



全国高等教育自学考试

数论初步 同步练习册

全国高等教育自学考试指导委员会/组编
李扬荣 刘静/主编

辽宁大学出版社

全国高等教育自学考试
小学教育专业(专科)

数论初步

同步练习册

江苏工业学院图书馆
藏书章

考试指导委员会 组编

主 编 李扬荣 刘 静

辽 宁 大 学 出 版 社

图书在版编目 (CIP) 数据

数论初步同步练习册/李扬荣, 刘静主编. —沈阳: 辽宁大学出版社, 2002.10

ISBN 7-5610-4330-9

I. 数… II. ①李… ②刘… III. 数论—高等教育—自学考试—习题 IV. 0156-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 03416 号

辽宁大学出版社出版

网址: <http://www.lnupress.com.cn>

Email: mailer@lnupress.com.cn

(沈阳市皇姑区崇山中路 66 号 邮政编码 110036)

丹东日报印刷厂印刷

辽宁大学出版社发行

开本: 880×1230 毫米 1/32 字数: 176 千字 印张: 6.625

印数: 1-5000 册

2002 年 10 月第 1 版

2002 年 10 月第 1 次印刷

责任编辑: 王本浩

责任校对: 林石

封面设计: 刘桂湘

定价: 10.00 元

组编前言

依靠自己的力量,在有限的的时间里学习一门新学科,从不懂到懂,从不会到会,从不理解到理解,从容易遗忘到记忆深刻,从不会应用到熟练应用,从模仿到创新,把书本知识内化为自己的知识,是一个艰难的过程。在这个过程中,自学者不仅需要认真钻研考试大纲,刻苦学习教材和辅导书,还应该做适量的练习,把学和练有机地结合起来,否则,就不能达到预期的学习目标。“纸上得来终觉浅,绝知此事要躬行。”这是每一位自学者都应遵循的信条。

编写练习册,同样是不容易的事。它对编写者提出了相当高的要求:

有较深的学术造诣。

有较丰富的教学经验。

对高等教育自学考试有深刻的理解并有一定的辅导自学者的经历。

对考试大纲、教材、辅导书有深入的了解,对文中的重点、难点、相互联系等有准确的理解。

对自学者学习需要和已有的知识基础有一定的了解。

只有把这些因素融合在一起,作者才能编写出高质量的、有利于举一反三、事半功倍的练习册。

基于以上考虑,我们组织编写出版了同步练习册,使之与考试大纲、教材、自学辅导书相互补充,形成一个完整的学习媒体系统。

之所以把这些练习册称为同步练习册,是因为:

第一,它与考试大纲、教材的内容及顺序是一致的。按照考试大纲、教材的章、节、知识点的顺序编选习题,方便自学者循序渐进地学习与练习。

第二,它与自学者学习过程是一致的。自学过程大体包括初步接

触、大体了解、理解、记忆、应用、创新、复习等阶段。在每一个阶段，自学者都容易找到相应的练习册。

如此学与练同步的方式，有利于激发自学的兴趣与动机，有利于集中注意力于当前所学的内容，有利于理解、巩固、记忆、应用，尤其有利于自学者及时知道自己的学习状态与结果，以便随时调整学习计划，在难度较大处多投入精力。

基于学习目标的考虑，我们把同步练习大致分为三类：

第一，单项练习：针对一个知识点而设计的练习。其目的在于帮助自学者理解和记忆基本概念和理论。

第二，综合练习：针对几个知识点而设计的练习。这又可分为在本章综合、跨章综合、跨学科综合三级水平。其目的在于帮助自学者把相关知识联系起来，形成特定的知识结构以便灵活地应用。

第三，创造性练习：提供一些案例、事实、材料，使考生应用所学到的理论、观点、方法创造性地解决问题。这类问题可能没有统一的答案，只有一些参考性的思路。其目的很明显，就是培养自学者的创新意识和能力。

第四，综合自测练习：在整个学科范围内设计练习，尽量参照考试大纲的题型，组成类似考卷的练习。其目的在于使自学者及时检测全部学习状况，帮助自学者作好迎接统一考试的知识及心理准备。

希望应考者在使用同步练习册之前了解我们的构想，理解我们的意图，以便主动地选择适合自己学习的练习题目。

孔子说：“学而时习之，不亦乐乎。”一边学，一边练，有节奏有规律地复习，不仅提高了学习效率，也会给艰难的学习过程带来不少的快乐。圣人能够体会到这一点，我们每一位自学者同样能体会到。如果通过这样的学习过程，达到了学习目标，实现了人生理想，实现了对自我的不断超越，那么，我们说这种学习其乐无穷也毫不夸张。

全国高等教育自学考试指导委员会

2002年10月

目 录

第一章 整数与整除	(1)
单项练习一	
1.1 整数及其四则运算	(1)
1.2 整余除法	(3)
1.3 整除及其性质	(4)
1.4 奇数与偶数	(6)
1.5 简单约数的判别法	(8)
1.6 质数与合数	(10)
1.7 算术基本定理	(11)
1.8 最大公约数	(13)
1.9 表最大公约数为倍数和	(15)
1.10 互质	(16)
1.11 最小公倍数	(17)
1.12 整值函数的整除问题	(18)
1.13 取整函数	(20)
1.14 自然数的约数个数与约数和	(22)
综合练习一	(23)
第二章 同余与同余式	(31)
单项练习二	
2.1 同余的概念	(31)
2.2 同余的基本性质	(33)
2.3 多项式的同余性质	(35)
2.4 完全剩余系	(37)

2.5	欧拉函数与简化剩余系	(39)
2.6	弃九法	(41)
2.7	费马小定理	(41)
2.8	梅森数与费马数	(44)
2.9	完全数	(45)
2.10	有限小数	(46)
2.11	纯循环小数	(48)
2.12	混循环小数	(49)
2.13	一次同余式的解法	(51)
2.14	一次同余式组	(53)
2.15	中国剩余定理	(55)
	综合练习二	(57)
第三章	不定方程	(67)
	单项练习三	
3.1	不定方程的概念	(67)
3.2	二元一次不定方程	(69)
3.3	多元一次不定方程	(72)
3.4	多元一次不定方程组	(73)
3.5	勾股数组	(76)
3.6	无穷递降法	(78)
	综合练习三	(79)
	综合自测题	(86)
	综合自测题(一)	(86)
	综合自测题(二)	(90)
	综合自测题(三)	(94)
	综合自测题(四)	(98)
	答案及提示	(102)

第一章 整数与整除

单项练习一

1.1 整数及其四则运算

一、选择题

1. 对任意整数 m, n , $3m + n$ 一定是()
A. 整数. B. 偶数.
C. 奇数. D. 质数.
2. 若 a, b 是整数, 则方程 $x^2 - 2abx + a^2b^2 = 0$ 的解必是()
A. 质数. B. 合数.
C. 奇数. D. 整数.
3. 五位数 \overline{abcde} 与颠倒顺序后的五位数 \overline{edcba} 之差必是下列哪个数的倍数()
A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.
4. 六位数 $\overline{2abcde}$ 与 3 的乘积恰等于 $\overline{abcde9}$, 则这个六位数是()

A. 285 713.

B. 281 573.

C. 287 153.

D. 257 183.

二、填空题

1. 整数集合对 _____、_____、_____ 是封闭的,而对 _____ 却是不封闭的.

2. 符合十位数字与个位数字的和为 5 的两位数有 _____ 个.

3. 自 100 到 1 000 之间有 _____ 个这样的数:它们的数位顺序颠倒后,大小并不改变.(如 373 就是这样的数)

4. 一个四位数是奇数,它的千位数字小于个位数字,百位数字大于其他各位数字,十位数字等于千位与个位数字的和的 2 倍,这个四位数是 _____.

三、计算题

1. 某个四位数等于抹去它的千位数字后的三位数的 2 倍与千位数字之和,求这个四位数.

2. 已知六位数 \overline{abcabc} 与三位数 \overline{abc} 之积为 $3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^3 \cdot 11 \cdot 13$,求这个六位数.

四、证明题

1. 不论 m, n 是什么整数,总不能有 $5m + 1 = 5n + 2$,试说明理由.

2. 试证:当 n 是正整数时,

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$$

不是整数.

1.2 整余除法

一、选择题

1. -200 除以 3 的带余除法表达式是()

A. $-200 = 3 \times (-66) - 2.$

B. $-200 = 3 \times (-67) + 1.$

C. $-200 = 3 \times (-65) - 5.$

D. $-200 = 3 \times (-68) + 4.$

2. 417 除以 (-15) 的带余除法表达式是()

A. $417 = (-15) \times (-30) - 33.$

B. $417 = (-15) \times (-26) + 27.$

C. $417 = (-15) \times (-28) - 3.$

D. $417 = (-15) \times (-27) + 12.$

二、填空题

1. -231 除以 5 的不完全商是_____, 余数是_____.

2. 用 b 去除 a 的带余除法表达式 $a = bg + r$ 中的余数 r 应满足的条件是_____.

3. 以 6 为标准, 40 是“余_____类”, 而 -40 是“余_____类”.

4. 被 $2, 3, 5$ 除都余 1 的最小三位数是_____.

5. 若 n 是整数, 则 $2n + 1$ 被 4 除的余数是_____.

6. 偶数被 6 除的可能余数是_____.

三、解答题

1. 某数除以 -5 , 不完全商是 -12 , 余数是 4 , 求这个数.

2. 除式 $\overline{29a3} \div \bar{b} = \overline{cd7}$ 若成立, 则 a, b, c, d 各是多少?

四、证明题

1. 试证: 若 a 是奇数, 则 $a = 4n + 1$ 或 $4n + 3$.

2. 试证: 任意奇数的平方除以 8 的余数为 1 .

1.3 整除及其性质

一、选择题

1. 下列说法错误的是()

A. 若 a, b 都是 c 的倍数, 则 $a \pm b$ 也是 c 的倍数.

B. 若 a, b, c 是整数, $a | b$, 则 $ac | bc$.

C. 若 a, b 是整数且 $a | b$, 则 $a^2 | b^2$.

D. 若 a, b, c, d 是整数且 $a|b, c|d$, 则 $ac|bd$.

2. 六位数 \overline{abcabc} 总能被下列哪个数组的各个数整除()

A. 2, 11, 13.

B. 7, 11, 13.

C. 5, 7, 13.

D. 3, 7, 11.

3. 若 $a|b, b|a$, 则()

A. $a = 1, b = 1$.

B. $a = b$.

C. $a = -b$.

D. $a = b$ 或 $a = -b$.

4. $n^3 - n$ 是下列哪个数的倍数()

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

二、填空题

1. 若 a 被 b 整除, 则 a 除以 b 的余数是_____.

2. 连续 n 个整数中必有一个被_____整除.

3. 整数_____能整除任何整数, 整数_____能被任何非零整数整除.

三、证明题

1. 设 \overline{abc} 是一个三位数, 若 $3|a - 2b + c$, 求证: $3|\overline{abc}$.

2. 求证: $91|(52\ 052^{61\ 061} + 61\ 061^{52\ 052})$.

3. 证明: $3 | n(n+1)(2n+1)$, 其中 n 是整数.
4. 证明: 对 $a = 1, 2, \dots, 9$, 四位数 $\overline{a00a}$ 是 7 的倍数.
5. 证明: 三个连续整数的立方和是 9 的倍数.

1.4 奇数与偶数

一、选择题

1. 设 a, b 为整数, 且 ab 为奇数, 则()
- A. a, b 为偶数.
 B. a 为奇数, b 为偶数.
 C. a 为偶数, b 为奇数.
 D. a, b 均为奇数.
2. 满足等式 $1982x - 1981y = 1983$ 的一组自然数是()
- A. $x = 12785, y = 12768$.
 B. $x = 12784, y = 12770$.
 C. $x = 11888, y = 11893$.
 D. $x = 1947, y = 1945$.
3. 若 n 为大于 1 的自然数, 则 $n + (n^2 - 1)^{\frac{1 - (-1)^n}{2}}$ 的值为()
- A. 偶数.
 B. 奇数.
 C. 质数.
 D. 合数.

4. 若 abc 是奇数, 其中 a, b, c 是整数, 则 $a^2 + b^2$ 是()
- A. 偶数. B. 奇数.
C. 质数. D. 合数.

二、填空题

1. 奇数个奇数之和是_____, 偶数个奇数之和是_____.
2. 因式中有一个是偶数, 则乘积是_____.
3. 对任意整数 $a, b, (-1)^{a+b} - (-1)^{a-b}$ 的值是_____.
4. a^n 与 a 的奇偶性_____ (a 为整数, n 为自然数).

三、解答题

1. 把 $1, 2, 3, \dots, 2000$ 这 2000 个数每个数前面任意添加正负号, 问所得和是奇数还是偶数?

2. 自然数 m, n 与 19 之和为偶数, 则 $n^m + m^n$ 是奇数还是偶数?

四、证明题

1. 证明: 不存在自然数 m, n 满足 $m^2 - n^2 = 1994$.

2. 设 a, b, c 都是奇数, 试证: 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 没有有理数根.

1.5 简单约数的判别法

一、选择题

1. 若 $\overline{3257b}$ 是6的倍数,则 b 的值为()
A. 0. B. 2. C. 4. D. 6.
2. 下面正整数中,是11的倍数的是()
A. 54 832. B. 4 879 510.
C. 976 888. D. 472 851.
3. 若六位数 $\overline{261a46}$ 是9的倍数,则 a 的值是()
A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.
4. $\overline{a679b}$ 是72的倍数,则 a, b 的值为()
A. $a = 2, b = 3.$
B. $a = 1, b = 4.$
C. $a = b, b = 8.$
D. $a = 3, b = 2.$

二、填空题

1. 十位数 $\overline{a123456789}$ 是9的倍数,则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 五位数 $\overline{1426a}$ 是15的倍数,则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 八位数 $\overline{ababa2ab}$ 是125的倍数,则 $a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 六位数 $\overline{5ab2ab}$ 被7除余 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、计算题

1. 若四位数 \overline{xyyx} 被5整除,又被9整除,求这个四位数.

2. 若七位数 $\overline{92xy427}$ 是99的倍数,求此七位数.

3. 求六位数 $\overline{2xy3xy}$ 被7除的余数.

4. 一个三位数恰等于它的各位数字乘积的5倍,求这个三位数.

四、证明题

1. 证明:八位数 $\overline{a00aa00a}$ 是11的倍数.

2. 证明:十八位数 $\overline{aa\cdots a}$ 恒为99的倍数.

1.6 质数与合数

一、选择题

- 按自然数的正约数的个数分类,1是()
 - 质数.
 - 合数.
 - 既是质数,又是合数.
 - 既不是质数,又不是合数.
- $n = 4^{23} + 23^4$ 是()
 - 质数.
 - 合数.
 - 偶数.
 - 4的倍数.
- 下列说法错误的是()
 - 质数是有无限多个.
 - 若 n 是大于1的自然数,且所有不大于 \sqrt{n} 的质数都不能整除 n ,则 n 是质数.
 - 连续1万亿个自然数中,必有一个是质数.
 - 若 p_1, p_2, \dots, p_k 是不同质数,则自1到 $n = 2p_1 \cdots p_k$ 这 n 个自然数中必有一个异于 p_1, p_2, \dots, p_k 的质数.

二、填空题

- 质数有_____个,合数有_____个.
- 偶质数有_____个,它是_____.
- 设 a 是大于1的自然数,若 p 是 a 的大于1的最小正约数,则 p 必为_____.

三、解答或证明题

- 求最小的自然数 n ,使 $n+1, n+2, n+3$ 都为合数.