的基本概念、基本假设。主要任务是了解一些最基本的问题。要求了解构件的刚度、强度和稳定性的概念，明确材料力学课的主要任务，理解变形固体的基本假设、条件及其意义，明确内力的概念，初步掌握用截面法计算内力的方法，建立正应力、剪应力、线应变、角应变及单元体的基本概念，了解杆件变形的受力和变形特点。

1.1　内容概要

1. 材料力学的任务

材料力学的主要任务就是在满足刚度、强度及稳定性的基础上，以最经济的代价，为构件确定合理的截面形状和尺寸，选择合适的材料，为合理设计构件提供必要的理论基础和计算方法。

2. 变形固体及其基本假设

材料力学研究的构件都是变形固体。一般无特别说明，均假设变形固体具有连续性、均匀性和各向同性，并且一般受线弹性，小变形的限制。

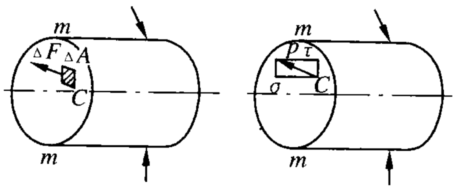
3. 外力与内力的概念

外力是指施加在结构上的外部载荷及支座反力。按作用方式可分为体积力和表面力。体积力是连续分布在构件内部各点处的力；表面力是直接作用于构件表面的分布力或集中力。在外力作用下，构件内部各质点间相互作用力的改变量，即附加相互作用力称为内力。内力成对出现，大小相等，方向相反，分别作用在构件的两部分上。

4. 应力、正应力和切应力

在外力作用下，根据连续性假设，构件上任一截面的内力是连续分布的。截面上任一点内力的密集程度(内力集度)，称为该点的内力。

例如图 1.1(a) 所示，$m-m$ 截面上任一点 C 处的应力用 p 表示



(a)　　(b)

图 1.1

$$p=\lim_{\Delta A\to 0}\frac{\Delta F}{\Delta A}=\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}A}$$

ΔF 为微面积 ΔA 上的合内力。一点处的应力可分解为两个应力分量。垂直于截面的分量称为正应力,用符号 σ 表示;和截面相切的分量称为切应力,用符号 τ 表示(图 1.1b)。应力的量纲和压强的量纲相同,都是 Pa(帕斯卡),但是二者的物理概念不同,压强是单位面积上的外力,而应力是单位面积的内力。

5. **截面法**

截面法是研究构件内力的基本方法,在材料力学课程中占有非常重要的地位。利用截面法求内力的基本步骤为:分二留一,内力代弃。具体来说,在欲求内力的某点处,假想用截面把构件截为两部分,保留其中一部分作为研究对象,而舍弃另外一部分,用内力代替抛去部分对保留部分的作用力。一般来说,在空间问题中,内力有六个小量,合力的作用点为截面形心,在切开截面处建立右手点,则六个力分量为 $F_{Nx}, F_{sy}, F_{sz}, M_x, M_y, M_z$(图 1.2)。

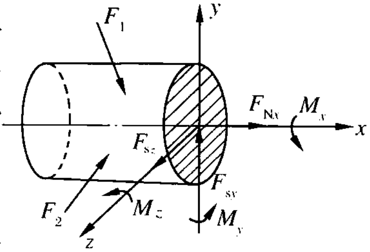


图 1.2

6. **变形、线应变和切应变**

构件受力后,物体内任意两点的距离和任意两条线段的夹角都会改变。

如果在物体内 A 点附近处取出一微单元体,它的一个边 AB,变形前平行坐标轴 x,且长度 Δx,变形后长度变为 $\Delta x + \Delta u$,Δu 为 AB 的变形量,则比值

$$\varepsilon = \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

称为 AB 线段的平均线应变,面极限　$\varepsilon_x = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta u}{\Delta x} = \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}$ 定义为 A 点沿 x 方向的线应变。

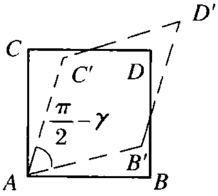


图 1.3

变形前 AB,AC 两线段夹角是直角,变形后夹角发生改变(图 1.3),其改变量 γ 称为角应变或剪应变。

线应变和角应变都没有量纲,角应变用弧度表示。不同方向的线应变不同,不同平面的角应变也是不同的。

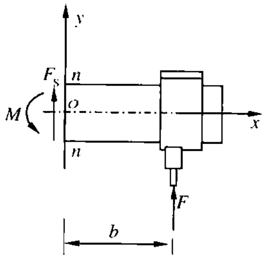
1.2　课后习题详解

1.1　对教材中的图 1.2a 所示钻床,试求 $n-n$ 截面上的内力。

【知识点窍】　应用截面法求内力。

【逻辑推理】　运用截面法求解内力时,选取其中一部分做研究对象时,要掌握一个原则,就是应保证所选取的对象所受外力尽可能多地为已知量,从而保证分析起来简单。

【解题过程】　如题 1.1 图所示,沿截面 $n-n$ 假想地将钻床分为两部分。取如图部分进行研究,并以截面的形心 O 为原点,选取坐标系如图所示。按照分析由平衡条件



题 1.1 图

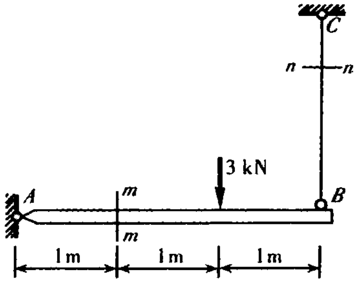
$$\sum F_y = 0, \quad F + F_S = 0$$

$$\sum M_O = 0, \quad Fb - M = 0$$

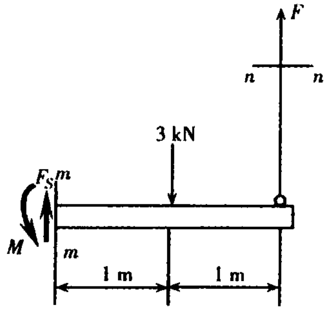
求得内力 F_S 和 M 为 $F_S = -F$，$M = Fb$

1.2 试求图示结构 $m-m$ 和 $n-n$ 两截面上的内力，并指出 AB 和 BC 两杆的变形属于何类基本变形。

【知识点窍】 截面法求杆件的内力；基本变形：拉伸或压缩、剪切、扭转和变形的定义。



题 1.2 图



解 1.2 图

【解题过程】 仍应用截面法，取 $m-m$ 截面以右和 $n-n$ 截面以下的部分为研究对象，其受力情况如解 1.2 图所示，列平衡方向可得

$$\sum F_y = 0, F + F_S - 3 = 0 \quad ①$$

$$\sum M = F \cdot 2 + M - 3 \cdot 1 = 0 \quad ②$$

再取整体作为研究对象，BC 杆的拉力为 F，各力对 A 点取矩，由力矩平衡得

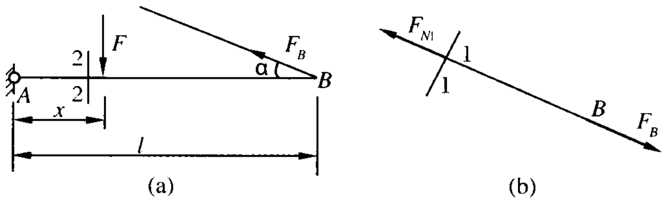
$$F \cdot 3 = 3 \cdot 2 \quad ③$$

解 ①②③ 式，可以得内力分别为 $F = 2\text{kN}, F_S = 1\text{kN}, M = -1\text{kN} \cdot \text{m}$

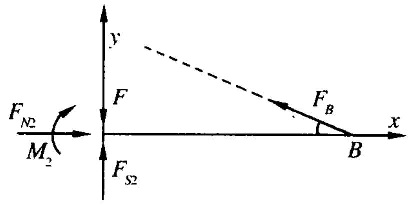
其方向如解 1.2 图中所示，负号表示与图中所示的方向相反.

1.3 在图示简易吊车的横梁上，F 力可以左右移动。试求截面 1－1 和 2－2 上的内力及其最大值。

【逻辑推理】 单独取出某一杆件去除约束，求其约束力，然后用截面法求杆件内力；函数表达式求极值。



题 1.3 图



(c)

题 1.3 图(续图)

【解题过程】 由分析可知,BC 杆只受轴向内力,所以解除 B 处的铰链约束,代之以力 F_B。

对于 AB 杆,受力如题 1.3 图(a) 所示

由平衡条件 $\sum M_A = 0,\quad F_B \cdot l\sin\alpha - Fx = 0$

求得 $F_B = \dfrac{Fx}{l\sin\alpha}$,方向如题 1.3 图(a) 所示。

对于 1—1 截面,如题 1.3 图(b),由力的平衡可以求得 $F_{N1} = F_B = \dfrac{Fx}{l\sin\alpha}$

可以看出 F_{N1} 为 x 的线性函数。

故当 $x = 1$ 时,F_{N1} 取得最大值:$F_{N1\max} = \dfrac{F}{\sin\alpha}$

对于 2—2 截面,如图(c) 所示,取杆 AB 在 2—2 截面的右面的部分进行研究,以截面的形心 O 为原点,建立坐标系如题 1.3 图(c),

由平衡条件

$$\sum F_x = 0,\quad F_{N2} - F_B\cos\alpha = 0$$

$$\sum F_y = 0,\quad F_{S2} + F_B\sin\alpha - F = 0$$

$$\sum M_O = 0,\quad M_2 - F_B\sin\alpha(l - x) = 0$$

可以求得

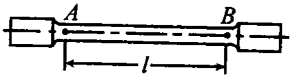
$F_{N2} = \dfrac{x}{l\tan\alpha}F$, 所以当 $x = 1$ 时,取最大值 $F_{N2\max} = \dfrac{F}{\tan\alpha}$

$F_{S2} = F - \dfrac{Fx}{l} = (1 - \dfrac{x}{l})F$

所以当 $x = 0$ 时,取最大值 $F_{S2\max} = F$

$M_2 = \dfrac{x(l-x)}{l}F$,为二次函数,当 $x = \dfrac{l}{2}$ 时,取最大值 $M_2 = \dfrac{Fl}{4}$

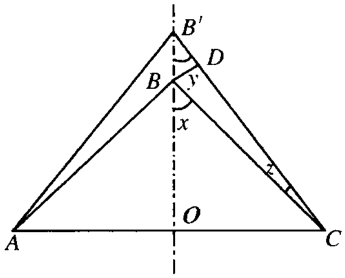
1.4 拉伸试样上 A,B 两点的距离 l 称为标距。受拉力作用后,用变形仪量出两点距离的增量为 $\Delta l = 5\times10^{-2}$ mm。若 l 的原长为 $l = 100$mm。试求 A 与 B 两点间的平均应变 ε_m。



题 1.4 图

【解题过程】 所求平均应变为 $\varepsilon_m = \dfrac{\Delta l}{l} = \dfrac{5\times10^{-2}}{100} = 5\times10^{-4}$

1.5 图示三角形薄板因受外力作用而变形，交点 B 垂直向上的位移为 0.03mm，但 AB 和 BC 仍保持为直线。试求沿 OB 的平均应变，并求 AB 与 BC 两边在 B 点的角度改变。



题 1.5 图

【逻辑推理】 严格按照线应变和角应变的定义公式求解，需要注意的问题是：因为材料力学上对于变形的研究仅限于小变形的情况，无论是变形或因变形引起的位移，其大小都远小于构件的最小尺寸。

【解题过程】 先求沿 OB 的平均应变，为

$$\varepsilon_{OB}=\frac{\Delta l_{OB}}{l_{OB}}=\frac{0.03}{120}=2.5\times10^{-4}$$

下面求 AB 与 BC 两边在 B 点的角度改变，即为角应变 γ。

如题 1.5 图所示，是夸张的画法，目的是便于分析，x,y,z 所示角度如图，

由角应变的定义得 $\gamma=2(x-y)$

而 $$z=\left(\frac{\pi}{2}-y\right)-\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=x-y$$

故 $\gamma=2z$

由于是小变形，所以 $$z\approx\sin z=\frac{\Delta_{BD}}{l_{BC}}=\frac{\Delta_{BB'}\sin\frac{\pi}{4}}{l_{BC}}=1.25\times10^{-4}\,\text{rad}$$

可以求得 $$\gamma=2z=2.5\times10^{-4}\,\text{rad}$$

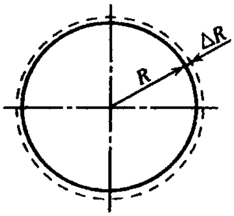
1.6 圆形薄板的半径为 R，变形后 R 的增量为 ΔR，若 $R=80$mm，$\Delta R=3\times10^{-3}$mm，试求沿半径方向和外圆圆周方向的平均应变。

【解题过程】 由平均线应变的定义可知，沿半径方向的平均应变为

$$\varepsilon_{\text{半径}}=\frac{\Delta R}{R}=\frac{3\times10^{-3}}{80}=3.75\times10^{-5}$$

沿圆周方向的平均应变为

$$\varepsilon_{\text{圆周}}=\frac{2\pi(R+\Delta R)-2\pi R}{2\pi R}=\frac{\Delta R}{R}=\frac{3\times10^{-3}}{80}=3.75\times10^{-5}$$



题 1.6 图

第二章　拉伸、压缩与剪切

本章主要讨论杆件的四种基本变形中的两种，即轴向拉伸（或压缩）与剪切。将在试验的基础上研究轴向拉伸（或压缩）杆件的力学性能，以此得出杆件的强度条件。

2.1　内容概要

1. 轴向拉压

作用在杆件上外力合力的作用线与杆件轴线重合，使杆件产生沿轴线方向的伸长或缩短。

2. 轴向拉压杆的内力

轴向拉压杆的内力称为轴力，用符号 F_N 表示，且规定 F_N 的方向拉伸为正，压缩为负。求轴力仍然采用截面法。用横坐标 x 表示横截面的位置，用纵坐标 F_N 表示相应截面上的轴力，称这种图为轴力图。

3. 轴向拉压横截面上的应力

（1）横截面上的应力

对于均质杆，在承受拉压时，根据“横截面保持平面”的假设，内力在横截面上均匀分布，面上各点正应力相同，即

$$\sigma = \frac{F_x}{A}$$

（2）斜截面上的应力

斜截面上既有正应力也有切应力，即

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma}{2}(1 + \cos 2\alpha) = \sigma \cos^2 \alpha$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma}{2}\sin 2\alpha$$

式中 α 为从横截面外法线转到斜截面外法线的夹角。

当 $\alpha = 0°$ 时，$(\sigma_\alpha)_{\max} = \sigma$

当 $\alpha = 45°$ 时，$(\tau_\alpha)_{\max} = \dfrac{\sigma}{2}$

4. 材料力学性质

材料力学性质，是指材料在外力作用下表现出的变形与破坏的特征。

在常温静载条件下低碳钢拉伸时，以 $\sigma = F_N/A$ 为纵坐标，以 $\varepsilon = \Delta l/l$ 为横坐标可以得到应力应变曲线如图 2.1 所示。

从图中可以看出，有明显的四个阶段，即弹性阶段、屈服阶段、强化阶段、局部颈缩阶段。有四个极限应力：比例极限 σ_p，弹性极限 σ_e，屈服极限 σ_s，强度极限 σ_b。其中屈服极限 σ_s 表示材料出现塑性变形，强度极限 σ_b 表示材料失去承载能力，故 σ_s 和 σ_b 是衡量材料强度的两个重要指标。

在弹性范围内应力和应变是成正比的，即　$\sigma = E\varepsilon$

式中 E 为材料的弹性模量，该式称为胡克定律。

试件拉断后可测出两个塑性指标

① 延伸率　$\delta = \dfrac{l_1 - l}{l} \times 100\%$

② 断面收缩率　$\phi = \dfrac{A_0 - A_1}{A_0} \times 100\%$

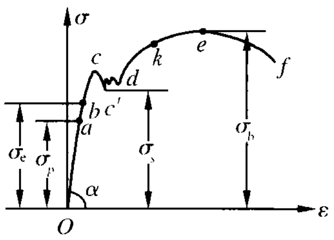


图 2.1

此外，对于某些没有屈服阶段的塑性材料来讲，可将产生 0.2% 塑性应变时的应力作为屈服指标，用 $\sigma_{r0.2}$ 表示。材料压缩时，塑性材料压缩时的力学性能与拉伸时的基本无异，脆性材料则有较大差别。

5. 轴向拉压杆的强度计算

(1) 失效。把断裂和出现塑性变形称为失效。受压杆的被压溃、压扁也是失效。

(2) 安全系数与许用应力

对于塑性材料　$[\sigma] = \dfrac{\sigma_s}{n_s}$

对于脆性材料　$[\sigma] = \dfrac{\sigma_b}{n_b}$

式中，n_s 或 n_b 称为安全系数，其值大于 1。$[\sigma]$ 为许用应力。

(3) 强度条件　$\sigma = \dfrac{F_N}{A} \leqslant [\sigma]$

6. 轴向拉伸或压缩时的变形计算

轴向拉压杆的变形利用胡克定律求得　$\Delta l = \dfrac{F_N l}{EA}$

在应用上式时，注意应力在比例极限内。当轴向力 $F_N(x)$ 和横截面面积 $A(x)$ 沿轴线方向变化时，应采用微元法处理，此时

$$\mathrm{d}(\Delta l) = \frac{F_N(x)\mathrm{d}x}{EA(x)} \qquad \Delta l = \int_0^l \frac{F_N(x)\mathrm{d}x}{EA(x)}$$

7. 简单拉压静不定问题

静不定结构的特点是结构内部或外部存在多余约束，未知力的数比能列出的平衡方程的数目要多，求解时要列出静力平衡方程、变形协调方程和物理方程联立求解。解静不定问题的一般步骤为：

① 确定静不定次数。

② 列出平衡方程。

③ 解除多余约束，使结构变为静定结构，列出变形协调方程。

④ 将物理关系代入变形协调方程，得到补充方程。联立各方程，求出未知力。

8. 剪切的实用计算

剪切的特点是：作用于构件某一截面两侧的力，大小相等，方向相反，且相互平行。

剪切的强度条件　$\tau = \dfrac{F_s}{A} \leqslant [\tau]$

式中，F_s 为剪力，$[\tau]$ 为许用剪应力。

9. **挤压实用计算**

挤压的强度条件　　$\sigma_{bs} = \dfrac{F}{A_{bs}} \leqslant [\sigma_{bs}]$

2.2　课后习题详解

2.1　试求 2.1 图示各杆 1－1，2－2，3－3 截面上的轴力，并作轴力图。

【知识点窍】 轴力的求法和轴力图的作法。

【解题过程】 (a) 用截面法，设各个截面的轴力均为拉力，并分别用 F_{N1}、F_{N2}、F_{N3} 表示，沿截面 1－1 将杆分成两段，取出右段，并画出受力图，如题 2.1 图(a)，为了保持右段的平衡，可由平衡方程 $\sum F_x = 0$ 得，$F_{N1} + 20 - 30 - 40 = 0$

由此确定了 F_{N1} 的数值是　　$F_{N1} = 50\text{kN}$　(拉力)

同理，可以计算横截面 2－2、3－3 上的轴力。

$$F_{N2} = 10\text{kN}\quad(\text{拉力})$$

$$F_{N3} = -20\text{kN}\quad(\text{压力})$$

(b) 用上述方法可求得，在此仅给出结果。

$$F_{N1} = F, F_{N2} = 0, F_{N3} = F$$

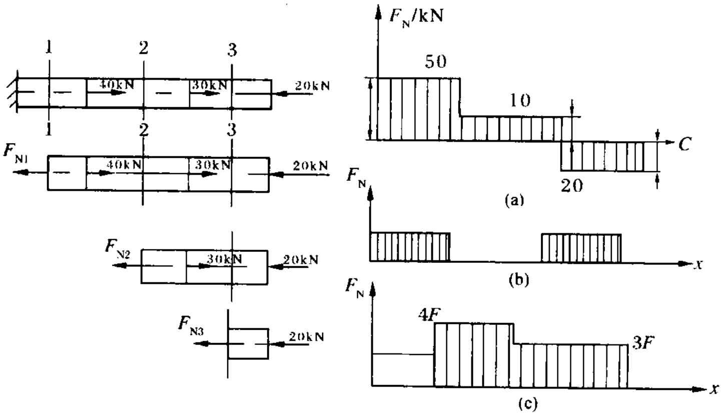
(c) 同理可求得　　$F_{N1} = 0, F_{N2} = 4F, F_{N3} = 3F$

2.2　作用于图示零件上的拉力 $F = 38\text{kN}$，试问零件内最大拉应力发生于哪个截面上？并求其值。

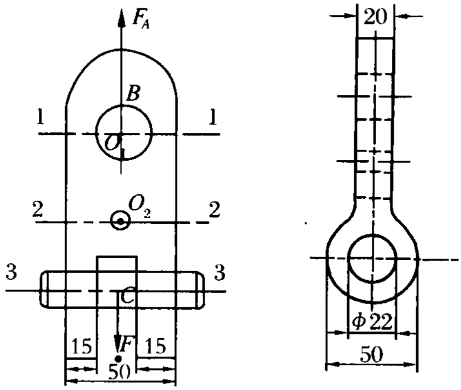
【知识点窍】 横截面上各点处的正应力 σ 均为　$\sigma = \dfrac{F_N}{A}$

F_N— 轴力

A— 杆件横截面的面积



题 2.1 图



题 2.2 图

【逻辑推理】　求最大正应力即求一截面使得轴力大、横截面积小。

【解题过程】　由图可见，从1—1截面到3—3截面，整个杆件所受内力均为F。故应力最大值发生在最小截面处，由图可见，$A_1 < A_2$，而

$$A_1 = 50 \times 20 - 22 \times 20 = 560\text{mm}^2$$

$$A_3 = (50 - 22) \times 15 \times 2 = 840\text{mm}^2 > A_1$$

因此，σ_{max} 发生在 1 — 1 截面上，

$$\sigma_{max} = \frac{F_N}{A_1} = \frac{38 \times 10^3}{560}\text{MPa} = 67.8\text{MPa}$$

2.3　在题 2.1(c) 中，若 1—1，2—2，3—3 三个横截面的直径分别是：$d_1 = 15\text{mm}$，$d_2 = 20\text{mm}$，$d_3 = 24\text{mm}$，$F = 8\text{kN}$，试用图线表示横截面上的应力沿轴线的变化情况 。

【知识点窍】　应力图和轴力图是相一致的，拉应力为正，压应力为负。

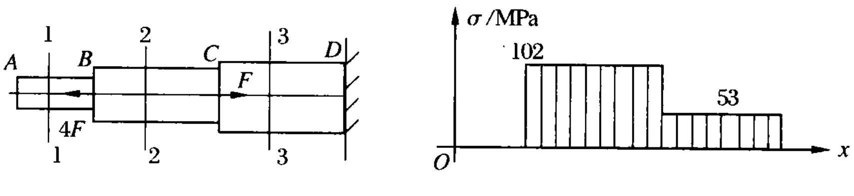
【逻辑推理】　应力变化的截面就是轴力变化或截面面积发生变化的地方。

【解题过程】　由题 2.1 图(c) 可知 AB 段轴力均为 $F_{N1} = 0$

BC 段的轴力为：$F_{N2} = 4F$

CD 段的轴力为：$F_{N3} = 3F$

故 AB 段应力为：$\sigma_1 = \frac{4F_{N1}}{\pi d_1^2} = 0$



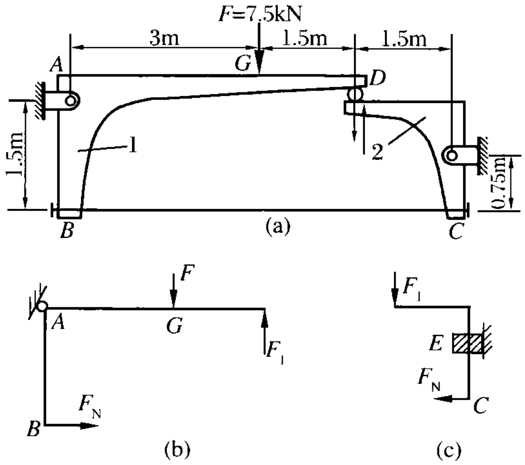
题 2.3 图

BC 段应力为：$\sigma_2 = \frac{4F_{N2}}{\pi d_2^2} = \frac{4 \times 4 \times 8 \times 10^3}{\pi \times 20^2}\text{MPa} = 102\text{MPa}$

CD 段应力为：$\sigma_3 = \dfrac{4F_{N3}}{\pi d_3^2} = \dfrac{4 \times 3 \times 8 \times 10^3}{\pi \times 24^2}\text{MPa} = 53\text{MPa}$

可画出应力图表示应力沿轴线的变化如题 2.3 图所示。

2.4　在图示结构中，若钢拉杆 BC 的截面直径为 10mm，试求拉杆内的应力。设由 BC 连接的 1 和 2 两部分均为刚体。



题 2.4 图

【解题过程】　将结构分成如题题 2.4 图(b)(c) 所示的两部分。

对于图(b)，根据力矩平衡有　$\sum M_A = 0, F_1(3+1.5) + F_N \times 1.5 - F \times 3 = 0$　①

对于图(c)，则有　$\sum M_E = 0, F_1 \times 1.5 - F_N \times 0.75 = 0$　②

联立 ①② 两式求得 BC 杆的内力为　$F_N = 6\text{kN}$

故求出 BC 杆内的应力为　$\sigma = \dfrac{F_N}{A} = \dfrac{6 \times 10^3}{\dfrac{\pi}{4} \times (10 \times 10^{-3})^2} = 76.4\text{MPa}$

2.5　图示结构中，1,2 两杆的横截面直径为 10mm 和 20mm，试求两杆内的应力，设两根横梁皆为刚体。

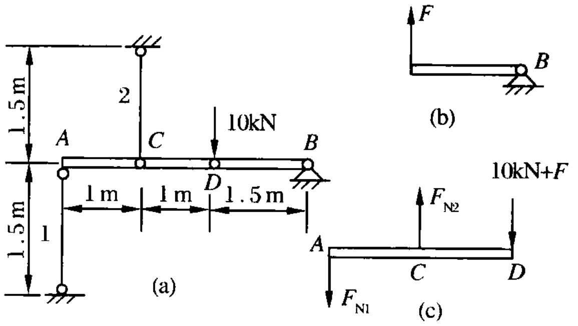
【知识点窍】　应力的计算：$\sigma = \dfrac{F_N}{A}$。

【逻辑推理】　对于已知截面面积求应力的问题可转化为求内力，而内力的求法采用截面法，本题更需要学会怎样用结构分离法列平衡方程求出内力。

【解题过程】　设杆 1,2 所受的内力为 F_{N1}, F_{N2}，将 D 处铰截开，受力如题 2.5 图(b),(c) 所示由平衡条件

$$\sum M_B = 0, F = 0$$

$$\sum M_A = 0, F_{N2} \times 1 - (10+0) \times 2 = 0$$



题 2.5 图

$$\sum M_C = 0, F_{N1} \times 1 - (10 + 0) \times 1 = 0$$

解得　$F_{N1} = 10\text{kN}, F_{N2} = 20\text{kN}$

故 1,2 杆的应力分别为

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{4 \times 10 \times 10^3}{\pi(10 \times 10^{-3})^2}\text{Pa} = 127\text{MPa}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{4 \times 20 \times 10^3}{\pi \times (20 \times 10^{-3})^2}\text{Pa} = 63.7\text{MPa}$$

2.6　直径为10mm的圆杆，在拉力 $F = 10\text{kN}$ 的作用下，试求最大切应力，并求与横截面的夹角为 $\alpha = 30°$ 的斜截面上的正应力及切应力。

【知识点窍】　斜截面上的剪应力和正应力的计算。

正应力 —$\sigma_\alpha = \sigma\cos^2\alpha$　　　　剪应力 —$\tau_\alpha = \frac{\sigma}{2}\sin 2\alpha$

【解题过程】　横截面上的正应力为

$$\sigma = \frac{F_N}{A} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4 \times 10 \times 10^3}{\pi \times 0.01^2} = 127.3\text{MPa}$$

由公式 $\sigma_\alpha = \sigma\cos^2\alpha, \tau_\alpha = \frac{\sigma}{2}\sin 2\alpha$ 得

当 $\alpha = 45°$ 时，杆内剪应力达到最大值为　$\tau_{max} = \frac{1}{2}\sigma = 63.7\text{MPa}$

当 $\alpha = 30°$ 时，代入上述公式求得

$$\sigma_\alpha = \sigma\cos^2\alpha = 12713 \times \cos^2 30° = 95.6\text{MPa}$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma}{2}\sin 2\alpha = \frac{1}{2} \times 127.3 \times \sin 60° = 55.2\text{MPa}$$

2.7　油缸盖与缸体采用 6 个螺栓连接。已知油缸内径 $D = 350\text{mm}$，油压 $p = 1\text{MPa}$。若螺栓材料的许用应力 $[\sigma] = 40\text{MPa}$，求螺栓的内径。

【知识点窍】　利用许用应力 $[\sigma]$ 条件来确定螺栓的内径。

【逻辑推理】　利用构件轴向拉伸或压缩时的强度条件为