闯关夺标

2008年高考 北京卷

# 经典模拟试卷

JINGDIANMONISHIJUAN

2008

邱凌 蔡成利 主编

# 数学

Shu Xue

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

闯关夺标

2008年高考 北京卷

# 经典模拟试卷

JINGDIAN MONISHIJUAN

2008

# 数学

Shu Xue

丛书主编：邱　凌　蔡成利
本书主编：孔中亚　蔡　新
编　　委：潘胜利　陈　芳　胡清琪　杨　刚　邵海建
吴小明　许良雄　程万里　周金涛　郭倩芳

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

# 编写说明

本书是《2008 年普通高等学校招生全国统一考试北京卷考试说明》配套用书。编写目的是为参加 08 年高考的考生能更好地理解《考试说明》中所明确或规定的考试内容、要求和形式，通过“检测目标”、“试题特点”、“复习方法与建议”来熟悉和把握高考的试题（题型）特点、考点、重点。是北京市考生复习备考难得的参考资料。

本书特点图示如下：

### 知识整合巧妙，试题设置合理，突出考点重点

检测目标：本套题突出了函数、不等式、数列、圆锥曲线、概率、立体几何等几大重点板块的主干知识，如第 7 题、8 题、15 题、20 题体现了在知识的交汇处命题的思想原则，如第 6 题、19 题体现在数学方法交汇处命题的原则，有效地考查学生的几大数学能力. 复习中还要加强解题过程的训练，多培养学生的思维能力，进一步用心领会数学思想的含义与应用，加强解题技巧的训练，合理分配做题时间，以便在高考的考场上更加快速的进行解题.

### 试题特点点睛，考查目的明确，透视命题规则

试题特点：本题考查了函数、数列、不等式的综合应用问题，是高考压轴题的热点之一. 数列不等式的证明常用的方法有数学归纳法、放缩法等，其中第（1）问 $f'(x)\geq 0$ 或 $f'(x)\leq 0$ 恒成立常常采用分离参数，求函数的最值时，特别要注意，$a=2,a=0$ 也成立. 第（2）问中的放缩一部分转化为等比数列求和技巧性强，难度大.

### 优化复习方法，明断解题思路，提升学科能力

复习方法与建议：本题作为一道压轴题，是有一定难度的，但也是高考的热点题. 首先通过导数的符号判断函数的单调性，分类的标准是二次项的系数和判别式，特别是第（2）问，利用第（1）问构造不等式，立意新颖，值得回味.

函数、不等式、导数的综合题一般难度较大，经常作高考压轴题形式出现，综合考查思维能力，复习中要从以下方面加强：①以导数为工具，讨论函数的单调性或最值. 如本题第（1）问，分类标准是二次项系数、根的大小.

②解不等式. 一元一次不等式、一元二次不等式、分式不等式、高次不等式要熟练掌握，还有指数不等式、对数不等式也不能忽视，尤其对数的定义域容易出错.

③利用分析法、综合法证明不等式，简单的放缩法证明不等式，还要注意利用导数构造函数证明不等式，这类新题型需要在练习中不断提高.

# 目　录

# 高考数学模拟试卷（一）

本试卷分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分．共150分，考试时间120分钟．

## 第Ⅰ卷（选择题　共40分）

**一、本大题共8小题每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。**

1．若不等式$|x-1|<a$成立的充分条件是$0<x<4$，则实数$a$的取值范围是（　　）

A．$[3,+\infty)$　　B．$(-\infty,3]$

C．$[1,+\infty)$　　D．$(-\infty,1]$

2．为了得到函数$y=\sin(2x-\frac{\pi}{6})$的图像，可以将函数$y=\cos 2x$的图像（　　）

A．向右平移$\frac{\pi}{6}$　　B．向右平移$\frac{\pi}{3}$

C．向左平移$\frac{\pi}{6}$　　D．向左平移$\frac{\pi}{3}$

3．（理）设随机变量$\xi$服从正态分布$N(0,1)$，若$P(\xi>1)=p$，则$P(-1<\xi<0)=$（　　）

A．$\frac{1}{2}+p$　　B．$1-p$　　C．$1-2p$　　D．$\frac{1}{2}-p$

（文）某班由24名女生和36名男生组成，现要组织20名学生外出参观，若这20名学生按性别分层抽样产生，则参观团的组成方法共有（　　）

A．$C_{24}^{8}C_{36}^{12}$种　　B．$A_{24}^{8}C_{36}^{12}$种

C．$C_{24}^{10}C_{36}^{10}$种　　D．$C_{60}^{20}$种

4．已知二面角$\alpha-l-\beta$的大小为60°，$m,n$为异面直线，且$m\perp\alpha,n\perp\beta$，则$m,n$所成的角为（　　）

A．30°　　B．60°　　C．90°　　D．120°

5．函数$f(x)$在定义域$R$内可导，若$f(x)=f(2-x)$，且当$x\in(-\infty,1)$时，$(x-1)f'(x)<0$，设

$a=f(0),\ b=f(\frac{1}{2}),\ c=f(3)$，则（　　）

A．$a<b<c$　　B．$c<a<b$　　C．$c<b<a$　　D．$b<c<a$

6．已知关于$x$的一元二次方程$\boldsymbol{a}x^2+\boldsymbol{b}x+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$，其中$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$为非零向量，且$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$不共线，则该方程（　　）

A．至多一个实数解　　B．至少一个实数解

C．至多两个实数解　　D．可能有无数多个实数解

7．（理）已知无穷等比数列$\{a_n\}$的公比 $q\neq-1$，前 $n$ 项和为 $S_n$，若集合 $P=\{x|x=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{S_n}{S_{2n}}\}$,则 $P$ 为（　　）

A．$\{0\}$　　B．$\{0，\frac{1}{2}，1\}$

C．$\{1，\frac{1}{2}\}$　　D．$\{0，\frac{1}{2}\}$

（文）向量 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{b}=\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|},\boldsymbol{c}=(\cos\theta,\sin\theta)$，则 $\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 一定满足（　　）

A．$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$　　B．$\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=0$

C．$(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})\perp(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$　　D．$\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=0$

8．若 $f(n)$为 $n^2+1(n\in\mathbf{N}^*)$ 的各位数字之和，如 $14^2+1=197$，$1+9+7=17$，则 $f(14)=17$；记 $f_1(n)=f(n)$，$f_2(n)=f(f_1(n))$，…，$f_{k+1}(n)=f(f_k(n))$，$k\in\mathbf{N}^*$，则$f_{2008}(8)=$（　　）

A．11　　B．8　　C．6　　D．5

## 第Ⅱ卷（共 110 分）

**二．填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．把答案填在题中横线上．**

9．若$\left(\sqrt[3]{x}-\frac{1}{x}\right)^n$ $(n\in\mathbf{N})$的展开式中第 3 项为常数项，则展开式中二项式系数最大的是第____项．

10．（理）已知 $i$ 是虚数单位，且函数 $f(x)=\begin{cases}(1-i)^2 i(x\leq 0)\\ a-2\cos x(x>0)\end{cases}$ 在 $R$ 上连续，则实数 $a$ 等于_____．

（文）数列$\{a_n\}$满足$a_1=1,a_{n+1}=2a_n+1$,若数列$\{a_n+c\}$恰为等比数列，则 $c$ 的值为_____．

11．若椭圆$\frac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>0)$的一条准线经过抛物线 $y^2=-8x$ 的焦点，则该椭圆的离心率为______．

12．定义：一个没有重复数字的 $n$ 位正整数$(n\geq 3,n\in\mathbf{N}^*)$，各数位上的数字从左到右依次成等差数列，称这个数为期望数，则由 1,2,3,4,5,6,7 构成的三位数中期望数出现的概率为_________．

13．二面角 $\alpha$—$a$—$\beta$ 的平面角为 120°，在面α内，$AB\perp a$ 于 $B$，$AB$=2 在平面 $\beta$ 内，$CD\perp a$ 于 $D$，$CD$=3，$BD$=1，$M$ 是棱 $a$ 上的一个动点，则 $AM+CM$ 的最小值为______．

14．若函数 $f(x)=\min\{-x+2,\log_2 x\}$，其中 $\min\{p,q\}$表示 $p$，$q$ 两者中的较小者，则不等式 $f(x)<-1$ 的解集为___________（用区间表示）．

三．解答题：本题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

15．（本小题共 13 分）

已知函数 $f(x)=[2\sin(x+\frac{\pi}{3})+\sin x]\cos x-\sqrt{3}\sin^2 x$．

（I）若函数 $y=f(x)$ 的图像关于直线 $x=a(a>0)$ 对称，求 $a$ 的最小值；

（II）若存在 $x_0\in[0,\frac{5\pi}{12}]$，使 $mf(x_0)-2=0$ 成立，求实数 $m$ 的取值范围．

16.（本小题共 13 分）

通信中，发报方常采取重复发送同一信号的办法来减少在接收中可能发生的错误，假定发报机只发 0 和 1 两种信号，接收时发生错误的情况是："发 0 收到 1" 或 "发 1 收到 0"，它们发生的概率都是 0.05.

（Ⅰ）若一个信号连续发 2 次，接收时"两次信号相同"，接收方接收信号；否则不接收，则接收方接收一个信号的概率是多少？

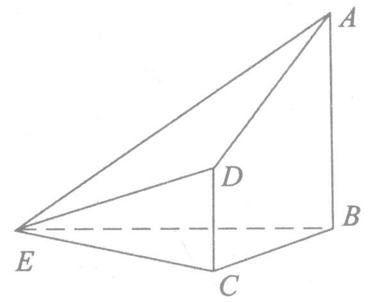
（Ⅱ）若一个信号连续发 3 次，按"少数服从多数"的原则接收，则正确接收一个信号的概率是多少？

17.（本小题共 13 分）

如图，在四棱锥 $E-ABCD$ 中，$AB\perp$平面 $BCE$，$CD\perp$平面 $BCE$，$AB=BC=CE=2CD=2$，$\angle BCE=120^{\circ}$.

（Ⅰ）求证：平面 $ADE\perp$平面 $ABE$；

（Ⅱ）求点 $C$ 到平面 $ADE$ 的距离.



18.（本小题共 14 分）

已知函数 $f(x)=mx^3-x$ 的图像上以 $N$（1，$n$）为切点的切线倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$.

（Ⅰ）求 $m$，$n$ 的值;

（Ⅱ）是否存在最小的正整数 $k$，使得不等式 $f(x)\leqslant k-1992$,对于 $x\in[-1,3]$ 恒成立？若存在，求出最小的正整数 $k$，否则请说明理由.

（Ⅲ）求出 $f(\sin x)+f(\cos x)$ 的取值范围.

19．（本小题共 13 分）

已知抛物线 $C$：$y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 $F$，定点 $A(4,0)$ 设 $M$、$N$ 为抛物线 $C$ 上的两动点，且总存在一个实数 $\lambda$，使得 $\overrightarrow{FA}=\lambda\overrightarrow{FM}+(1-\lambda)\overrightarrow{FN}$

（Ⅰ）若 $\left|\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}\right|=\left|\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{ON}\right|$，求抛物线 $C$ 的方程.

（Ⅱ）在（Ⅰ）的条件下，若直线 $MN$ 的倾斜角 $\alpha\in[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3}]$， 求 $\left|\overrightarrow{MN}\right|$ 的取值范围.

20．（本小题共 14 分）

已知函数 $f(x)$ 定义域为 $[0，1]$，且同时满足

（1）对于任意 $x\in[0，1]$，且同时满足 $f(x)\geqslant 3$；

（2）$f(1)=4$；

（3）若 $x_1\geqslant 0$，$x_2\geqslant 0$，$x_1+x_2\leqslant 1$，则有 $f(x_1+x_2)\geqslant f(x_1)+f(x_2)-3$.

（Ⅰ）试求 $f(0)$ 的值；

（Ⅱ）试求函数 $f(x)$ 的最大值；

（Ⅲ）设数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$，满足 $a_1=1$，$S_n=\frac{1}{2}(3-a_n)$，$n\in\mathbf{N}^*$.

求证：$f(a_1)+f(a_2)+\cdots+f(a_n)<\frac{3}{2}\log_3\frac{27}{a_n^2}$.

# 高考数学模拟试卷（二）

本试卷分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分．共150分，考试时间120分钟．

## 第Ⅰ卷（选择题　共40分）

**一、本大题共8小题每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。**

1．把直线 $y=-2x$ 按向量 $a=(-2,3)$ 平移后所得直线方程为（　　）

A．$y=-2x-3$　　B．$y=-2x+3$　　C．$y=-2x+4$　　D．$y=-2x-1$

2．（理）已知复数 $z_1=3+i$，$z_2=2-i$，则 $z_1z_2$ 在复平面内对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

（文）设 $a=2^{1.2}$，$b=8^{0.3}$，$c=4^{0.7}$，则 $a$，$b$，$c$ 大小关系为（　　）

A．$a>c>b$　　B．$c>a>b$　　C．$b>c>a$　　D．$c>b>a$

3．设 $m$、$n$ 是二条不同的直线；$\alpha$、$\beta$、$\gamma$ 是三个不同的平面，给出下列几个命题：

①若m，n是异面直线，$m\subset\alpha$，$m/\!/\beta$，$n\subset\beta$，$n/\!/\alpha$，则 $\alpha/\!/\beta$．

②若 $\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma$，则 $\alpha/\!/\beta$．

③若 $\alpha\perp\beta$，$\alpha\cap\beta=m$，$n\perp m$，则 $n\perp\beta$．

④若 $m\perp\alpha$，$n/\!/\beta$ 且 $\alpha/\!/\beta$，则 $m\perp n$．

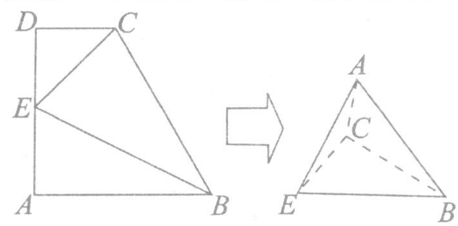
其中正确的命题的个数为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

4．已知 $\alpha\in(\frac{\pi}{2},\pi),\sin\alpha=\frac{3}{5}$，则 $\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})$ 等于（　　）

A．$\frac{1}{7}$　　B．7　　C．$-\frac{1}{7}$　　D．$-7$

5．如图，一直角梯形 $ABCD$，$AB\perp AD$，$AD\perp DC$，$AB=2$，$BC=\sqrt{3}$，$CD=1$，$E$ 为 $AD$ 中点，沿 $CE$、$BE$ 把梯形折成四个面都是直角三角形的三棱锥，使点 $A$、$D$ 重合，则这三棱锥的体积等于（　　）




A．$\frac{\sqrt{3}}{12}$　　B．$\frac{1}{6}$

C．$\frac{\sqrt{6}}{12}$　　D．$\frac{\sqrt{6}}{6}$

6．已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\cos\frac{\pi x}{k}$，若经过该函数图像上的一个最大值点与一个最小值点的直线的最大斜率等于 $\sqrt{3}$，则 $f(x)$ 的最小正周期是（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

7．已知某企业 2007 年的生产利润逐月增加，为了更好地发展企业，该企业也同时在改造建设，其中一月份投入的建设资金恰与一月份的利润相等，且与每月增加的利润相同，随着投入的建设资金的逐月增加，且每月增加投入的百分率相同，到 12 月份投入的建设资金又恰与 12 月份的生产利润相同．则该企业在 2007 年的总利润 $M$ 与总投入资金 $N$ 的大小关系是（　　）

A．$M>N$　　　　B．$M<N$

C．$M=N$　　　　D．$M$、$N$ 的大小关系不确定

8．如果函数 $f(x)=\dfrac{4}{3}x^3-x^2(x>0)$ 在定义域的一个子区间（$k-1$，$k+1$）上不是单调函数，则实数 $k$ 的取值范围是（　　）

A．$k>\dfrac{3}{2}$　　　　B．$k<-\dfrac{1}{2}$

C．$-\dfrac{1}{2}<k<\dfrac{3}{2}$　　　　D．$1\leqslant k<\dfrac{3}{2}$

## 第Ⅱ卷（共 110 分）

**二．填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．把答案填在题中横线上．**

9．二项式 $(\dfrac{a}{x}-\sqrt{\dfrac{x}{2}})^9$ 的展开式中 $x^3$ 项的系数为 $\dfrac{9}{4}$，则实数 $a$ 的值为____________．

10．在双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 中，过焦点垂直实轴的弦长为 2，焦点到一条渐近线距离为 1，则该双曲线的离心率为____________．

11．设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$，$S_4=1, S_8=17$, 则通项 $a_n=$____________．

12．已知点 $P(m，n)$在直线 $y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{2c}{b}$ 上移动，其中 $a$，$b$，$c$ 为某一直角三角形的三条边长，$c$ 为斜边，则 $m^2+n^2$ 的最小值是 ________．

13．函数 $f(x)=\log_{a+3}\left[ax^2+(a+3)x+a+3\right]$ 有最大值或最小值，则实数 $a$ 的范围是____________．

14．关于函数 $f(x)=4\cos(2x-\dfrac{5\pi}{6})$ $(x\in\mathbf{R})$,有下列命题：①$y=f(x+\dfrac{4\pi}{3})$是偶函数；② 要得到函数 $y=-4\sin 2x$ 的图像，只需将函数 $f(x)$的图像向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位；③ $y=f(x)$的图像关于点$(-\dfrac{\pi}{12}$，

0）对称；④ $y=f(x)$的图像关于直线 $x=-\frac{\pi}{12}$ 对称．其中正确命题的序号是________．
（注：把你认为正确的命题的序号都填上）

## 三．解答题：本题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

15．（本题共 13 分）

已知 $A$、$B$、$C$ 是 $\Delta ABC$ 三内角，向量 $\boldsymbol{m}=(-1,\sqrt{3})$, $\boldsymbol{n}=(\cos A,\sin A)$ 且 $\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}=1$，

（1）求角 $A$;

（2）若 $\frac{1+\sin 2B}{\cos^2 B-\sin^2 B}=-3$, 求$\tan C$。

16．（本题共 13 分）

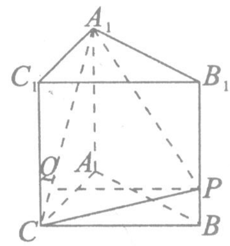
袋中有形状大小完全相同的 8 个小球，其中红球 5 个，白球 3 个．某人逐个从袋中取球，第一次取出一个小球，记下颜色后放回袋中；第二次取出一个小球，记下颜色后，不放回袋中，第三次取出一个小球，记下颜色后，放回袋中，第四次取出一个小球，记下颜色后不放回袋中……，如此进行下去，直到摸完球为止．

（1）求第四次恰好摸到红球的概率；

（2）记 $\xi$ 为前三次摸到红球的个数，写出其分布列，并求其期望 $E\xi$．

17．（本题共 13 分）

如图所示，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC=AB=2$，$\angle BAC=90°$，$BB_1=BC$，点 $P$ 在 $BB_1$ 上，$BP=\frac{\sqrt{2}}{2}$，点 $Q$ 在 $CA_1$ 上，且 $CQ=1/4CA_1$.




（1）求证：$PQ//$平面 $ABC$；

（2）求点 $A_1$ 到平面 $APC$ 的距离；

（3）（理）求二面角 $C-A_1P-B$ 的大小；

（文）求二面角 $C-A_1P-B$ 的余弦值.