

Selections  
from  
Mathematical  
Works  
of

LI RONGHUA  
李 荣 华 数 学



吉林大学出版社  
JILIN UNIVERSITY PRESS

Selections  
from  
Mathematical  
Works  
of

LI RONGHUA

李 荣 华 数 学



吉林大学出版社  
JILIN UNIVERSITY PRESS

---

**图书在版编目(CIP)数据**

李荣华教授数学文选/李荣华著. —长春: 吉林大学出版社, 2009. 1

ISBN 978-7-5601-4081-0

I . 李… II . 李… III . 差分法—文集 IV . 0241.3-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 006245 号

---

书名：李荣华教授数学文选

作者：李荣华 著

责任编辑、责任校对：曲天真

吉林大学出版社出版、发行

开本：787 × 1092 毫米 1/16

印张：33.75 字数：650 千字

ISBN 978-7-5601-4081-0

封面设计：孙 群

长春大学印刷厂 印刷

2009 年 1 月 第 1 版

2009 年 1 月 第 1 次印刷

定价：80.00 元

版权所有 翻印必究

社址：长春市明德路 421 号 邮编：130021

发行部电话：0431-88499826

网址：<http://www.jlup.com.cn>

E-mail：jlup@mail.jlu.edu.cn

# 李荣华数学文选

SELECTIONS FROM

MATHEMATICAL WORKS

OF LI RONGHUA

## 序

2009年2月4日，是李荣华先生的80华诞。在这个日子来临之际，吉林大学数学院、数学研究所和计算数学学科通过吉林大学出版社出版《李荣华教授数学文选》（以下简称《文选》），以作庆祝和纪念。

李荣华先生是我国计算数学学科的开拓者之一。从青年时代开始，先生始终热情洋溢地投身于中国高校最早计算数学学科（吉林大学）的筹备、建立和发展的事业之中。50多年来，先生不知疲倦地在这片土地上勤奋耕耘，贡献了无限的才华和智慧。同时也从中获得开拓者、耕耘者所独有的那份喜悦。

先生早年从事泛函分析研究，1957年以后根据事业发展的需要转向计算数学学科研究和专业建设。

《文选》收录了先生不同时期的代表作37篇。第一篇是彻底解决了美国学者1941年提出的关于线性拓扑空间的一个公开问题，无疑是先生青年时代的得意之笔。

《文选》中的一部分文章是他早年有关差分法稳定性理论的研究成果。熟知，应用差分法求解偏微分方程，一个基本问题是研究差分格式的稳定性。从上个世纪60年代至80年代，他带领学生先后建立了一批差分法判别稳定性的代数准则。这些准则既具有一般性，又便于应用，至今仍是最好的稳定性判别条件。

《文选》中其余部分文章都是文革以后写的。早在1978年，先生就开创性地提出了解偏微分方程的广义差分法。在此后的二十多年中，又为其建立了系统的理论基础。广义差分法兼有有限元法和差分法的优点，是当前求解偏微分方程，特别是流体计算的有效方法。国外近二十年来兴起的有限体积法只是广义差分法的一个特款，而且在长时期内未能建立理论基础。现在这项成果已被国内外广泛引用，并载入有关著作。这部分文章和有关专著应该是先生影响最大的工作。

《文选》还选录了先生在世纪之交十年间发表的一些主要围绕半线性抛物方程决定的耗散动力系统数值分析的文章，这些论文建立了研究计算长时间状态数值方法稳定性和收敛性的理论框架，并有效地应用于有限元法和广义差分法，特别是首次得到非线性Galerkin法的误差分析。

《文选》中选录的其他研究成果有：建立 Galerkin 法的收敛条件和各种收敛条件之间的关系；边界元法的误差估计及应用以及非线性系统的分歧计算等。

综观《文选》，使人情不自禁地感叹：在几十年的“战斗”生涯中，先生总是在最关键、最影响大局的主攻方向上，沉着刚毅地去迎接科学的挑战，敏锐机智地洞察突破的要害，身先士卒地冲锋陷阵、一往无前。

先生早年长期担任吉林大学计算数学教研室主任。从 1984 年起，连续两届担任数学系主任兼数学研究所所长。还兼任中国数学会常务理事，《计算数学丛书》主编，《东北数学》主编，吉林省和长春市数学会理事长等职务。

先生忠诚教育事业，注重教书育人，致力学科建设，高瞻远瞩，勤奋敬业，磊落坦诚，公正谦和，为吉林大学数学系的教学、科研和各学科的发展，为我国计算数学人才培养和学科发展都做出了重要贡献。先生的治学思想、严谨学风、敬业精神，尤其是人格魅力无不深刻地影响着、鞭策着一代又一代年轻的数学工作者。从先生门下走出的数十名博士、硕士，都已经活跃在国内外教育、科研等领域的第一线。先生的教诲使他们受用终生。笔者作为先生的学生，耳濡目染，受益其中。先生对学生们的的影响之大，恐先生自己也始料不及。

几十年来，先生在科研、教学、行政、著作等方面得到了诸多奖励和荣誉。其中，1989 年，先生率计算数学学科主要成员获得国家级优秀教学成果特等奖（《计算数学及其应用软件专业的建设与发展》）。平心而论，这份大奖或许是对先生历史功绩最客观的见证。

国人常喜欢用道德文章四个字来评价和赞誉成功的学者，其中道德指的是做人，文章指的是做学问。在这个意义上，先生堪称是在道德文章两方面都达到崇高境界的数学名家。

先生的众多美德已经鼓舞着他从容豪迈地走过了 80 个春秋。我们相信这些美德也必将鼓舞他度过幸福美好的晚年。

马驷良 马富明

2009 年 1 月于长春

# 李荣华数学文选

SELECTIONS FROM  
MATHEMATICAL WORKS  
OF LI RONGHUA

## 自传 \*

1929年2月4日(立春)，我生于湖南宜章县一个农民家庭。祖父很穷，34岁就去世了。祖母领着12岁的伯父三兄弟和两个姑妈，长期过着贫困生活。后来伯父他们长大，劳力渐多，一面在家耕作，一面外出帮工，父亲又做点油盐小生意，日子逐渐好转，三十多年后祖母去世时，已是拥有三十多亩水田，二十来口人的大家庭了。

父亲李同林，排行第二，十几岁时在一亲戚家做工。长大后，除种田外，还学会做点油盐小本生意。我家位于南岭山脉南麓，交通不便，父亲步行到25里外的粤北小镇坪石，买些油盐挑回来，然后到集市去零售(我们那里称赶圩)。如此暑去寒来，持续了二十多年。由于他诚实守信，所以当地老百姓愿意买他的东西。他不识字，但善心算和珠算，也能记住赊欠的账目，这样他逐渐攒下些钱购置田产。父亲30岁才结婚，母亲白爱花出身贫寒，终生操劳家务，哺育我们兄妹七个成人。她和亲戚、邻居相处和谐，待人宽厚，父母的淳厚朴实，给我留下深刻的印象。

祖母去世后，父亲他们兄弟分家，我们兄妹年纪都不大，缺乏劳力，所以总要雇一个长工在家种田。我从小也帮家里做些农活，如放牛、拾柴、割草等。我父亲对我要求不高，能干活，又识几个字，不受人骗就行了，绝无让我走读书发家的宏愿。1937年春天，我已8周岁，我们村附近成立两年制的短期小学，学费很低，离家又近，我就上学去了。短期小学学语文、算术、常识、音乐，感到很新鲜，可惜两年就结束了。以后又读了两年私塾，一年初小，老师都很差，没多大收获。直到1942年，考入我们乡新成立的镇南乡中心小学高小五年级，我的学习才步入正轨。这个学校的课程是新式的，教师中有地下党员，有中山大学农学院的学生。我对各门课都有兴趣，尤其是算术，完成课内作业后还常常做些课外应用题。除文化课外，学校还组织一些课外活动。一年初夏，学校组织郊游，我爬上附近一座名叫塘岭的高峰，举目四望，群山尽收眼底，我不禁感叹：天地还那么广阔啊！

## 二

1944年，我考上新成立的县立初级中学。由于日寇入侵，学校搬迁两次，虽然生活比较艰苦，但学习还算顺利。一次数学竞赛，只有我做出一个难题，受到老师赞扬。光复后国民党三青团很活跃，一位老师劝我入团，说对以后找事做有好处，我愤然拒绝说，我靠本事不靠政治吃饭。这事乃得益于我的伯父，他告诉我到外面一心读书，不要参加什么党派。1946年夏天，我得了一场大病，耽误了半个学期，按规定是不能跟班毕业的，学校考虑到我学习成绩好，破例允许我随班学习，最后仍以前两名的成绩毕业。

\* 《中国现代数学家传》(第六卷)。

我们那个县没有高中，初中毕业后，我们几个同学结伴去长沙考高中，我考上了当时有名的明德中学。明德中学的管理很严，考试舞弊立即开除。师资力量也很强，我受益最多的是几何老师曹贊华，代数老师管竹君。曹老师讲平面几何很严谨，他在课堂反复要求按如下程式书写证明：因为 $\times \times \times$ ，则 $\times \times \times$ ；但是 $\times \times \times$ ，所以 $\times \times \times$ 。管先生早年北京大学毕业，他讲范氏代数不但重视演算，而且讲些近代数学观点。他经常引用 Hilbert 的话说，数学是一场游戏，在统一规则下永无矛盾。有一年报纸上公布一个三等分任意角的证明，管先生说，那个证明一定是错的，你们去找出错误。我把证明检查一遍，果然找到其中的错误。在明德中学三年，正值解放战争，学生思想很活跃，有热衷于学运的，有吃喝玩乐的，但多数都认真学习，我属于后一种，对学运同情，但不积极参加，一心只管读书。长沙和平解放后不久，新中国成立，我也高中毕业。我认为中国革命成功了，今后的主要任务是搞建设，所以决定继续升大学，学好技术参加社会主义建设。

1950 年 7 月，我考取东北工学院（现东北大学）电机系，8 月抵达沈阳。路过北京时，得知也被北大物理系录取。我去征求在政务院任职的初中老师李鹏的意见，他劝我去东北。这也符合我的想法，东北是重工业区，学工的环境好；又是老解放区，较易申请助学金。到沈阳后，因为朝鲜战争紧张，我们于 9 月初到吉林省江北工科高职集中学政治。后来东北工学院成立理科，我又被调到数学系学数学。11 月初全国掀起轰轰烈烈的抗美援朝运动，东北工学院决定在长春设分院，我们一年级直接去分院学习，那曾想到，从此便在长春度过一生。在长春分院的两年，过的基本上是半军事化生活，严寒加粗粮，生活非常艰苦。政治运动一个接一个，抗美援朝、镇压反革命、三反五反、思想改造等。这两年学得比较认真的是柳孟辉先生讲的“初等微积分”和王柔怀先生讲的“高等微积分”，虽然讲的内容不多，但受到的数学训练严格，为后续课的学习打下扎实的基础。我们班开始 38 人，毕业时 31 人。同学间相处融洽，生活上互相关心，学习上互相帮助，思想上共同进步，这也为以后的学习打下良好的基础。

1952 年全国院系调整，我们在东北工学院数学系学习的两个年级，有幸调整到东北唯一的一所综合大学——东北人民大学。东北人大原来只有文科，理科是新成立的。组建理科的教师主要来自北大、清华、燕京等高校，数学系有王湘浩、徐利治、江泽坚、谢邦杰等中青年数学专家。当时强调学习苏联，要补上许多课程，王、江、徐、谢等老师每学期都要讲两门课。每天上午六学时一贯制，课程排得满满的，虽然担子压得很重，但我们从不叫苦，顺利完成了学习任务。老师的严谨学风，对数学的深刻见解，使我们受益匪浅。1954 年我们班四年制毕业，同学们愉快地服从国家分配，走上新的工作岗位。

### 三

我大学毕业后留校任教，同时留校的还有伍卓群、李岳生、吴智泉等 7 人。当时师资缺乏，系里迫切希望我们尽快胜任教学。我第一年辅导数学分析和复变函数，以后便主讲这两门课。科研方面，先是参加徐利治先生主持的数值逼近讨论班，后又参加江泽坚先生主持的泛函分析讨论班，不久又发表了几篇论文。这样在教学、科研方面算是有了一个好的开端。1956 年破格提升讲师。同年参加中国共产党。

1956 年，国家制定十二年科学技术发展规划，重点发展原子能、半导体、计算机等

高科学技术。为适应这一需要，还要发展计算数学，培养适应计算机需要的数学人才。当年吉林大学在徐利治先生领导下成立计算方法专门化。教育部又计划从苏联请计算方法方面的专家到吉大讲学，为此学校选调李岳生、冯果忱学习俄语，准备为专家当翻译。1957年秋，列宁格勒大学副教授，康托洛维奇的早期学生梅索夫斯基赫来到吉林大学。参加进修学习的青年教师来自全国许多高校，其中有北京大学徐萃薇、许卓群，清华大学李庆杨，复旦大学蒋尔雄，武汉大学康立山，兰州大学王德人，山东大学杨培勤，云南大学莫致中等。当时正值反右运动，徐先生身处逆境，学校为了加强向专家学习的力量，将我调到计算数学教研室，改学计算数学。就我个人来说，我更喜欢学基础理论，但因工作需要，我愉快地接受了这一任务，从此，我便终生从事计算数学教学、科研和专业建设，这是我一生中的一次大转折。梅索夫斯基赫在吉大工作一年半，系统讲授“计算方法”、“积分方程”，主办专题讨论班，报告康托洛维奇、克雷洛夫的“高等分析近似方法”和米哈林“解数理方程的变分方法”等名著，还指导学员开展研究，特别是在代数和超越方程的数值解、分块松弛法方面的研究，此后在我国有重要影响。例如，康立山早在上世纪70年代研究区域分块并行计算，就是受到梅索夫斯基赫的影响。1959年3月，梅索夫斯基赫提前回国，差分法部分未按计划讲授，由我勉强边学边讲，总算把它讲完。这两年政治运动较多，但匡亚明校长要求保证专家正常工作，所以冲击不算太大。

1959年庐山会议后，学校教学秩序很乱，根本无法安心工作。1961年贯彻调整、巩固、充实、提高方针，我们才在专业建设方面走上正规，各项工作都取得实质性的进展，为今后专业发展奠定良好基础。我当时面临的任务很重，一是紧跟偏微分方程数值解法（以差分法为主）的发展前沿，二是开设计算数学专业许多新课，三是搞好专业建设。当时经济生活极其困难，我又刚把家从南方迁过来，压力很大，但和其他教师一样，夜以继日，勤奋工作，苦干了整4年。

关于专业建设，我紧紧抓了以下几项工作：（一）组建一支精干的德才兼备的教师队伍，为每一成员制定研究方向和教学任务，通过教学和科研实践，使他们得到锻炼，尽快过好教学关和科研关。（二）制定本专业的研究方向。计算方法方面设三个方向，即数值逼近（徐利治、王仁宏等），偏微分方程数值解法和数值代数（李荣华、李岳生、冯果忱、黄明游等）。程序设计方面包括算法语言、程序自动化（金淳兆、徐立本、金成植等）。（三）组织讨论班，开展专题研究。（四）开出专业基础课和选修课，编写教材，指导毕业论文。（五）联系实际，有选择地承担国民经济中的计算课题（水坝计算、渗流计算等）。（六）加强思想和学风建设，调动教研室成员的积极性。由于老师们齐心协力，积极肯干，到1965年，计算数学专业已初具规模，形成了一支实力较强的师资队伍；培养出五届本科毕业生，他们在社会各部门中积极工作，享有较好声誉。

文革以后，百废待兴，全室教师重整旗鼓，积极参加专业的恢复和发展。到上世纪80年代，专业方向进一步扩大，新建了计算几何、小波分析、应用软件、计算机代数与符号计算等方向。程序设计方向早在1976年已另组建成计算机科学系。1983年，计算数学专业被评为博士点，以后又两次评为重点学科。1990年，我们申报的项目“计算数学及其应用软件专业建设”荣获国家教委授予的高校优秀教学成果特等奖。此外，还获得过科研成果，优秀教材等奖多项。

1984年，学校任命我为数学系主任兼数学所所长，数学学科学术委员会和学位委员会主任。在任职期间，我的教学工作并未减轻，每学年完成的教学工作量都排在全系前五名。科研则面临追赶国际先进水平的压力，既要身先士卒，开展研究，又要为专业方向运筹。这六年是我一生最繁忙的时期，教学、科研、行政大体上各占三分之一时间。行政工作千头万绪，有些要从头做起。我注意发挥党总支和行政副职的作用，放手让他们去处理日常行政事务，我的精力是去考虑一些重要而又必须由我处理的问题。这样，大家的积极性都很高，工作推动起来也比较顺利。我主要是抓教学计划的制定，提高教学特别是基础课的教学质量，筹划学科方向和师资队伍的建设，加强招生工作和开展学术活动等。

我深感系一级领导是重要的，与专业教研室相比，系一级更具有独立性，能开展一级学科的专业建设；与校一级相比，系级工作的业务性强，更能考虑到应兴应革的事情。做好系所领导工作是辛苦的，我常把系所的发展视为长跑接力赛，我任职就要把这一棒跑好，不给下一棒增加负担。我这一程跑下来后，感到很累，也很愉快。

我是一名业务干部，行政和社会工作都是兼职。除担任前述系、室行政工作外，其他兼职还有：吉林大学校自然科学学术委员会副主任、校学位委员会委员、中国数学会常务理事、长春市和吉林省数学会理事长、计算数学丛书主编、高校计算数学常务编委、中科院计算数学编委、东北数学常务编委、主编等。

#### 四

教课是我的主要职责。刚参加工作时，为过好教学关，我注意学习年长教师的讲课方法。课前一定备好课，写好备课笔记，即便后来讲课熟练了，也从不敢讲没有准备的课。我讲过基础课，也讲过专业课和选修课。三年经济困难时期，计算数学的课都是新开的，没有现成教材，需要自己去组织、编写。通常我们先在讨论班上报告文献，共同讨论研究，然后形成教材。比如我讲过的“解偏微分方程的差分法”、“差分法的某些矩阵论问题”、“计算数学与泛函分析”等都是这样形成的。在我担任系主任期间，我倡导多开选课，我自己也讲过“Fourier 分析”、“广义函数”、“拓扑学引论”和“Galerkin 有限元法”。以后出版的几本教材是在多次讲授的基础上写成的。据我回忆，我先后为本科生和研究生主讲过 23 门不同种类的课，出版三本教材和专著。其中《微分方程数值解法》是为本专业写的专业课教材，已修改三次，印刷多次，曾获国家教委优秀教材二等奖。《解边值问题的伽略金法》是研究生学位课教材，侧重有限元法的理论基础，据述在国外的一些留学人员也采用它为参考书。《微分方程广义差分法》是一本专著，主要总结本人和国内同行在这一领域的成果，1994 年在国内出中文版，2000 年在美国出英文（修订）版。英文版出版后，很快就有四篇书评，对本书做出积极评价。

我招收研究生始于 1961 年，到 2000 年共培养硕士 22 人，博士 9 人。我招研究生把关较严，宁缺勿滥。入学后先打基础，再进入专题。我给学生选题很注意其新意及发展前景，指导的方式是专题讨论班与个别指导相结合，尽量发挥学生的主观能动性，遇到困难时与学生一起讨论。指导研究生是教与学相结合的好形式；对我而言，既是一种输出，又是推动我做研究的动力，我的研究成果很多都是指导研究生的产物。

我一生感到庆幸的是选择数学作为我的专业，又选择教师作为我的职业。通过教学，能为社会培养人材尽点微薄之力；通过编写教材，能使更多的年轻人受益，我对此感到欣慰。

## 五

吉大数学系一向提倡科学研究，建系初二年，因为教学任务重，一时还来不及抓科研。1954年我毕业参加工作后，系里开始提倡科研，我那时主要精力搞教学，但也希望尽快独立从事科学研究。1955年，在徐利治先生指导下，我写出第一篇 Fourier 级数的论文，虽然这只是一篇习作性论文，但这是我迈开科研的第一步。接着又自己找题目写过一篇复变函数的小文章，也是习作性的。

1956年，我师从江泽坚先生学泛函分析。当时讨论班报告线性拓扑空间（记为 l.t.s）方面的文献，分工给我报告美国 D. G. Bourgin 在 1943 年发表的一篇论文。作者在文中提出一个公开问题：在局部有界 l.t.s，凸集 K 超穷闭和弱\* 闭是否等价？我怀着好胜心想去试作一下这个问题。开始企图从正面回答问题，但发现有困难及症结所在。我利用对偶空间引进一个新的拓扑结构，构造出一个较弱的 Banach 空间作为桥梁，从而证明了等价性成立的充要条件是局部有界 l.t.s 是 Banach 空间。应用这一方法我还得到另一些新结果。这项研究锻炼了我的科研能力，增强了攻坚的信心，同时深化了泛函知识及其技巧。

1957年我转到计算数学专业。开始是打基础，学习康托洛维奇和克雷洛夫的《高等分析近似方法》，米哈林的《解数学物理问题的变分方法》等经典著作。虽然写过两篇 Galerkin 法的文章，但我并不喜欢。真正作研究是在经济生活困难时期，我们组织讨论班，报告 Richtmyer 的《初值问题的差分法》和沙乌利也夫的《求解抛物方程的差分法》，围绕差分法的稳定性和差分方程解法开展研究。在稳定性理论方面，Lax 和 Richtmyer 在 50 年代初已建立基本框架，接着 Kreiss 建立关于判别稳定性的几个代数准则。Kreiss 的准则在理论上很完整，但难以实际应用，于是又有一些作者研究实用的稳定性判别条件。当时收集在 Richtmyer 书中的条件就有四种，但这些条件过强，甚至波动方程的显格式当网比  $\gamma = 1$  时是否稳定也判断不了。我将这一问题转化成有限区间上矩阵族  $G^n(\theta, \Delta t)$  ( $0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 \leq n\Delta t \leq T$ ) 的一致有界问题，进一步归结为局部一致有界问题，然后运用矩阵函数插值等技巧，得到很一般的仅与特征值有关的代数准则。利用这一准则可判别已有差分格式的稳定性（包括波动方程显格式）。这项成果是我和青年教师周长林完成的。80 年代初，马驷良继续我们的工作，将我们的结果做了较大推进，得到的代数准则不仅充分而且必要，稳定性问题至此告一段落。

1964年，全国掀起社会主义教育运动，高校则学习春节讲话，搞教育改革，解决知识分子脱离劳动、脱离实际问题。那年夏天，泛函会议在长春举行，孙本旺教授带来大庆油田提出的几个数学问题，我对这些问题有兴趣。秋季开学后，我组织讨论班报告地下流体及油层物理基础知识。11月我独自去大庆油田了解问题的实际背景，感受一下采油的主要过程。回校后研究问题的数值解法，设计以处理井口为主的差分格式。1965年上学期，我和黄明游、周长林带领应届毕业生去大庆毕业实习，进一步验证并改进了我们的方案。这一联系实际的过程对我影响很大，从此积累了解实际问题的经验。可惜 1965 年秋因去

榆树县搞四清中断了，紧接着是文化大革命，又到农村插队落户两年。1972年回校后，我去大庆继续这项工作，但我的劲头已不那么足了，因为我不知道我们今后的出路是什么。1975年我转向电法测井的数值计算，在国内首次用边界元法计算三维电磁场问题。直到1977年，文化大革命伴随“四人帮”的垮台结束，我才缓过劲来，准备迎接一个真实的科学春天。

1977年秋，我们讨论班系统报告 Galerkin 有限元法及其数学基础——Sobolev 空间。1978年2月，在生活条件还很困难的情况下，我们主办面向全国的研讨班，由我报告 Ciarlet 的讲稿《有限元素法的数值分析》。在此基础上，我考虑如何选研究课题问题。当时国内外的热门课题是有限元法，尤其在国内，一种流行看法是有限元法可取代差分法，差分法只作为反陪衬在引言中出现，我认为许多评价差分法的论点并不全面。早期构造差分法是从微分方程出发，用差商代替微商，用较粗糙的方法处理边值条件，这种方法确有很多缺点。但早在50年代，以吉洪诺夫为代表的苏联学者便强调从积分守恒型方程出发，利用插值离散推导差分方程。按这一方法构造差分格式，就可避免前一方法的缺陷。人们责难的是差分法的前一形式——微分形式，而忽略它的新形式——积分形式。积分型差分法具有有限元法的许多优点，其缺点是难以提高精度，且理论基础远不如有限元法完整。我的想法是能否从另一个角度出发，建立一种与有限元法具有同样精度和理论的差分法，这就确定了我此后研究多年的课题——广义差分法。

构造广义差分法的步骤是：第一，对求解域作三角剖分  $T_h$  ( $h > 0$  是三角单元最大边长) 和相应的对偶剖分  $T_h^*$ 。第二，取与  $T_h$  相关的有限元空间  $U_h$  为试探函数空间，取与  $T_h^*$  相关的局部 Taylor 公项张成的空间  $V_h$  为检验函数空间，要求  $\dim V_h = \dim U_h$ 。第三，利用  $U_h$  和  $V_h$  建立广义 Galerkin 方程，则导出广义差分法。若特别取  $U_h$  为分片一次函数，整体连续， $V_h$  为对偶单元的特征函数，就导出现在流行的有限体积法，它也包含经典的积分插值型差分格式为其特例。对一阶双曲方程组，则从间断有限元出发构造高精度迎风格式。此后的理论分析和数值实验表明，广义差分法（简记为 GDM）不仅俱有有限元法的许多性质，而且还有保持质量守恒的优点。

为建立理论框架，引进两个插值投影算子  $\Pi_h$  和  $\Pi_h^*$ ，形式上将广义差分法写成非协调有限元法；然后又建立估计双线性形式的强制性和相容性技巧，得出最佳  $H^1$  和  $L^2$  估计，从而为 GDM 奠定理论基础。建立 GDM 理论比有限元法困难得多，经历了十多年才算基本上完成。上世纪80年代初，我带领研究生吴微、祝丕琦做硕士论文，对二阶椭圆方程和一次元 GDM，两点边值问题和三次元 GDM 已得到完整结果，接着山东大学李潜、王申林、梁栋等将方法推广到非线性抛物方程、二阶非线性双曲方程和 Stokes 方程。此后，中山大学陈仲英将广义差分法推广到四阶双调和方程，特别是他建立了平面域上二阶椭圆方程的二次元和三次元 GDM 的  $H_1$  估计和一次元 GDM 的  $L^2$  估计，使 GDM 的理论趋于完善。1994年，我与陈仲英合作将我们及国内同行的工作写成专著在吉林大学出版社出版。2000年与陈仲英、吴微合作将此书修订后在美国出英文版。书出版不久，就有4篇书评，对我们的工作做了积极评价，而且引用我们工作的文章也多了。据不完全统计，至今国内外引用此项成果的论文百余篇。2005年，Springer 出版社出版一本计算流体力学的书（作者：Titus Petrila and Damlan Trif，书名：《Basics of Fluid Mechanics

and Introduction to Computational Fluid Dynamics》), 其中第七章第 2 节为 Generalized Difference Method (pp.411–438), 作者以 28 页的篇幅, 介绍我们的工作。

现在广义差分法 / 有限体积法已成为求解偏微分方程, 特别是流体力学方程的流行方法。我做这项研究前后持续了二十多年。在这期间, 我还作过边界元法(与杨洪涛合作), 将边界元用于一类奇摄动问题, 得到很完美的结果。到 90 年代, 我特别关注无穷维动力系统的数值分析, 这事还得追溯到 80 年代初。1982 年到 1983 年, 我被国家选送去美国芝加哥大学进修访问, 在那里我一方面继续 GDM 研究, 另一方面是调查文献, 为以后开展新方向做准备。回国后我决定分一部分力量研究非线性数值分析问题, 特别希望做具体应用问题。先由我报告 Navier-Stokes 方程的数值解法, 并安排研究生报告有关非线性系统分歧问题 (Bifurcation) 的文献。此后吴微、马富明、吴柏生等在分歧计算方面做过一系列工作。我的兴趣是研究无穷维耗散动力系统计算, 即大时间状态计算的收敛性和稳定性, 并把它选作武海军的硕士和博士论文题。经过 7 年的努力, 终于建立了一个基于单调性的一般理论框架, 将这个框架应用到求解反应—扩散方程, Navier-Stokes 方程和 Cahn-Hilliard 方程的一些重要数值解法, 包括线性有限元法, 广义差分法和非线性 Galerkin 法, 得到长时间的收敛性和稳定性估计。

迄今共发表论文五十多篇, 出版专著和教材三部。2000 年, 我的最后两名研究生毕业, 系统的研究基本结束。

## 六

我平生的愿望很简单: 生活上满足温饱, 憧憬小康; 精神上追求真知实学; 学业上有所建树。虽说学业并未如愿以偿, 但我从一个农家子弟能走上大学讲台, 也算知足了, 所谓知足者常乐嘛!

一个人想做出点成绩, 总离不开一定的主客观条件。我自知天资平常, 但我从小勤奋好学, 务实求真, 不图虚名。客观方面, 我认为我有许多好机遇。首先, 是新中国成立, 使我在国家资助下大学毕业。再就是我选学了最适合我发挥的专业——数学。院系调整把我们从东北工学院调到东北人大又是一个机遇, 这使我们能受到如著名数学家王湘浩等良师的教育。大学毕业后留校任教也是个好职业, 使我在师长的指导下在教学、科研方面很快上路, 特别是吉林大学数学系这个集体, 学术空气浓厚, 同事间团结合作, 免去许多人事纠纷。我本身也是有弱点的, 50 年代的教育使我过于拘谨, 在文化大革命中我对前途几乎丧失信心, 以致空渡了十多年大好时光。我很幸运有一个和睦温馨的家庭, 我妻子姚清宜是纺织工人, 长期三班倒, 已很劳累, 但她仍承担主要家务劳动, 支持我的工作, 使我没有后顾之忧。

我中学时也喜欢文学。初中时好读鲁迅、巴金等作家的小说。高中时读过国内外不少名著, 尤其喜欢“五·四”时代胡适、陈独秀等人的作品。到大学后, 我和许多同辈人一样, 读过很多新中国描写英雄人物和苏联战争年代的作品。90 年代初, 我从行政岗位上退下来, 我的时间宽裕了, 书架上文科的书也多起来了。我喜欢读文、史、哲方面颇富哲理性的著作, 也读点宗教普及读物, 业余时间还种点花草, 欣赏诗词, 听古典音乐, 以调节老年生活。

## 简 历

- 1929 年 2 月 4 日生于湖南宜章县栗源乡新塘村。
- 1944—1946 年，宜章县立初级中学（现宜章一中）学习。
- 1947—1949 年，长沙明德中学高中学习。
- 1950—1952 年，东北工学院（现东北大学）数学系学习。
- 1952—1954 年，东北人民大学（现吉林大学）数学系学习。
- 1954 年留校任教至今，2003 年退休。
- 1956 年任讲师。
- 1957—1959 年，前苏联列宁格勒大学梅索夫斯基赫专家来吉大讲学，本人转学计算数学，脱产进修。
- 1958—1981 任计算数学教研室主任。
- 1962 年任副教授。
- 1964—1965 年去大庆油田研究地下渗流计算。
- 1969—1972 年伊通县头道公社插队落户 2 年。
- 1978 年 11 月 25 日在中国数学会成都会议报告广义差分法。
- 1981—1997 年多次主持高校计算数学学术交流会。
- 1982—1983 年去美国 Chicago 大学访问一年。
- 1984—1990 年任数学系主任兼数学研究所所长。
- 1984—1994 年任数学系学术委员会和学位委员会主任。
- 1985—1995 年先后任国家教委高校数学与力学教学指导委员会和理科教学指导委员会成员。
- 1988—1995 任中国数学会理事，常务理事。
- 1989—1995 任长春市数学会理事长。
- 1989 年（与黄明游，冯果忱）获国家教委优秀教学成果特等奖。
- 1990 年获长春市总工会授予的 5.1 劳动奖章。
- 1994—2003 年任吉林省数学会理事长。
- 2002—2007 年任《东北数学》学报主编。

# 李荣华数学文选

SELECTIONS FROM  
MATHEMATICAL WORKS  
OF LI RONGHUA

## 文 选 目 录

序 .....	( i )
自传 .....	( iii )
简历 .....	( x )
1. 论局部有界的线性拓扑空间, 东北人民大学自然科学学报, 1957年第1期, 141-151.	( 1 )
2. 矩阵族 $G^n(\theta)$ 的一致有界性与差分格式稳定的条件 (I), 吉林大学自然 科学学报, 1963年第2期, 319-349. (与周长林合作)	( 9 )
3. 矩阵族 $G^n(\theta)$ 的一致有界性与差分格式稳定的条件 (II), 吉林大学自然 科学学报, 1964年第2期, 85-97. (与周长林合作)	( 36 )
4. 矩阵族 $G^n(\theta, \Delta t)$ 的一致有界性与差分格式稳定的条件 (III), 吉林大学 自然科学学报, 1964年第3期, 15-29. (与周长林合作)	( 49 )
5. 关于矩阵族 $G^n(\theta, \Delta t)$ 一致有界的局部 (J) 条件, 数学学报, 第26卷 第6期, 723-730, 1983. (与马驷良合作)	( 64 )
6. A theorem for the uniform boundedness of a family of compact operators, SIAM. J. Math. Anal., Vol.16, No.6, 1306-1308, 1985.	( 72 )
7. 关于矩阵族一致有界的代数准则, 吉林大学自然科学学报, 1986年第1期, 21-36. (与马驷良合作)	( 75 )
8. The stability and convergence of computing long-time behaviour, JCM, Vol.17, No.4, 397-418, 1999. (与武海军合作)	( 91 )
9. Long-time convergence of numerical approximations for semilinear parabolic equations ( I ), Northeast. Math. J., 16(1)(2000), 99-126. (与武海军合作)	( 109 )

10. Long-time convergence of numerical approximations for semilinear Parabolic equations ( II ), Northeast. Math. J., 17(1)(2001), 75–84. (与武海军合作) ..... ( 138 )
11. Long-time convergence of fully discrete nonlinear Galerkin method — case of finite-elements, Northeast. Math. J., 16(2)(2001), 193–214. (与武海军) ..... ( 148 )
12. Long-time convergence of generalized difference method for Navier-stokes equations, Numer. Math., A Journal of Chinese Universities, English Series, Vol.10, No.2, 193–208, 2001. (与武海军合作) ..... ( 171 )
13. 发展方程长时间计算的稳定性与收敛性, 高等学校计算数学学报, 第 23 卷第 1 期, 79–86, 2001. (与武海军合作) ..... ( 187 )
14. 声测井中的声压 - 速度有限差分方法, 计算物理, 第 15 卷第 1 期, 77–82, 1998. (与董和风、王克协合作) ..... ( 195 )
15. Mixed anti-diffusion for high resolution schemes, Northeast. Math. J., 20(4)(2004), 441–456. (与张威威合作) ..... ( 202 )
16. 半线性椭圆微分方程的差分解法, 高等学校计算数学学报 (创刊号), 第 1 卷第 1 期, 1979, 62–72. ..... ( 218 )
17. 两点边值问题的广义差分法, 吉林大学自然科学学报, 1982 年第 1 期, 26–40. ..... ( 230 )
18. 二阶椭圆偏微分方程的广义差分法 ( I ) —— 三角形网情形, 高等学校计算数学学报, 第 14 卷第 2 期, 140–152, 1982. (与祝丕琦合作) ..... ( 244 )
19. 二阶椭圆偏微分方程的广义差分法 ( II ) —— 四边形网情形, 高等学校计算数学学报, 第 14 卷第 4 期, 360–375, 1982. (与祝丕琦合作) ..... ( 256 )
20. On generalized difference method for elliptic and parabolic differential equations, Proceedings of the China-France symposium on FEM., Ed. by Feng Kang and J. L. Lions, , Beijing, China, 323–360, 1982. ..... ( 273 )
21. 解一维二阶椭圆和抛物型微分方程的广义差分法, 数学年刊, 5A(3), 303–312, 1984. (与吴微合作) ..... ( 290 )

22. Generalized difference methods for a nonlinear Dirichlet problem, SIAM J. Numer. Anal., Vol.24, No.1, 77–88, 1987. .... ( 302 )
23. On a class of high-accuracy upwind schemes, Northeast. Math. J., 7(1), 11–26, 1991. (与沈继红合作) .... ( 316 )
24. 分层基法对差分方程的应用, 吉林大学自然科学学报, 1995 年第 1 期, 9–13. (与刘播、武海军、李锋合作) .... ( 334 )
25. Multi-level splitting method solving difference equations, Northeast. Math. J., 13(2)(1997), 229–246. (与李锋合作) .... ( 341 )
26. 一类与 BB 型对偶剖分相关的广义差分格式, 高等学校计算数学学报, 第 20 卷第 1 期, 56–68, 1998. (与李永海合作) .... ( 360 )
27. Generalized difference methods on arbitrary quadrilateral networks, JCM, Vol.17, No.6, 653–672, 1999. (与李永海合作) .... ( 374 )
28. A survey on generalized difference methods and their analysis, Advances in Computational Mathematics, Ed. by Zhongying Chen, Yuesheng Li, Charles A. Micchelli and Yuesheng Xu, Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics, Vol.202, Marcel Dekker, Inc., 321–337, 1998. (与陈仲英、吴微合作) .... ( 394 )
29. A note on the optimal  $L^2$ -estimate of the finite volume element method, Advances in Computational Mathematics, Vol.16, 291–303, 2002. (与陈仲英、周爱晖合作) .... ( 409 )
30. 二维非线性抛物方程广义差分法 / 有限体积法的自适应计算, 计算物理, 第 20 卷第 4 期, 298–306, 2003. (与武海军、李永海合作) .... ( 421 )
31. Error estimates for finite volume element methods for general second-order elliptic problems, Numerical Methods for Partial Differential Equations, Vol.19, No.6, 693–708, 2003. (与武海军合作) .... ( 435 )
32. 关于伽略金方法收敛阶的估计, 计算数学, 第 2 卷第 1 期, 14–23, 1980. .... ( 450 )

33. Error estimates for mixed methods in Hilbert space, Reported in Seminar of Numerical Analysis, Chairs by Douglas J., University of Chicago, July 6, 1983.  
..... ( 462 )
34. 论 Galerkin 方法的若干收敛性条件, 吉林大学自然学报, 1990 年第 1 期, 23–27. (与杨洪涛合作)  
..... ( 477 )
35. BEM for singular perturbation problems and uniform estimates of their convergence rates, Proceedings of the International Conference on “Integral Equations and Boundary Value Problems”, Ed. by Guo-chun Wen, World Scientific, 272–280, 1990. (与杨洪涛合作)  
..... ( 483 )
36. 三维椭圆奇异摄动问题的边界元法及一致最佳效率估计, 高等学校计算数学学报, 第 15 卷第 3 期, 260–267, 1993. (与杨洪涛合作)  
..... ( 491 )
37. Theory and computation of secondary bifurcations near a double eigenvalue, Numer. Math., A Journal of Chinese Universities, English Series, Vol.1, No.1, 9–22, 1992. (与吴柏生合作)  
..... ( 498 )
- 学术著作总目录 ..... ( 511 )
- 附录一 回顾与展望 ——1992 年 9 月 11 日在庆祝建系 40 周年大会上的讲话 ... ( 515 )
- 附录二 我在科学实践中遇到的几个问题 ..... ( 519 )