



全国高等教育自学考试指定教材 公共课程

物理(I)

附：物理(I)自学考试大纲

课程代码
0420
[2007年版]

组编/全国高等教育自学考试指导委员会
编/吴王杰

本教材附赠网络学习卡

机械工业出版社

全国高等教育自学考试指定教材 (公共课程)

物 理 (工)

全国高等教育自学考试指导委员会 组编

吴王杰 编

邓新元

狄增如 审

解希顺

机械工业出版社

2006 年全国高等教育自学考试指导委员会对原“《物理(工)》自学考试大纲”进行了修订,本教材是按照新大纲重新编写的物理自考教材。教材的教学内容和难易程度符合自学考试大纲的要求,体系合理,内容详略得当,繁简适宜,文字叙述通俗易懂,插图形象直观,例题数量较多,习题的难易、题型与考试试题基本一致。本教材符合自学考试要求,适应考生自学的需要,可供参加自考的考生使用。

图书在版编目(CIP)数据

物理(工)/吴王杰编. —北京:机械工业出版社, 2007. 8
全国高等教育自学考试指定教材. 公共课程
ISBN 978 - 7 - 111 - 21985 - 9

I. 物… II. 吴… III. 物理学 - 高等教育 - 自学考试 -
教材 IV. 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 115113 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 李永联 张金奎

责任编辑: 张金奎 李永联 版式设计: 霍永明

责任校对: 程俊巧

北京飞达印刷有限责任公司印刷

2007 年 9 月第 1 版

2008 年 5 月第 4 次印刷

184mm×260mm • 21.125 印张 • 516 千字

标准书号: ISBN 978-7-111-21985-9

定价: 32.00 元

本书如有质量问题, 请与教材供应部门联系。

对制定《物理（工）自学考试大纲》 的几点说明

《物理（工）自学考试大纲》是根据全国高等教育自学考试各相关专业委员会的专业考试计划要求及全国高等教育自学考试指导委员会五届二次会议精神编写的。

《物理（工）自学考试大纲》提出初稿后，由全国高等教育自学考试专业委员会物理组组织专家在北京师范大学召开了审稿会，并根据审稿意见作了认真修改。嗣后，由物理组专业委员会主任、北京师范大学王若桢教授，秘书长北京师范大学狄增如教授，东南大学解希顺教授进行通审、定稿。

《物理（工）自学考试大纲》适合电子、机械、工程等各相关专业（独立本科段）使用，由东南大学解希顺教授负责编写。北京邮电大学葛森林教授担任主审，并主持了审稿会。参加本大纲审稿并提出修改意见的还有北京工业大学严隽霖教授。

对参加本大纲编写、审稿的同志以及在审稿会期间给予支持的学校表示感谢。

全国高等教育自学考试指导委员会
专业委员会物理组

2006年10月

组 编 前 言

当您开始阅读本书时，人类已经迈入了二十一世纪。

这是一个变幻难测的世纪，这是一个催人奋进的时代。科学技术飞速发展，知识更替日新月异。希望、困惑、机遇、挑战，随时随地都有可能出现在每一个社会成员的生活之中。抓住机遇，寻求发展，迎接挑战，适应变化的制胜法宝就是学习——依靠自己学习、终生学习。

作为我国高等教育组成部分的自学考试，其职责就是在高等教育这个水平上倡导自学、鼓励自学、帮助自学、推动自学，为每一个自学者铺就成才之路。组织编写供读者学习的教材就是履行这个职责的重要环节。毫无疑问，这种教材应当适合自学，应当有利于学习者掌握、了解新知识、新信息，有利于学习者增强创新意识、培养实践能力、形成自学能力，也有利于学习者学以致用、解决实际工作中所遇到的问题。具有如此特点的书，我们虽然沿用了“教材”这个概念，但它与那种仅供教师讲、学生听，教师不讲、学生不懂，以“教”为中心的教科书相比，已经在内容安排、形式体例、行文风格等方面都大不相同了。希望读者对此有所了解，以便从一开始就树立起依靠自己学习的坚定信念，不断探索适合自己的学习方法，充分利用已有的知识基础和实际工作经验，最大限度地发挥自己的潜能，达到学习的目标。

欢迎读者提出意见和建议。

祝每一位读者自学成功。

全国高等教育自学考试指导委员会

2007年9月

编者的话

1998年全国高等教育自学考试指导委员会决定在高等工科各专业自学考试的教学计划中设立物理课(包括物理实验),简称物理(工)。该课程为必修课,共6学分,其中理论内容5学分,实验内容1学分。课程基本要求和能力培养基本上与全日制高等工科学校的物理课相同。

2006年全国高等教育自学考试指导委员会对原“《物理(工)》自学考试大纲”进行了修订,本书是根据修订后颁布的考试大纲的要求编写的。教材基本上保持传统的内容体系,包括力学、热学、电磁学、振动波动和光学、近代物理学五篇,共12章。为了使考生能通过自学获得最基本的物理知识,能够应用简单的微积分和矢量方法对物理习题和问题进行分析和计算等课程要求,并更好地适应自学考试的特点,我们在编写过程中采取了如下措施。

(1) 教材内容及难易程度严格按照教育部颁发的“《物理(工)》自学考试大纲”所规定的课程内容和自学要求编写。教材每章后都有内容提要以突出课程的基本要求。

(2) 教材加强了对物理学基本现象、基本概念、基本原理的阐述,使学生能够比较全面地认识和正确理解物理学的基本内容。本书力求论述条理清楚、严谨,文字简洁、通畅。为了帮助学生增强应用物理学公式解决简单物理问题的能力,书中对所有的重点难点内容都配置了相应的典型例题。

(3) 依据大纲中规定的考核知识点及考核要求精选了习题,并将习题分为选择、填空、计算三类,这与课程考试试题题型基本一致,以便于学生对基本知识点的自测。所有习题均由编者本人核算了答案。

(4) 全书注重在教学内容中渗透学习物理学的思维和研究方法,以期提高学生的科学素质和分析解决问题的能力,培养学生的辩证唯物主义世界观和严谨求实的科学态度以及开拓创新的探索精神。

全书统一采用SI单位制和1994年实施的《量和单位》中的国家标准,以及全国自然科学名词审定委员会公布的“物理学名词”。书后附有《物理(工)》自学考试大纲、SI单位制中的单位、常用基本物理量和全部习题的参考答案。本书编者同时编写了配套的辅导教材《物理(工)自学考试指导与题解》,由机械工业出版社出版。

本书由清华大学物理系邓新元教授、北京师范大学物理系狄增如教授和东南大学物理系解希顺教授审稿。他们认真、细致地审阅了全稿,提出了许多中肯、有益的修改意见和宝贵建议。编者在此向他们表示衷心的感谢。本书还参考了近年来出版的部分优秀大学物理教材(见参考文献),我们对此一并表示诚挚的谢意!

本书在编写过程中还始终得到了教育部全国高等教育自学考试指导委员会教材出版处和命题二处以及全国高等教育自学考试指导委员会物理专业委员会的关心和支持。

由于编者水平有限, 缺点、错误在所难免, 恳请使用本教材的师生不吝提出宝贵的意见。

編者

2007 年 2 月

目 录

第 1 篇 力 学

第 1 章 质点运动学和牛顿运动

定律 3

1.1 参考系 质点 3

1.2 位矢、速度和加速度 4

1.3 圆周运动及其描述 10

1.4 牛顿运动定律 13

1.5 力学中常见的力 15

1.6 牛顿运动定律的应用 18

内容提要 21

习题 22

第 2 章 守恒定律 26

2.1 动量与冲量 质点的动量定理 26

2.2 质点系的动量定理 29

2.3 动量守恒定律 30

2.4 质点的角动量定理和角动量 守恒定律 32

2.5 功 动能定理 37

2.6 保守力 势能 41

2.7 功能原理 45

2.8 机械能守恒定律 48

2.9 刚体的定轴转动 50

内容提要 57

习题 58

第 2 篇 热 学

第 3 章 气体动理论 65

3.1 分子运动论的基本观点 65

3.2 热力学平衡态 气体的状态 参量 66

3.3 理想气体的物态方程 68

3.4 理想气体的压强公式 70

3.5 理想气体的温度公式 72

3.6 能量均分定理 理想气体 的热力学能 73

3.7 麦克斯韦速率分布定律 75

内容提要 79

习题 80

第 4 章 热力学基础 83

4.1 热力学过程 83

4.2 功与热 热力学能 84

4.3 热力学第一定律 87

4.4 热力学第一定律对理想气体 等值过程的应用 88

4.5 理想气体的绝热过程 92

4.6 循环过程 93

4.7 宏观过程的方向性 95

4.8 热力学第二定律 97

4.9 热力学第二定律的微观实质 和统计意义 98

内容提要 101

习题 102

第 3 篇 电 磁 学

第 5 章 静电场 107

5.1 电荷和库仑定律 107

5.2 电场和电场强度 110

5.3 高斯定理 116

5.4 静电场的环路定理 电势 123

5.5 静电场中的导体 129

5.6 静电场的能量	135	内容提要	164
内容提要	137	习题	164
习题	139	第7章 电磁感应与电磁场	170
第6章 恒定电流的磁场	143	7.1 电磁感应的基本规律	170
6.1 恒定电流	143	7.2 动生电动势	174
6.2 磁场 磁感应强度	146	7.3 感生电动势	177
6.3 毕奥-萨伐尔定律	147	7.4 互感和自感	180
6.4 磁场的高斯定理	151	7.5 磁场的能量	182
6.5 安培环路定理	153	7.6 麦克斯韦电磁场理论简介	184
6.6 磁场对载流导线的作用	157	内容提要	188
6.7 磁场对运动电荷的作用	160	习题	189
第4篇 振动、波动和光学		第10章 波动光学	230
第8章 机械振动	195	10.1 光的干涉 杨氏双缝干涉	230
8.1 简谐振动	195	10.2 光程 薄膜的等厚干涉	235
8.2 简谐振动的旋转矢量表示法	200	10.3 光的衍射 惠更斯-菲涅尔原理	240
8.3 简谐振动的能量	202	单缝夫琅禾费衍射	244
8.4 同方向同频率简谐振动的合成	203	10.4 光栅 光栅衍射	246
内容提要	206	10.5 光的偏振	250
习题	207	内容提要	252
第9章 机械波	211	第5篇 近代物理学	
9.1 机械波的产生和传播	211	第11章 狭义相对论	257
9.2 平面简谐波的表达式	213	11.1 伽利略变换 经典	257
9.3 波的能量 波的能量密度	217	力学的时空观	258
9.4 惠更斯原理	219	11.2 狭义相对论基本原理	258
第5章 电磁学		洛伦兹变换	261
第6章 静电场	135	11.3 狭义相对论时空观	265
6.1 电荷 库仑定律	135	11.4 狭义相对论动力学基础	268
6.2 电场强度 电通量	137	内容提要	269
6.3 电势	139	习题	271
6.4 静电场的高斯定理	143	第12章 波和粒子	271
6.5 静电场的能量	145	12.1 光电效应 爱因斯坦方程	271
6.6 静电场对电荷的作用	147	12.2 光的波粒二象性	274
6.7 静电场对运动电荷的作用	149		
6.8 静电场对电流的作用	151		
6.9 静电场对介质的作用	153		
6.10 静电场对磁介质的作用	155		
6.11 静电场对导体的作用	157		
6.12 静电场对电介质的作用	159		
6.13 静电场对电介质的作用	161		
6.14 静电场对电介质的作用	163		
6.15 静电场对电介质的作用	165		
6.16 静电场对电介质的作用	167		
6.17 静电场对电介质的作用	169		
6.18 静电场对电介质的作用	171		
6.19 静电场对电介质的作用	173		
6.20 静电场对电介质的作用	175		
6.21 静电场对电介质的作用	177		
6.22 静电场对电介质的作用	179		
6.23 静电场对电介质的作用	181		
6.24 静电场对电介质的作用	183		
6.25 静电场对电介质的作用	185		
6.26 静电场对电介质的作用	187		
6.27 静电场对电介质的作用	189		
6.28 静电场对电介质的作用	191		
6.29 静电场对电介质的作用	193		
6.30 静电场对电介质的作用	195		
6.31 静电场对电介质的作用	197		
6.32 静电场对电介质的作用	199		
6.33 静电场对电介质的作用	201		
6.34 静电场对电介质的作用	203		
6.35 静电场对电介质的作用	205		
6.36 静电场对电介质的作用	207		
6.37 静电场对电介质的作用	209		
6.38 静电场对电介质的作用	211		
6.39 静电场对电介质的作用	213		
6.40 静电场对电介质的作用	215		
6.41 静电场对电介质的作用	217		
6.42 静电场对电介质的作用	219		
6.43 静电场对电介质的作用	221		
6.44 静电场对电介质的作用	223		
6.45 静电场对电介质的作用	225		
6.46 静电场对电介质的作用	227		
6.47 静电场对电介质的作用	229		
6.48 静电场对电介质的作用	231		
6.49 静电场对电介质的作用	233		
6.50 静电场对电介质的作用	235		
6.51 静电场对电介质的作用	237		
6.52 静电场对电介质的作用	239		
6.53 静电场对电介质的作用	241		
6.54 静电场对电介质的作用	243		
6.55 静电场对电介质的作用	245		
6.56 静电场对电介质的作用	247		
6.57 静电场对电介质的作用	249		
6.58 静电场对电介质的作用	251		
6.59 静电场对电介质的作用	253		
6.60 静电场对电介质的作用	255		
6.61 静电场对电介质的作用	257		
6.62 静电场对电介质的作用	259		
6.63 静电场对电介质的作用	261		
6.64 静电场对电介质的作用	263		
6.65 静电场对电介质的作用	265		
6.66 静电场对电介质的作用	267		
6.67 静电场对电介质的作用	269		
6.68 静电场对电介质的作用	271		
6.69 静电场对电介质的作用	273		
6.70 静电场对电介质的作用	275		
6.71 静电场对电介质的作用	277		
6.72 静电场对电介质的作用	279		
6.73 静电场对电介质的作用	281		
6.74 静电场对电介质的作用	283		
6.75 静电场对电介质的作用	285		
6.76 静电场对电介质的作用	287		
6.77 静电场对电介质的作用	289		
6.78 静电场对电介质的作用	291		
6.79 静电场对电介质的作用	293		
6.80 静电场对电介质的作用	295		
6.81 静电场对电介质的作用	297		
6.82 静电场对电介质的作用	299		
6.83 静电场对电介质的作用	301		
6.84 静电场对电介质的作用	303		
6.85 静电场对电介质的作用	305		
6.86 静电场对电介质的作用	307		
6.87 静电场对电介质的作用	309		
6.88 静电场对电介质的作用	311		
6.89 静电场对电介质的作用	313		
6.90 静电场对电介质的作用	315		
6.91 静电场对电介质的作用	317		
6.92 静电场对电介质的作用	319		
6.93 静电场对电介质的作用	321		
6.94 静电场对电介质的作用	323		
6.95 静电场对电介质的作用	325		
6.96 静电场对电介质的作用	327		
6.97 静电场对电介质的作用	329		
6.98 静电场对电介质的作用	331		
6.99 静电场对电介质的作用	333		
6.100 静电场对电介质的作用	335		

第1篇 力学

力学又称为经典力学，是研究物体机械运动的学科。机械运动是物质运动的最基本的形式，是物质在时间、空间中位置的变化，包括移动、转动、流动、变形、振动、波动等。力是物质间的一种相互作用，机械运动状态的变化是由这种相互作用引起的。

力学知识最早起源于对自然现象的观察和在生产劳动中的经验。古代人从对日、月运行的观察和对弓箭、车轮等的使用中，了解了一些简单的运动规律，如匀速移动和转动，但对力和运动之间的关系，直到欧洲文艺复兴时期以后才逐渐有了正确的认识。伽利略在实验研究和理论分析的基础上，最早阐明自由落体运动的规律，提出加速度的概念。牛顿继承和发展了前人的研究成果（特别是开普勒的行星运动三定律），提出了物体运动三定律。伽利略、牛顿奠定了动力学的基础。牛顿运动定律的建立标志着力学开始成为一门科学。

力学是一门基础科学，同时也是一门技术科学。力学不仅是物理学、天文学的基础，也是许多工程学的基础。现在，无论是土木工程、建筑工程、水利工程、机械工程、船舶工程等，还是现代的航空航天工程、核技术工程等，都与力学有关。力学还有一个重要特征，那就是与数学在发展中始终相互推动，相互促进。一种力学理论往往和相应的一个数学分支相伴产生，如运动基本定律和微积分，运动方程的求解和常微分方程等。

力学和其他基础科学的结合也产生一些交叉性的分支，最早的是和天文学结合产生的天体力学。在20世纪，特别是60年代以来，出现更多的交叉分支，其中有等离子体动力学、电流体动力学、磁流体力学、热弹性力学、生物力学、地质力学、地球动力学、地球构造动力学、地球流体力学等。

力学的研究方法遵循认识论的基本法则：从实践到理论再回到实践。一般地讲，在力学中经常根据对自然现象的观察，特别是定量观测的结果，抓住起主要作用的因素，忽略一些次要因素，建立各种模型，例如质点、质点系、刚体、弹性固体、连续介质等。在模型的基础上可以运用已知的力学或物理学的规律，以及合适的数学工具，进行理论上的演绎推导，得出新的结论。理论和模型是否合理，有待于新的观测、工程实践或者科学实验等加以验证。然而，力学研究工作方式又是丰富多彩的，有些只是纯数学的推理，甚至着眼于理论体系在逻辑上的完善化，有些着重数值方法和近似计算，有些着重实验技术等等。而现代的力学实验设备；诸如大型的风洞、水洞，它们的建立和使用本身就是一个综合性的科学技术项目，需要多工种、多学科的协作。

力学可粗分为静力学、运动学和动力学三部分，静力学研究力的平衡或物体的静止问题；运动学只考虑物体怎样运动，它运用几何学的方法来研究物体的运动，通常不考虑力和质量等因素的影响；动力学讨论物体运动和所受力的关系。本课程只简单介绍最基本的运动学和动力学问题。

本篇分为两章,第1章学习质点运动学和牛顿运动定律,包括参考系、质点、运动方程、位移、速度和加速度、直线运动和圆周运动等运动学基本内容,而动力学则以牛顿运动三定律为基础,并运用牛顿定律分析力学问题。第2章学习物体运动的动量、角动量和能量等重要属性,着重介绍动量守恒定律、角动量守恒定律和机械能守恒定律。守恒定律是自然界最基本的规律,具有极大的普遍性。第2章还介绍刚体定轴转动的基本概念和规律。

第1章 质点运动学和牛顿运动定律

物质世界是在不断运动着的,物质的运动形态是多种多样、千变万化的。其中最简单、最基本的运动形态是物体之间或物体各部分之间相对位置的变化,称为机械运动。各种机械及机器的运转、弹簧的伸长和压缩、宇宙飞船的航行等都是机械运动。水、空气的流动等等也是机械运动。

运动学研究怎样描述物体的机械运动,涉及物体运动的轨道以及位移、速度、加速度等物理量随时间的变化,但它并不研究物体为什么作这样和那样的变化。而牛顿运动定律研究的是物体机械运动状态变化的规律。

1.1 参考系 质点

1.1.1 参考系和坐标系

在地球上的某个人认为他看到了月球在运动,但对于在月球上的宇航员来说是地球在运动。单纯从运动学的观点看,对任何运动的描述都是相对的,即一切运动都是相对的。为了描述物体的运动,只可选取一个或几个相互间保持相对静止的物体作为参考(或参照),以研究这个物体相对于参考物体的运动。被选作参考的物体称为参考系。只有先选定一个参考系,才能正确描述物体的运动。参考系的选取主要看问题的性质和研究问题的方便。例如,如果要研究物体在地面上的运动,最方便的是选取地球为参考系。一个星际宇宙飞船在火箭刚发射时,主要研究它相对于地面的运动,所以就选地面作为参考系;当飞船绕地球运行时,则选取地球为参考系;而当飞船飞离地球,绕太阳运行时,则应选太阳为参考系。同一物体的运动,由于我们所选取的参考系不同,对它的运动描述就不同。例如,行驶车厢中的自由落体相对于车厢参考系的运动是自由落体运动,而相对于地面参考系,则是沿抛物线运动。通常,若不特别说明,都是以地球为参考系;而在行星运动问题中,一般以太阳为参考系。选取合适的参考系可以更方便地研究物体的运动。

因此,在描述一个物体的运动时,必须指明描述运动的参考系,但一般约定:如果采用的是地面参考系可以不必特别指出。

选取某个参考系后,为了定量地确定物体的位置,就需要在参考系上建立适当的坐标系。常用的坐标系有笛卡儿坐标系、极坐标系、自然坐标系、柱面坐标系和球面坐标系等。选取什么样的坐标系,要视问题的性质和研究问题的方便而定。

注意:参考系是具体的物体,而坐标系是参考系的一个数学抽象。

1.1.2 质点

在研究物体的运动问题时,物体的形状和大小是各式各样、千差万别的。一般情况下,物体作机械运动时,其内部各点的位置变化是各不相同的。如果物体的线度和形状在所研究

的现象中不起作用或者所起的作用可以忽略,就可以近似地把物体看作是一个只有质量而没有大小和形状的理想物体,这就是**质点**。因此,质点只是力学中所研究的一个理想的物理模型。把物体抽象成质点,实际上就是研究物体整体的运动。

能否把一个物体抽象成质点,不是决定于物体的大小,而是取决于问题的性质。同一个物体在一个问题中可以当作是质点,在另外一个问题中可能就不能当作质点。一般地,当物体间的距离远大于物体本身的线度时,则物体可抽象为质点。例如,在研究地球绕太阳运动的公转时,由于地球的直径不到平均日地距离的万分之一,直径与此距离相比要小得多,因此,地球上的各点相对于太阳的运动可认为是相同的,也就是说可以忽略地球的线度和形状,把地球当作一个质点。但在研究地球的自转运动时,就不能把地球当作质点了。

另外,当物体作平移运动时,物体上各点的运动情况都一样,例如行驶火车的车厢。在这种运动中,物体上各点都作同等的运动,因而任一点的运动都能代表整体的运动,物体的形状大小就可以不加考虑。因此,平动的物体都可以简化为一个质点。

在物理学中有大量的理想化模型,它们都是对实际研究对象的一种抽象。在力学中有质点模型、刚体模型等。建立理想化的模型是物理学中一个十分重要的研究方法,它使研究对象和问题得以简化,便于作比较精确的描述。在学习大学物理学时,应该高度注意这一点。

1.2 位矢、速度和加速度

1.2.1 位置矢量

质点在空间的位置可以用一个矢量来表示。如图 1-1 所示,设质点在时刻 t 处于位置 P ,我们从坐标原点 O 向此点引一条有向线段 OP ,并记作矢量 $\mathbf{r}$ 。 $\mathbf{r}$ 的方向确定了 P 点相对于坐标轴的方位, r 的大小就是 P 点到原点的距离。方位和距离都确定了, P 点的位置也就完全确定了。用来确定质点位置的这一矢量 $\mathbf{r}$ 叫做质点的**位置矢量**,简称**位矢**。

质点运动时,它的位矢 $\mathbf{r}$ 随时间 t 变化,我们可以用函数

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) \quad (1-1)$$

来表示。上式给出了任意时刻质点在空间的位置,也称为质点的**运动方程**。质点的运动方程反映了质点运动的全部情况。

在笛卡儿坐标系中,质点的位置 P 也可以用它在 x 、 y 、 z 轴的坐标 x 、 y 、 z 来表示,位矢 $\mathbf{r}$ 可以写为

$$\mathbf{r} = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} \quad (1-2)$$

式中, $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{j}$ 、 $\mathbf{k}$ 分别表示沿 x 、 y 、 z 轴正方向的单位矢量。单位矢量是大小为一个长度单位的矢量,在笛卡儿坐标系中, $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{j}$ 、 $\mathbf{k}$ 都是大小和方向均不变的常矢量。注意,式中的坐标值 x 、 y 、 z 一般都是随时间变化的,是时间 t 的函数。 r 的大小为

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (1-3)$$

注意:位矢具有以下特征:①矢量性: $\mathbf{r}$ 是矢量,有大小和方向;②瞬时性:质点在运

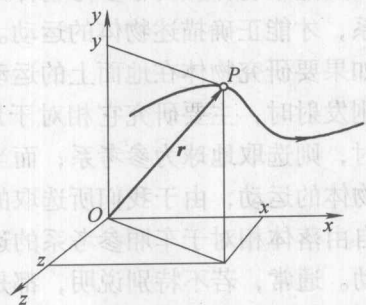


图 1-1 位置矢量

动时, 不同时刻其位矢 $\mathbf{r}$ 不同; ③相对性: 位矢 $\mathbf{r}$ 依赖于坐标系的选取。

在笛卡儿坐标系中, 质点的运动方程式 (1-2) 也可以写成坐标分量的形式

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad (1-4)$$

坐标分量形式的运动方程可以看作是质点在坐标轴方向同时进行的三个分运动, 或者说, 我们可以把一个质点的运动分解为各个坐标轴方向上的独立分运动; 反过来讲, $\mathbf{r}$ 是各个分运动叠加的结果。

从上式中消去参数 t 便得到质点运动的轨迹方程, 所以式 (1-4) 也是运动轨迹的参数方程。质点运动学的重要任务之一就是找出质点运动所遵循的运动方程。

【例题 1-1】 已知一质点在平面上的运动方程为

$$\mathbf{r} = A \cos \omega t \mathbf{i} + A \sin \omega t \mathbf{j}$$

式中, A 、 ω 均为大于零的常量, 求该质点的运动轨迹。

解 质点在 x 、 y 坐标轴上的分运动方程分别为

$$x = A \cos \omega t$$

$$y = A \sin \omega t$$

将上面两式分别平方后再相加, 即可得到

$$x^2 + y^2 = A^2$$

这就是质点的轨迹方程。显然, 质点的运动轨迹是以坐标原点为圆心、半径为 A 的圆。

1.2.2 位移和路程

如图 1-2 所示, 设质点在 t_1 时刻处于位置 P_1 点, 质点在 t_2 时刻处于位置 P_2 点, P_1 和 P_2 的位矢分别为 $\mathbf{r}(t_1)$ 和 $\mathbf{r}(t_2)$, 则质点在 t_1 到 t_2 时间间隔内位矢的增量为

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}(t_2) - \mathbf{r}(t_1) \quad (1-5)$$

$\Delta \mathbf{r}$ 称为质点在 t_1 到 t_2 时间内的位移矢量, 简称位移。位移是描述质点空间位置变化的物理量, 它是从质点初始时刻位置指向终点时刻位置的有向线段。

在笛卡儿坐标系中, 设质点在 t_1 时刻的坐标为 x_1 、 y_1 、 z_1 , 在 t_2 时刻的坐标为 x_2 、 y_2 、 z_2 , 则这段时间内, 质点的位移为

$$\Delta \mathbf{r} = (x_2 - x_1) \mathbf{i} + (y_2 - y_1) \mathbf{j} + (z_2 - z_1) \mathbf{k} = \Delta x \mathbf{i} + \Delta y \mathbf{j} + \Delta z \mathbf{k} \quad (1-6)$$

式中, Δx 、 Δy 、 Δz 分别为质点在 t_1 到 t_2 时间间隔内各坐标分量的增量。

与位矢一样, 位移也具有矢量性、瞬时性和相对性等特性。

质点运动的实际路径是图 1-2 中的曲线段 Δs , 其长度叫做路程。特别需要注意的是位移 $\Delta \mathbf{r}$ 和路程 Δs 的区别。首先, $\Delta \mathbf{r}$ 是矢量, 仅与质点的始、末位矢 $\mathbf{r}(t_1)$ 和 $\mathbf{r}(t_2)$ 有关, 而与中间过程无关; Δs 是标量, 与过程有关, 它是质点运动轨迹的长度。其次, 一般情况下路程并不等于位移的大小, 即 $\Delta s \neq |\Delta \mathbf{r}|$ 。例如, 当质点经一闭合路径回到起始位置时, 其位移为零, 而路程则不为零。只有当时间间隔 Δt 取无穷小的极限情况下, 位移的大小 $|\mathrm{d}\mathbf{r}|$ 才等于路程 $\mathrm{d}s$ 。

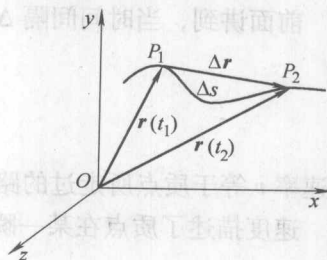


图 1-2 位移与路程

1.2.3 速度

一般情况下,仅知道质点在某时刻的位矢还不能完全确定质点的运动状态,为确定质点的运动状态,还需要知道质点运动的方向和快慢。描述质点运动的方向和快慢的物理量是速度。

如图 1-2 所示,质点在时间 $\Delta t = t_2 - t_1$ 内的位移是 $\Delta \mathbf{r}$, 为表示质点在这一段时间内的运动快慢和方向,定义质点的平均速度

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \quad (1-7)$$

由上式可知,由于位移 $\Delta \mathbf{r}$ 是矢量,所以平均速度也是矢量,其方向与位移 $\Delta \mathbf{r}$ 的方向相同。

当 Δt 趋于零时,上式的极限就是位矢对时间的变化率,它反映了某一时刻质点的运动快慢和方向,我们把它称为质点在时刻 t 的瞬时速度,简称速度,用 $\mathbf{v}$ 表示,即

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (1-8)$$

显然,速度 $\mathbf{v}$ 是矢量。从图 1-2 可以看出,速度 $\mathbf{v}$ 的方向是位移 $\Delta \mathbf{r}$ 在 $\Delta t \rightarrow 0$ 时的极限方向,当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时,位移 $\Delta \mathbf{r}$ 趋向于和轨道相切,即某点速度沿该点轨迹的切线方向。从数学上看,速度 $\mathbf{v}$ 就是位矢 $\mathbf{r}$ 对时间的一阶导数。

速度的大小叫速率,以 v 表示

$$v = |\mathbf{v}| = \left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \mathbf{r}|}{\Delta t} \quad (1-9)$$

前面讲到,当时间间隔 $\Delta t \rightarrow 0$ 时,位移的大小 $|\Delta \mathbf{r}|$ 等于路程 ds 。因此,上式可以写成

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \quad (1-10)$$

即速率 v 等于质点所走过的路程 s 对时间的变化率。

速度描述了质点在某一瞬时的运动状态,一般来说,速度是随时间变化的,即

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(t) \quad (1-11)$$

物理量的单位采用国际单位制,简称 SI 制。在国际单位制中,长度的单位是 m (米),时间的单位是 s (秒),速度的单位是 m/s (米/秒)。

与位矢、位移一样,速度也具有三个特征:①矢量性:速度有大小和方向;②瞬时性:质点的运动速度是时刻 t 的函数;③相对性:质点的运动速度依赖于参考系的选取。

将式 (1-2) 代入式 (1-8),就得到笛卡儿坐标系中速度矢量 $\mathbf{v}$ 的表达式

$$\mathbf{v} = \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} + \frac{dz}{dt} \mathbf{k} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} \quad (1-12)$$

式中, $v_x = \frac{dx}{dt}$, $v_y = \frac{dy}{dt}$, $v_z = \frac{dz}{dt}$ 分别是速度在三个坐标轴方向的分量。由上式,速率也可表示为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (1-13)$$

综上所述,质点在作机械运动时,在任一时刻的位置由位矢 $\mathbf{r}$ 描述,而该时刻运动的快慢和方向则由速度 $\mathbf{v}$ 来描述。只有当质点的位矢和速度同时被确定时,质点的运动状态才被

确定。

1.2.4 加速度

加速度是描述质点运动速度变化的物理量。设质点在 t 与 $t + \Delta t$ 时刻的位置分别在 P 、 Q 处, 其速度分别为 $\boldsymbol{v}(t)$ 和 $\boldsymbol{v}(t + \Delta t)$, 如图 1-3a 所示; 速度的变化为 $\Delta \boldsymbol{v}$, 如图 1-3b 所示。定义这段时间内的平均加速度为

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$$

(1-14)

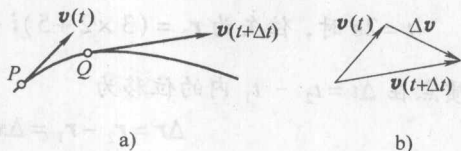


图 1-3 速度的变化

平均加速度只能粗略地描述质点速度在一段时间内的变化。当 Δt 趋于零时, 上式的极限就是速度对时间的变化率, 称为质点在时刻 t 的瞬时加速度, 简称加速度, 用 $\boldsymbol{a}$ 表示, 即

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d^2 \boldsymbol{r}}{dt^2} \quad (1-15)$$

加速度精确地描述了质点在时刻 t 速度变化的快慢和方向。从数学上看, 加速度 $\boldsymbol{a}$ 就是 $\boldsymbol{v}$ 对时间 t 的一阶导数, 或者是位矢 $\boldsymbol{r}$ 对时间 t 的二阶导数。

将式 (1-12) 代入式 (1-15), 就得到笛卡儿坐标系中加速度矢量 $\boldsymbol{a}$ 的表达式

$$\boldsymbol{a} = \frac{dv_x}{dt} \boldsymbol{i} + \frac{dv_y}{dt} \boldsymbol{j} + \frac{dv_z}{dt} \boldsymbol{k} = \frac{d^2 x}{dt^2} \boldsymbol{i} + \frac{d^2 y}{dt^2} \boldsymbol{j} + \frac{d^2 z}{dt^2} \boldsymbol{k} = a_x \boldsymbol{i} + a_y \boldsymbol{j} + a_z \boldsymbol{k} \quad (1-16)$$

式中, $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$, $a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2}$, $a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2}$ 分别是加速度在三个坐标轴方向的分量。

加速度的大小

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (1-17)$$

加速度 $\boldsymbol{a}$ 是一个矢量, 它的方向是 $\Delta t \rightarrow 0$ 时 $\Delta \boldsymbol{v}$ 的极限方向。注意到描述质点运动状态的速度 $\boldsymbol{v}$ 是矢量, 所以加速度 $\boldsymbol{a}$ 不仅表示质点速度大小的变化, 也表示速度方向的变化。一般情况下, 质点任一时刻的加速度方向并不沿着该时刻质点速度的方向(轨迹的切线方向)。

加速度与速度一样具有矢量性、瞬时性、相对性三个特征。

在国际单位制中, 加速度的单位是 m/s^2 (米/秒²)。

在研究物体的运动学问题时, 如果已知物体的运动方程(即位矢), 就可以通过运动方程对时间求导数, 得到物体的速度和加速度。

【例题 1-2】 一质点在 xy 平面内运动, 运动方程为

$$x = 3t + 5, \quad y = \frac{1}{2}t^2 + 3t - 4$$

式中, t 以 s 计, x 、 y 以 m 计。

(1) 以时间 t 为变量, 写出质点位矢的表达式。

(2) 写出 $t = 1\text{s}$ 和 $t = 2\text{s}$ 时的位矢, 并写出这 1s 内质点的位移及平均速度。

(3) 写出该质点的速度表达式, 并计算 $t = 4\text{s}$ 时质点的速度。

(4) 写出该质点的加速度表达式, 并计算 $t = 4\text{s}$ 时质点的加速度。

解 (1) 质点的位矢为

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} = (3t+5)\mathbf{i} + \left(\frac{1}{2}t^2 + 3t - 4\right)\mathbf{j}$$

$$(2) \quad t=1\text{s} \text{ 时, 位矢为 } \mathbf{r}_1 = (3 \times 1 + 5)\mathbf{i} + \left(\frac{1}{2} \times 1^2 + 3 \times 1 - 4\right)\mathbf{j} = 8\mathbf{i} - 0.5\mathbf{j}(\text{m})$$

$$t=2\text{s} \text{ 时, 位矢为 } \mathbf{r}_2 = (3 \times 2 + 5)\mathbf{i} + \left(\frac{1}{2} \times 2^2 + 3 \times 2 - 4\right)\mathbf{j} = 11\mathbf{i} + 4\mathbf{j}(\text{m})$$

质点在 $\Delta t = t_2 - t_1$ 内的位移为

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = \Delta x\mathbf{i} + \Delta y\mathbf{j} = 3\mathbf{i} + 4.5\mathbf{j}(\text{m})$$

$$\text{这段时间内的平均速度为 } \bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\mathbf{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\mathbf{j} = 3\mathbf{i} + 4.5\mathbf{j}(\text{m/s})$$

$$\bar{v} \text{ 的大小为 } |\bar{\mathbf{v}}| = \sqrt{\bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2} = \sqrt{3^2 + (4.5)^2} \text{ m/s} = 5.4 \text{ m/s}$$

$\bar{v}$ 的方向与 Ox 轴正向的夹角为

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\bar{v}_x}{|\bar{\mathbf{v}}|}\right) = \arccos\left(\frac{3}{5.4}\right) = 56^\circ 15'$$

(3) 质点的速度为

$$\mathbf{v} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j}$$

$$\text{由题中所给条件可求得 } v_x = \frac{dx}{dt} = 3 \text{ m/s}, v_y = \frac{dy}{dt} = (t+3) \text{ (m/s)}$$

$$\text{所以 } \mathbf{v} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} = 3\mathbf{i} + (t+3)\mathbf{j}(\text{m/s})$$

$$\text{当 } t=4\text{s} \text{ 时, 质点的速度为 } \mathbf{v}_4 = 3\mathbf{i} + (4+3)\mathbf{j} = 3\mathbf{i} + 7\mathbf{j}(\text{m/s})$$

$$v_4 \text{ 的大小为 } v_4 = |\mathbf{v}_4| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{3^2 + 7^2} \text{ m/s} = 7.6 \text{ m/s}$$

v_4 的方向与 Ox 轴正向的夹角为

$$\alpha = \arccos\left(\frac{v_x}{v_4}\right) = \arccos\left(\frac{3}{7.6}\right) = 66^\circ 45'$$

(4) 质点的加速度为

$$\mathbf{a} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} = \frac{dv_x}{dt}\mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt}\mathbf{j}$$

由于

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0, a_y = \frac{dv_y}{dt} = 1 \text{ m/s}^2$$

所以

$$\mathbf{a} = 1\mathbf{j}(\text{m/s}^2)$$

$\mathbf{a}$ 与 t 无关, 表明此质点作匀加速运动, 其大小为

$$a = |\mathbf{a}| = 1 \text{ m/s}^2$$

$\mathbf{a}$ 的方向与 Oy 轴正向同向, 或者说与 Ox 轴正向的夹角为 90° 。

从本题的结果可以看出, 质点在 Ox 轴方向作匀速直线运动, 而在 Oy 轴方向作匀加速直线运动。这与质点在无阻力的空气中所作的平抛或斜抛运动是类似的。如图 1-4 所示, 设物体以初速 v_0 从坐标原点向上斜抛, v_0 与水平方向 (x 轴) 的夹角称为抛射角, 用 α 表示, 则 v_0