全国高等教育自学考试统考课程辅导用书

高等教育自学考试应试指导及综合模拟题库

高等数学(二)

赵晋 主编

中国人事出版社

全国高等教育自学考试统考课程辅导用书

高等教育自学考试应试指导及综合模拟题库

高等数学(二)

赵　晋　编著

中国人事出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(2)/赵晋编.—北京:中国人事出版社,1997.5

ISBN 7—80139-046-6

Ⅰ.高··· Ⅱ.赵···Ⅲ.高等数学—高等教育—自学考试—自学参考资料Ⅳ.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 09544 号

高等数学(2)

*

中国人事出版社出版

100028 北京朝阳区西坝河南里 17 号楼

新华书店经销

714 印刷厂印装

*

1997 年 5 月第 1 版 1997 年 5 月第 1 次印刷

开本:850×1168 毫米 1/32 印张:6.75

字数:160 千字 印数:00001—30000 册

ISBN7—80139—046—6/O·002

定价 9.50 元

(图书出现印装问题,本社负责调换)

本丛书主要编写（主审）人员

卫兴华	中国人民大学经济系教授
杨文士	中国人民大学管理系教授
周升业	中国人民大学财金系教授
肖　明	中国人民大学哲学系教授
庄次彭	中国人民大学经济系教授
王庆成	中国人民大学会计系教授
汪云生	中国人民大学党史系副教授
杨光斌	中国人民大学国政系教授
赵　晋	中国人民大学数学系教授
何　平	中国人民大学财金系博士
徐　琼	中国人民大学财务处会计师
黄书田	首都经济贸易大学统计学系教授
王守渝	北京大学法律系教授
叶静漪	北京大学法律系副教授
张守文	北京大学法律系博士后
黄凤显	北京大学文学系文学博士

序　言

高等数学(二)是高等教育自学考试财经类各专业必修基础课。考试内容为：多元微积分、无穷级数、微分方程、线性代数、概率统计基础。

本书作者根据自学考试大纲的要求，针对考生复习阶段遇到的知识难点，给予了必要的解释，并通过典型例题进行演示。为使考生对自学考试的基本题型有一个较全面的了解，在将历年的考题进行分析比较的基础上，编排了八套模拟仿真试题(每套题均应在两个半小时之内完成)，作为考生经系统复习后自检使用。试题编排中力求做到难度适中，题型覆盖面广、典型性强，对考生有一定的启发性。通过解模拟试题，可以使考生了解考试范围、考试题型、试题难度，掌握考试时间，同时对考试内容做到全面复习。在解题过程中，掌握解题思路、方法和技巧，逐步提高分析问题和解决问题的能力，从而提高应试能力。每套试题后均有较详尽的解答和提示，作为考生答题后的对照参考。为使复习效果更佳，建议考生在做完全面复习之后再解模拟试题，解模拟试题时应计算时间，还要注意解题之前不要先看答案，否则不能达到模拟检测的目的。

由于编者水平有限，编写中可能有疏漏之处，欢迎读者批评指正。

编　者

1997 年 5 月

说　　明

根据全国高等教育自学考试指导委员会有关文件精神，各省、市、自治区高等教育自学考试将逐步过渡到使用全国统一试题。同时，从 1997 年 4 月开始，全国高等教育自学考试各专业考试计划中的公共政治课设置统一进行调整。哲学、政治经济学、中国革命史三门课程的学分数统一调整为 4 学分。财经类专业的政治经济学作为专业基础课设置，本、专科要求统一为 8 学分。

为满足高等教育自学考试社会助学和适应考试的需要，我们组织了高等院校的部分专家学者结合自学考试的特点，编写了这套丛书。

本丛书的编写者或为全国高等教育自学考试指导委员会各专业的委员，或为全国高等教育自学考试统编教材的主编及撰稿人员，或为长期从事自学考试辅导的专家。

本丛书特点：

（1）严格遵照全国高等教育自学考试指导委员会制订的各科《考试大纲》（最新修订本）的命题原则和命题范围。

（2）以全国高等教育自学考试统编教材（最新修订本）为编写依据。

(3)以分析、研究历年考试试卷为基础。

本丛书各科目均为全国统考课程，供高等教育自学考试个人自学、社会助学和国家考试使用。无疑也适用于其它相同专业方向的学习需要。

《全国高等教育自学考试统考课程辅导用书》编委会

1997年5月

目　录

无穷级数

微分方程

差分方程

第一章　多项选择题

一、多项选择题的特点及解法

1. 多项选择题的特点

多项选择题是标准化试题题型中的常见题型之一，一般情况供选择的项为四种，即A、B、C、D。这类题目通常分为两种：一种是四个选项中至少有两个是正确的；另一种是在四个选择中有一至两个是正确的，其余则是错误的。多项选择题主要是根据考试大纲的要求，考察学生对基本概念、基本理论的理解，以及对基本运算方法掌握的熟练程度。所以这类题目具有灵活性强、知识覆盖面广的特点。在题目的设计中，往往将考生在学习中由于概念不清而导致的错误结论或由于运算法则的混淆而导致的错误的结论作为干扰选择项，用以识别考生对知识掌握的准确性和熟练程度，同时也是考查学生在概念上的是非鉴别能力。因此，多项选择题对考生提出了更高的要求，并且在解多项选择题时具有一定的难度。要想正确地解答单项选择题，只有认真地在“三基”上下工夫，不断提高分析问题和解决问题的能力，才能在变化万千、错综复杂的问题中辨别真伪。

2. 解题技巧指导

由于多项选择题的选项数目不定，因此多项选择题的解法要根据具体的问题来决定，常用的方法有：验证法、直接法、筛选法等等。需要注意的是解题的方法并不是单一的，有时还可根据情况将

不同方法交替使用来选出正确答案。

[验证法] 将备选答案依次代入已知条件中或将已知条件代入备选答案中，选出正确的答案。由于多项选择题的备选项中的正确答案不止一个，所以必须逐个依次代入，每个选项都要进行判别，从中选出正确的答案。

[例] 使$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 2x - y$成立的函数有〔　　〕。

(A) $z = x^2 y - \frac{1}{2}xy^2$

(B) $z = x^2 y - \frac{1}{2}xy^2 - 5$

(C) $z = x^2 y - \frac{1}{2}xy^2 + e^x + e^y - 5$

(D) $z = x^2 y - \frac{1}{2}xy^2 + e^{x+y} - 5$

解：应填(A)、(B)、(C)。正确答案只能从选项给出的函数关系中逐个验证结论。

解(A) $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy - \frac{1}{2}y^2$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 2x - y$。

解(B) $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy - \frac{1}{2}y^2$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 2x - y$。

解(C) $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy - \frac{1}{2}y^2 + e^x$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 2x - y$。

解(D) $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy - \frac{1}{2}y^2 + e^{x+y}$,

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 2xy - \frac{1}{2}y^2 + e^{x+y}$$

从以上的四个解中可见，只有(A)(B)(C) 可使原题结论成立，故应选(A)(B)(C)。

[直接法] 这是一种根据题目的已知条件来导出结论的选择方法，要视具体问题而定，如可按运算规则进行计算或按已知条件进行推理等等。由于多项选择题的备选项中正确的答案不止一个，

所以必须逐个依次验证，从中选出正确的答案。

[**例**] 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{3^n}$ 是[ ]。

(A) 交错级数 (B) 等比级数

(C) 条件收敛 (D) 绝对收敛

解：应填(A)(B)(D)。

此题的特点是必须从已知条件中来识别选项的正确性。由于此级数是正、负相间的级数，且符合交错级数的定义，于是(A)正确。

又由于此级数同时满足等比级数的定义，且公比 $q=-\frac{1}{3}$，于是(B)正确。

当取 $\sum_{n=1}^{\infty}|U_n|$ 时，原级数为 $\sum_{n=1}^{\infty}\left|\frac{(-1)^{n-1}}{3^n}\right|=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n}$，即 $|q|=\frac{1}{3}<1$，故由级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n}$ 收敛可以推知 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{3^n}$ 绝对收敛。于是(D)正确。

如果(D)正确，则必有(C)不正确，故正确答案应填(A)(B)(D)。

二、典型例题分析及详解

[**例**] 1. 下列命题中，[ ] 是错误的。

(A) $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=0$，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 一定收敛；

(B) 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 发散，则 $\lim\limits_{n\to\infty}u_n\neq 0$；

(C) $\lim\limits_{n\to\infty}u_n\neq 0$，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 一定发散；

(D) 几何级数 $\sum_{n=0}^{\infty}aq^n(a\neq 0)$ 是收敛级数。

解：因为收敛的级数一般项必趋于0，但一般项趋近于0的级数并不一定是收敛的级数，例如$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$是发散级数。于是$(A)$是错误的。

发散的级数一般项，并不一定有$\lim_{n\to\infty}u_n\neq 0$。上例中$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$是调合级数且是发散级数，但$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$，于是(B)不正确。

若$\lim_{n\to\infty}u_n\neq 0$，则级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$一定发散，这一点可由级数收敛的必要条件得出，于是(C)是正确的。

几何级数$\sum_{n=1}^{\infty}aq^n(a\neq 0)$的收敛条件是$|q|<1$，如果缺少这个条件就不能保证级数是收敛的。故应填(A)(B)(D)

[例]2. 二元函数$z=x^2+y^2-1$有[　　　]。

(A) 驻点　　　(B) 极值点

(C) 极大值　　(D) 极小值

解：令$\begin{cases}z'_x=2x=0\\ z'_y=2y=0\end{cases}\Rightarrow$驻点$(0,0)$，即$x_0=0,\quad y_0=0$。

又因为$z''_{xx}=2>0,\quad z''_{yy}=2,\quad z''_{xy}=0$　于是

$p(x_0,y_0)=(z''_{xy})^2-z''_{xx}\cdot z''_{yy}=0-2\times 2<0$有极值，

由$z''_{xx}=2>0$，故$(0,0)$为极小值点，

极小值为$z|_{\substack{x=0\\ y=0}}=-1$。故应填(A)(B)(D)

[例]3. 设区域$D:x^2+y^2\leqslant a^2$，则下列重积分的值为零的是[　　　]。

(A) $\iint_D x^3y^2dxdy$

(B) $\iint_D(x^3+y^2)dxdy$

(C) $\iint\limits_D x^2y^3dxdy$

(D) $\iint\limits_D x^4y^4dxdy$

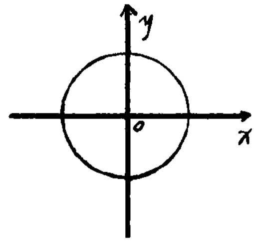

图 1-1-1

解：积分区域（如图 1-1-1）并利用对称区间上奇函数的积分为零这一结论：

(A) $\iint\limits_D x^3y^2dxdy$

$$=\int_{-a}^{a}y^2dy\int_{-\sqrt{a^2-y^2}}^{\sqrt{a^2-y^2}}x^3dx=\int_{-a}^{a}y^2\cdot 0dx=0$$

(C) $\iint\limits_D x^2y^3dxdy=\int_{-a}^{a}x^2dx\int_{-\sqrt{a^2-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}}y^3dy=\int_{-a}^{a}x^2\cdot 0dx=0$

可以验证$(B)(D)$的积分不为零。故应选(A)(C)。

［例］4. 设 $f(x,y)=x+y+(x-1)e^{xy^2}$ 则［　　　］成立。

(A) $f'_x(0,1)=f'_y(1,y)$

(B) $f'_x(x,0)=f'_y(x,0)$

(C) $f'_y(0,y)=f'_y(x,0)$

(D) $f'_x(x,1)=f'_y(1,y)$

解：由于 $f'_x(x,y)=1+e^{xy^2}+(x-1)e^{xy^2}\cdot y^2$

$$f'_y(x,y)=1+(x-1)e^{xy^2}\cdot 2xy$$

于是有 $f'_x(0,1)=1,\quad f'_y(1,y)=1\quad f'_x(x,0)=2,$

$f'_y(x,0)=1$

$f'_y(0,y)=1,\quad f'_x(x,1)=1+xe^x$

综上所知，应选(A)(C)。

［例］5. 设 $z=f(x^2-y^2)$，且 f 是可微函数，则［　　　］成立。

(A) $y^2\dfrac{\partial^2z}{\partial x^2}-x^2\dfrac{\partial^2z}{\partial y^2}=\dfrac{y^2+x^2}{x}\dfrac{\partial z}{\partial x}$

(B) $y\frac{\partial z}{\partial x}+x\frac{\partial z}{\partial y}=0$

(C) $y^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+x^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=\frac{y^2-x^2}{x}\frac{\partial z}{\partial x}$

(D) $y\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+x\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=-\frac{\partial z}{\partial y}$

解：$z=f(x^2-y^2)$ 可令 $u=x^2-y^2$ 则 $z=f(u)$，于是有

$$\frac{\partial z}{\partial x}=f'(u)2x,\quad \frac{\partial z}{\partial y}=f'(u)(-2y)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=f''(u)4x^2+2f'(u),\quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=f''(u)4y^2-2f'(u)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=2xf''(u)(-2y)=-4xyf''(u)$$

将上述结果代入选项中的等式后可以得出(A)(B)(D) 正确。

[例] 6. [　　　] 是微分方程 $y'+y=e^{-x}$ 的解。

(A) $y=xe^{-x}+ce^{-x}$

(B) $y=(x+1)e^{-x}$

(C) $y=xe^{-x}$

(D) $y=-xe^{-x}+2$

解：因为对(A) 求导后得 $y'=e^{-x}-xe^{-x}-ce^{-x}$，则 $y'+y=e^{-x}-xe^{-x}-ce^{-x}+xe^{-x}+ce^{-x}=e^{-x}$，于是(A) 正确；当 $c=1$ 时，显然(B) 是微分方程的特解；而 $c=0$ 时，(C) 又是微分方程的特解；而(D) 不是微分方程的解，故正确答案应选(A)(B)(C)。

[例] 7. [　　　] 是可分离变量的微分方程。

(A) $y'=\frac{a}{y}$　　(B) $\frac{dx}{y}+\frac{dy}{x}=0$

(C) $y'=e^{x+y}$　　(D) $y'=1$

解：(A) 可变形为 $ydy=adx$；(B) 可变形为 $ydy=-xdx$；(C) 可变形为 $\frac{dy}{e^y}=e^xdx$；(D) 可变形为 $dy=dx$。

故正确答案应是(A)(B)(C)(D)。即四个选项都是可分离变