

材料加工理论与技术丛书

# 能量理论及其在金属塑性成形中的应用

Principle and its Application  
in Metal Forming

王振范 刘相华 著



科学出版社  
[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

材料加工理论与技术丛书

# 能量理论及其在金属塑性 成形中的应用

Energy Principle and It's Application in  
Metal Forming

王振范 刘相华 著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书系统介绍了求解塑性加工过程能量理论的基本原理和主要方法，给出了轧制、锻压、挤压、拉拔等塑性成形过程的解析实例。除绪论之外，本书内容可分为三个部分：第一部分包括塑性成形理论的力学基础与数学基础，介绍了塑性加工力学的基本概念、基本理论和基本公式，给出了塑性力学中常用的表示方法、坐标变换及变分法等基础知识。第二部分塑性成形的能量理论基础，从外力做功、内能变化等基本概念入手，分析静力许可应力场和运动许可速度场；介绍了虚功原理、虚功率原理、最大塑性功原理和变分原理等。第三部分给出了基于上述理论建立的下界法、上界法、流函数法、复变函数法、上界元法和有限元法等求解方法，以及用于求解各类型塑性加工过程的实例。

本书可供从事金属塑性成形专业的高等院校教师、科研人员、研究生阅读和参考，也可供塑性加工行业的工程技术人员学习和参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

能量理论及其在金属塑性成形中的应用 = Energy Principle and Its Application in Metal Forming / 王振范, 刘相华著. —北京: 科学出版社, 2009  
(材料加工理论与技术丛书)

ISBN 978-7-03-024776-6

I. 能… II. ①王… ②刘… III. 能量原理-应用-金属压力加工-塑性变形-研究 IV. TG3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 098042 号

责任编辑: 牛宇锋 / 责任校对: 赵桂芬

责任印制: 赵博 / 封面设计: 耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2009 年 6 月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

2009 年 6 月第一次印刷 印张: 24 插页: 2

印数: 1—2 500 字数: 469 000

定价: 80.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈双青〉)

## 前　　言

以能量理论为基础的一系列解析方法曾在金属塑性加工理论发展中起到了至关重要的作用,被称为继工程法(slab method)之后的“第二个里程碑”。能量法的出现,使各种塑性加工过程的求解精度大幅度提高,满足了20世纪60~70年代以后轧制、锻压等塑性加工行业大型化、连续化、现代化的需求,成为提高成形参数、力能参数计算精度和优化成形过程的有力工具。能量法在塑性加工理论与技术发展中功不可没。

在基于能量理论的各种解析方法出现之前,塑性加工过程的求解主要是建立在微元体力平衡方程之上的工程法。工程法虽然简单实用,但是在边界条件处理、不均匀变形处理等方面有很大的局限性,其求解精度满足不了塑性加工技术快速发展的需要。能量法的出现,像是在迷蒙求索之中打开了一扇窗户,使人们眼前一亮,看到了一条新的求解途径。我们不必再为真实解而绞尽脑汁,只要能在确定条件下为数众多的可行解中,找到一个最优解就足够了。这真是退一步海阔天空,我们不仅可以从运动许可速度场出发设法找到上界解,也可以从静力许可应力场出发设法找出下界解。各种复杂的塑性加工问题,都可以转化为基于能量原理的求极值问题。这样,高等数学成了最有效的解析工具,依据极值原理设定和获取待定参数,让我们找到了求解的钥匙。在这里,能量法给我们的一个重要启示:在追求天衣无缝的终极真理寸步难行时,退而在可行解中寻其优不失为明智之举。至少在工程科学领域,这种指导思想的变化使得很多无解问题变为有解,很多难解问题变得容易求解。

能量法生逢其时,计算机在工程领域的大面积推广应用为其插上了腾飞的翅膀。同样是基于能量理论,先后出现了上界元法、条元法、有限元法等塑性加工过程的数值解析方法,一些复杂成形问题利用能量理论转化为数量颇大的数值计算问题,这正好是扬计算机之长,克深度非线性之难。这种化繁为简、以多克难的求解思路,成就了有限元的解法体系,影响了几代学者,至今仍然是塑性加工解析的主流,而它恰恰是以能量理论为基石的。

在为能量法连连叫好的同时,我们也注意到,迄今为止,还没有一部能够把基于能量理论的各种解析方法贯穿起来的学术专著。虽然在不同作者的著作中能够零星地找到关于能量法的个别章节,甚至也有几本关于上界法和有限元等方面的专著,但是这些仅仅是能量理论在塑性加工解析中应用的一两个侧面,远远不能反映出能量法的全貌。至于发表在各类期刊和国内外学术会议上有关能量法的论

文,虽然其中不乏一些新理论、新方法及其应用的开山之作和有真知灼见的精品,毕竟只是峰之一角,看不到整个山脉。

谈及此事,两位作者一致认为应该出版一部专著,系统地反映基于能量理论各种解析方法的全貌,演绎严谨缜密的推导证明过程,揭示令人拍案叫绝的巧妙解法,展示闪烁着智慧光芒的经典求解实例,介绍能量法的最新进展。这样一部著作,将在学术上进一步确立能量法的历史地位,如作为教学用书,将形成能量法教学的新体系,为初学者提供一个攀登向上的阶梯。

这个想法很快付诸行动,撰写过程中作者始终不忘要把本书写成一部既有学术价值,又便于阅读和理解,且能够在教学、科研和工程计算中有用的著作。系统性、完整性、渐进性、可读性和创新性,成为在作者头脑中挥之不去的关键词,因而在谋划全局、排布章节、推导公式、选用图表、给出实例等各个方面,颇费了一番心血。数次推倒重来,饱尝割之不舍的惋惜和柳暗花明的畅快。多少不眠夜,一朝闻墨香。本书能与读者见面,作者在高兴之余,也有颇多感慨。

由于作者水平所限,书中难免有不足之处,恳请各位读者不吝批评指正。希望本书能够为塑性加工领域的同行从事生产分析、设计、研究、教学时提供参考,对实现塑性加工的节能减排和过程优化有所助益。

作 者

2009 年春节于沈阳

# 目 录

前言	
第 0 章 绪论	1
0.1 金属塑性成形在国民经济中的作用	1
0.2 金属塑性成形过程解析的进展	2
0.3 本书的内容与结构	4
参考文献	5
第 1 章 塑性成形的力学基础	7
1.1 塑性力学的基础知识	7
1.2 塑性变形的基本方程	20
1.3 塑性成形的基本条件	26
1.4 各种金属成形的主应力与主应变状态	32
参考文献	36
第 2 章 塑性成形理论的数学基础	37
2.1 塑性成形理论的数学基础概要	37
2.2 求和约定与基础数学公式的表示	38
2.3 矢量、矩阵与张量	39
2.4 标量场和矢量场	41
2.5 正交曲线坐标及张量表示	44
2.6 坐标系及张量变换	48
2.7 求和约定及场的表示	52
2.8 泛函的数值最小化	55
参考文献	59
第 3 章 塑性成形的能量理论基础	60
3.1 能量理论的热力学基础	60
3.2 静力许可应力场和运动许可速度场	62
3.3 虚功(虚功率)原理	63
3.4 最小势能原理	65
3.5 最大塑性功原理	66
3.6 刚塑性变分原理	67
3.7 极限平衡理论	69

3.8 能量理论的钟罩空间 .....	73
3.9 材料变形过程的热平衡 .....	79
参考文献 .....	80
<b>第 4 章 能量理论的下界法解析 .....</b>	<b>81</b>
4.1 下界法解析的概念 .....	81
4.2 中间带裂纹的矩形板拉伸载荷的下界法解析 .....	82
4.3 光滑冲头压缩半无限体的下界法解析 .....	82
4.4 平锤头平面变形压缩的下界法解析 .....	84
4.5 平面变形的挤压与拉拔的下界法解析 .....	86
4.6 轴对称变形的挤压与拉拔的下界法解析 .....	87
参考文献 .....	89
<b>第 5 章 能量理论的上界法解析 .....</b>	<b>90</b>
5.1 上界法的概念 .....	90
5.2 采用三角形速度场上界法解析 .....	93
5.3 采用连续速度场上界法解析 .....	112
5.4 非对称轧制的上界法解析 .....	132
5.5 非对称复合轧制的上界法解析 .....	135
5.6 上界法解析轧制过程材料内部缺陷的闭锁 .....	141
5.7 环件轧制的上界法解析 .....	149
5.8 复杂断面型材挤压与拉拔泛用型速度场的上界法解析 .....	153
5.9 方形, 矩形, 六角型材挤压与拉拔的上界法解析 .....	161
5.10 L, T, H 型材的挤压与拉拔成形的上界法解析 .....	165
5.11 翅片棒, 外翅片管和内翅片管的挤压拉拔的上界法解析 .....	170
5.12 偏心管的挤压与拉拔成形的上界法解析 .....	175
5.13 多芯包覆材的挤压与拉拔成形的上界法解析 .....	177
参考文献 .....	181
<b>第 6 章 能量理论的流函数法解析 .....</b>	<b>183</b>
6.1 流函数的基本概念 .....	183
6.2 流函数速度场 .....	185
6.3 平面变形问题的流函数法解析 .....	191
6.4 轴对称变形的流函数法解析 .....	201
6.5 三维变形流函数法解析 .....	209
6.6 快锻问题的流函数法解析 .....	232
6.7 泛用型流函数速度场解析 .....	240
6.8 流函数的其他解法 .....	242

参考文献.....	251
<b>第 7 章 能量理论的复变函数法解析.....</b>	<b>252</b>
7.1 复势 .....	252
7.2 保角映射 .....	257
7.3 保角映射法解析 .....	263
7.4 复变函数法解析的应用 .....	269
参考文献.....	278
<b>第 8 章 能量理论的上界元法解析.....</b>	<b>279</b>
8.1 上界元法解析的基础理论 .....	279
8.2 矩形单元的上界元法解析 .....	287
8.3 混合单元的上界元法解析 .....	292
8.4 轴对称复杂断面半封闭锻造的上界元法解析 .....	295
8.5 非轴对称齿形件锻造的上界元法解析 .....	303
8.6 复杂锻造单位压力分布的上界元法解析 .....	309
参考文献.....	312
<b>第 9 章 能量理论的刚塑性有限元解析.....</b>	<b>313</b>
9.1 刚塑性有限元的基本理论 .....	313
9.2 利用有限元解计算轧制过程参数的方法 .....	327
9.3 平板轧制过程的有限元计算结果 .....	334
9.4 板坯立轧过程的有限元解析 .....	340
9.5 轧制过程有限元分析展望 .....	345
参考文献.....	346
<b>附录 三维流函数法解析平辊轧制棒材的 Fortran 计算程序 .....</b>	<b>347</b>

# 第 0 章 絮 论

## 0.1 金属塑性成形在国民经济中的作用

材料、能源和信息是当代社会发展的三大要素,其中以钢铁为典型代表的金属材料支撑着人类文明和社会进步已经有 2000 多年,在可以预见的将来,钢铁、铝、镁、铜等金属材料仍然是人类生产、生活中不可或缺的重要材料。正是由于我国有了 5 亿多吨的钢年产量和居于世界首位的铝、镁年产量,才使得我国国民经济有了连续数年的两位数高速增长。环顾我们周围林立的楼房场馆、日益加速的公路铁路、播种与收获希望的农业机械、遍及全国的电站电网,可以说我们的衣、食、住、行各个方面,都离不开金属材料,离不开本书要展示给大家的金属塑性成形。这是因为只有经过成形的金属才能使用。成形不仅赋予人们所希望的金属形状尺寸,也使金属具有良好的组织与性能。

另一方面,金属材料成形往往需要巨大的成形力、较高的成形温度、较快的成形速度,这就决定了金属成形是一个高能耗、高物耗、高污染的行业。在可持续发展战略、环境保护观念和节能减排目标日益深入人心的新形势下,以低消耗、低成本、环境友好的方式实现金属材料的高质量成形,成为材料成形工作者的努力方向和历史责任。

例如,钢铁轧制是一种最典型的大批量材料成形方式,连铸—热轧—冷轧是当代钢铁材料生产的主流程,几乎所有钢材(铸件和少数大锻件除外)都要经历热轧成形,成形温度一般均高于 800℃,成形力高达数万千牛,成形速度可达数十米每秒,往往还要伴随着氧化、水冷、噪声、振动等恶劣的操作环境,在为数众多的影响因素中,选定优化目标、确定优化参数是一项难度较大的任务;而轧制过程连续化、大批量的特点决定了在轧制过程优化中一旦取得了一点突破,产生的效益和影响是十分巨大的,如一套热连轧机组的成材率提高 0.1%,就会产生数亿元的年经济效益。

钢材和铝材等的锻造,铝、铜、钛材的挤压和拉拔,板料的冲压成形等,也是常用的金属塑性成形方式,也都需要优化成形参数,使成形过程更加节能减排、降低生产成本,增强市场竞争能力,得以可持续发展。

基于上述考虑,本书总结了前人和作者的经验,试图为材料成形工作者提供一些基于能量理论的解析方法,以便读者加深对轧制、锻造、挤压、拉拔等塑性成形本

质的认识,具备理解、设计、选择、优化成形参数的能力,以达到优化成形过程的目的。掌握本书中所介绍的方法,对金属材料成形行业(如轧钢厂、锻造厂、挤压厂等)主体工艺设备的新建或改造都会有所助益,为生产实践提供相关的理论指导。

## 0.2 金属塑性成形过程解析的进展

金属材料成形已有数百年的历史,西方在15世纪达·芬奇时代就已出现轧机的雏形。我国在3000多年前的周朝初年,青铜器的加工技艺就已经相当发达。但是古代的金属成形是作为一门手工艺师徒传承的。直至19世纪末到20世纪初,才逐步成长为一门科学。

自从近代工业出现以来,蒸汽机、内燃机和电动机等相继在轧机和锻压机械中应用,对材料成形参数计算提出了需求,客观上起到了促进成形解析理论发展的作用。自1865年崔司卡(Treska)首次提出屈服准则以来,经20世纪初莫尔(Mohr)对应力圆的研究,列维-米塞斯(Levy-Mises)对屈服条件的研究,汉基(Hencky)等对滑移线场的研究等开拓性的工作,为人们加深对塑性成形过程的认识奠定了基础<sup>[1]</sup>。

20世纪50年代以前,材料成形的主要进展在欧美国家。20年代,卡尔曼方程(Karman equation)的出现为轧制过程的分析奠定了第一个里程碑<sup>[2]</sup>。以此为基础出现的所谓工程法(或称切片法,slab method)在半个多世纪中成为塑性成形分析的主流方法,至今仍在广泛使用。卡尔曼方程和稍后一些出现的奥罗万方程(Orowan equation)<sup>[3]</sup>及其附加了不同假设条件得到的各种各样解法,如卡尔曼方程的普兰特(Prandtl)解、翁克索夫(Чиксов)解、采利柯夫(Целиков)解等,基于奥罗万方程推导得到的西姆斯(Sims)公式<sup>[4]</sup>等。

20世纪60年代以后,日本经济得到飞速发展,其钢铁工业在引进西方原型技术的基础上,大力开展工艺、设备的技术革新与创新,后来居上,以HC轧机、PC轧机为代表的轧制新技术,引领了一个时代的钢铁生产技术进步。至今金属塑性成形的一些世界纪录,仍由日本人所保持。同时日本塑性加工的研究也相应快速发展,出现了工藤英明<sup>[5]</sup>等代表人物。志田茂<sup>[6]</sup>对变形抗力的研究,户泽康寿等<sup>[7]</sup>对三维轧制理论的研究,木内学<sup>[8]</sup>等对上界法、上界元法<sup>[9]</sup>的研究,山田嘉昭<sup>[10]</sup>对弹塑性有限元的开创性研究,加藤和典<sup>[11]</sup>用能量法解析三维轧制过程的研究,小林史郎<sup>[12]</sup>、小坂田宏造<sup>[13]</sup>、森谦一郎<sup>[14]</sup>对刚塑性有限元的研究等,都在塑性加工理论发展史上留下了浓墨重彩的篇章。

进入21世纪,世界钢铁生产的重心无可争议地转移到中国。2008年我国钢产量达到5.01亿吨,比位居第二到第八的日本、美国、俄罗斯、意大利、韩国、德国、乌克兰总和还要多,高于1967年全世界的钢产量(4.93亿吨)。相应地,中国塑性

加工学者在国际讲坛上的形象和声音越来越强，在国际刊物上的文章越来越多。“生产实践是理论发展的催生婆”，中国学者理应当仁不让地担负起引领国际塑性加工理论发展的重任。

回顾我国塑性加工理论研究的发展历史，其 50 多年的发展道路充满了艰辛和坎坷。1949 年建国初期，我国的工业基础相当薄弱，塑性加工研究的很多工作几乎是从零开始，经过近 20 年的发展初具规模之后，又受到 10 年动乱的干扰破坏。自 1978 年改革开放以后，才逐步进入正常、快速的发展轨道。从历史上看，按照改革开放前政府对行业的划分，我国早年在金属材料成形方面研究工作可以分为冶金类和机械类两种类型，这种分类至今仍然对我国塑性加工的学科布局有着重要影响。

冶金类中最具影响力的研究单位有东北大学（原东北工学院）、北京科技大学（原北京钢铁学院）、钢铁研究总院等。中国科学院金属研究所的张作梅先生（后调入长春光学机械研究所），是早年塑性加工界唯一的中国科学院学部委员，他领导的课题组在材料变形抗力研究方面做了一些在中国具有开创意义的工作。刘叔仪<sup>[15]</sup>早在 1954 年就研究了固体现实应力空间，十分形象地描述了固体可能存在应力状态及其相应的物理状态，即弹性、塑性及断裂等。在东北大学，有马龙翔、崔建忠<sup>[16]</sup>关于超塑性的研究，白光润<sup>[17]</sup>关于型钢轧制理论及孔型设计的研究，朱泉等<sup>[18,19]</sup>关于异步轧制的研究，张强<sup>[20,21]</sup>关于塑性加工物理场和合金钢轧制的研究，王廷溥等<sup>[22,23]</sup>关于不对称轧制和双辊铸轧薄带钢的研究，赵志业、陈家民<sup>[24,25]</sup>关于塑性加工力学公式的研究，王振范<sup>[26,27]</sup>关于流函数法解析、上界法及其应用的研究，温景林等<sup>[28]</sup>对液态金属连续铸挤的研究，王国栋<sup>[29]</sup>对板形理论和板形控制的研究，赵德文<sup>[30]</sup>利用积分方法对各种塑性加工过程解析解的系列研究，刘相华<sup>[31]</sup>关于刚塑性有限元及其在轧制中应用的研究和轧制过程数学模型的研究<sup>[32]</sup>等；在北京科技大学，有卢于述、李连诗等<sup>[33,34]</sup>对钢管成形的研究，贺毓辛等<sup>[35]</sup>对轧制理论的研究，王先进<sup>[36]</sup>、康永林<sup>[37]</sup>等对汽车板的研究，钟廷珍<sup>[38]</sup>对短应力线轧机的研究，韩静涛等<sup>[39]</sup>对大锻件内部裂纹愈合的研究等；在钢铁研究总院，有张树堂等<sup>[40]</sup>对 HC 轧机的研究，孙本荣等<sup>[41]</sup>对钢轨轧制的研究，张树堂等<sup>[42]</sup>对钢材深加工的研究等。这些研究工作具有理论扎实、密切联系实际的特点，为后续的研究工作奠定了坚实的基础。

机械类的塑性加工行业中，有清华大学、哈尔滨工业大学、上海交通大学、燕山大学、北京机电研究院等单位。在清华大学，有王祖堂等<sup>[43,44]</sup>对挤压理论与技术的研究，曹起壤等<sup>[45]</sup>对密栅云纹和光塑性的研究，曾攀、俞新陆<sup>[46]</sup>对疲劳损伤力学的研究等；哈尔滨工业大学有王仲仁等对最小阻力定律<sup>[47]</sup>和球壳成形的研究<sup>[48]</sup>，霍文灿等<sup>[49]</sup>对液态模锻技术的研究，李硕本等<sup>[50]</sup>对冲压成形的研究等；在上海交通大学，有阮雪喻等<sup>[51]</sup>对模具技术的研究等；在华中科技大学有黄树槐等<sup>[52]</sup>对快速成形的研究；在燕山大学（原东北重型机械学院）有连家创等<sup>[53]</sup>对板

形的研究,赖明道<sup>[54]</sup>对钢管成形过程的研究,刘宏民<sup>[55]</sup>对三维轧制理论和条元法的研究,刘才、杜凤山等<sup>[56]</sup>对弹塑性有限元的研究,申光宪、肖宏<sup>[57]</sup>关于边界元求解轧制过程的研究等;西北工业大学杨合<sup>[58]</sup>等对辗轧成形的研究等;北京科技大学胡正寰等<sup>[59]</sup>对零件轧制的研究;吉林大学(原吉林工业大学)傅沛福等<sup>[60]</sup>对辊锻成形的研究,李明哲等<sup>[61]</sup>对多点成形的研究等,任广升等<sup>[62]</sup>对楔横轧的研究等;在中国科学院金属所,早年有徐有容等<sup>[63]</sup>对材料变形抗力的研究,齐瑞昌等<sup>[64]</sup>对高压容器的研究,近年有王仪康、杨柯等<sup>[65]</sup>对管线钢的研究,张士宏等<sup>[66]</sup>对管材成形技术的研究;北京机电研究院有海锦涛<sup>[67]</sup>关于超塑成形的研究;北京有色金属研究总院谢水生等<sup>[68]</sup>等关于静压成形和半固态成形的研究<sup>[69]</sup>等。近年来我国塑性加工理论方面比较重要的进展有西安交通大学俞茂宏教授关于双剪强度理论的研究,有兴趣的读者可参见文献[70]。

### 0.3 本书的内容与结构

考虑到知识的系统性、阅读的渐进性和各部分内容之间的逻辑关系,全书共有九章,可分为三个部分:

第一部分有两章,分别是塑性成形理论的力学基础(第1章)与数学基础(第2章)。这两章系统地介绍了塑性加工力学的基本概念、基本理论和基本公式,给出了塑性力学中常用的表示方法,如求和约定、力的矢量表示法、应力的张量表示法、坐标变换及变分法的基础知识等。

第二部分有一章,介绍了塑性成形的能量理论基础(第3章),从外力做功、内能变化等基本概念入手,分析静力许可应力场和运动许可速度场,介绍了虚功原理、虚功率原理、最大塑性功原理和变分原理等基本原理,还对钟罩应力空间作了较为详细的介绍。

第三部分有六章,分别给出了基于上述理论建立的下界法(第4章)、上界法(第5章)、流函数法(第6章)、复变函数法(第7章)、上界元法(第8章)和刚塑性有限元法(第9章)等求解方法,并用于求解各类塑性加工过程的实例,包括平面变形问题、轴对称问题、三维变形问题等各类复杂的问题,涉及锻压、挤压、拉拔、轧制等多种实际塑性加工过程。这一部分中给出了大量的计算图表和数据,对指导现场生产具有很好的参考价值。作者对流函数法解析确立了泛用解析方式,对基于能量法的理论研究,做出了系统性的总结。为了方便读者学习理解和练习使用,本书还在附录中给出了一个流函数法解析计算程序。

作者希望通过本书为读者介绍用于塑性加工的能量法的结构体系和最新进展,使能量法这一既古老又年轻的解析方法能够在循环经济、节能减排、可持续发展的新形势下,为塑性加工行业的发展作出新的贡献。

## 参 考 文 献

- [1] Rowe G W . Principles of Industrial Metalworking Processes. London: Edward Arnold (Publishers) Ltd, 1977.
- [2] von Karman T. Beitragzur Theorie des Walzvorgangs. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, 1925, 5: 139~141.
- [3] Orowan E. The calculation of roll pressure in hot and cold flat rolling. Proceedings of the Interatinal Mechanics Engineering, 1943, 150: 140~167.
- [4] 赵志业. 金属塑性变形与轧制理论. 北京:冶金工业出版社, 1980.
- [5] 工藤英明. 金属塑性加工の力学. 东京:コルナ社, 1987.
- [6] 志田茂. 炭素鋼の熱変形抗力. 塑性と加工, 1971, 12: 41~51.
- [7] 戸泽康寿, 中村雅男, 石川孝司. 三次元解析の方法と計算例. 塑性と加工, 1976, 17(180): 37~44.
- [8] 木内学. 素材加工の数值变形解析・理论と实践(第4回). 东京:东京大学生产技术研究所, 胜美印刷株式会社, 1992.
- [9] 木内学. 塑性加工学会赏受赏纪念ロールフォーミング加工论文集. 东京:东京大学生产技术研究所, 1988.
- [10] 山田嘉昭. 塑性力学. 东京:日刊工业出版社, 1965.
- [11] 加藤和典. 塑性加工の解析法//日本塑性加工学会. 最新塑性加工要览, 1986.
- [12] 小林史郎ら. マトリッス法による刚一塑性体変形の解析. 塑性と加工, 1973, 14(153): 770~779.
- [13] 小坂田宏造. 壓延における3次元変形の数值解析. 塑性と加工, 1983, 24(273): 1007~1013.
- [14] 森謙一郎. 3次元压延の刚塑性有限要素法による解析. 塑性と加工, 1983, 24(273): 1022~1027.
- [15] 刘叔仪. 关于固体的现实应力空间. 物理学报, 1954, 10(1): 13~34.
- [16] 崔建忠, 马龙翔. 超塑变形的特征参数. 金属学报(B), 1988, 24(1): 22~26.
- [17] 白光润. 孔型设计. 沈阳:东北工学院出版社, 1992.
- [18] 朱泉. 异步轧制实验研究. 钢铁, 1980, 15(6): 1~6.
- [19] 于九明, 贾广凤, 朱泉. 异步轧制极薄带材的变形特点及“弹性塞”原理. 东北工学院学报, 1982, 32(3): 17~27.
- [20] 张强. 塑性加工变形物理场. 沈阳:东北工学院出版社, 1990.
- [21] 张强. 合金钢轧制. 沈阳:东北工学院出版社, 1993.
- [22] 王廷溥. 异径辊轧制薄板时极限压下量理论计算公式. 钢铁, 1981, 16(6): 31~35.
- [23] 王廷溥, 王成山. 连续铸轧 M2 高速钢带组织与性能. 轧钢, 1989, 4: 30~32.
- [24] 赵志业. 金属塑性加工力学. 北京:冶金工业出版社, 1987.
- [25] 陈家民. 塑性成形力学. 沈阳:东北大学出版社, 2006.
- [26] 王振范. 上界法及其在塑性加工的应用. 沈阳:东北工学院出版社, 1991.
- [27] 王振范. 三维流函数法解析在塑性加工中的应用. 哈尔滨工业大学学报, 2005, 32(5): 93~96.
- [28] 温景林, 吴庆龄, 李体彬等. 铝材连续铸挤工艺的研究. 东北工学院学报, 1992, 13(5): 435~440.
- [29] 王国栋. 板形理论和板形控制. 北京:冶金工业出版社, 1986.
- [30] 赵德文. 材料成形力学. 沈阳:东北大学出版社, 2006.
- [31] 刘相华. 刚塑性有限元及其在轧制中的应用. 北京:冶金工业出版社, 1994.
- [32] 刘相华, 胡贤磊, 杜林秀等. 轧制参数计算模型及其应用. 北京:化学工业出版社, 2007.
- [33] 卢于述, 王先进. 二辊斜轧穿孔时圆坯断面的变形分布和发展. 金属学报, 1980, 16(4): 470~478.
- [34] 李连诗. 两辊斜轧穿孔机作用力和力矩计算. 钢铁, 1981, 16(9): 40~43.
- [35] 贺毓辛, 茹铮, 赵以相等. 轧制理论的进展及轧制过程力学模型. 钢铁, 1982, 17(5): 68~74.
- [36] 王先进. 超深冲无间隙原子钢的进展. 钢铁, 1990, 25(6): 61~65.

- [37] 康永林. 汽车用冷轧宽带钢的进展和发展对策. 宝钢技术, 1992, 4: 1~5.
- [38] 钟廷珍. 短应力线轧机提高线材尺寸精度的分析. 钢铁, 1989, 24(10): 22~26.
- [39] 韩静涛, 赵钢, 曹起襄. 20MnMo钢内裂纹修复现象的发现及其金属组织的变化. 金属学报, 1996, 32(7): 723~728.
- [40] 张树堂, 杜梅英, 杨启瑞等. 新型六辊冷轧机的设备和工艺特性. 钢铁, 1987, 22(7): 23~26.
- [41] 孙本荣, 曾秀珍, 朱晔等. 高性能碳素钢轨热轧及轧后在线冷却工艺研究. 钢铁, 1989, 24(9): 33~37.
- [42] 张树堂, 周积智. 钢材深度加工的新理念及其应用. 钢铁, 2006, 41(4): 1~4.
- [43] 王祖唐. 复合挤压理论解的分析. 模具技术, 1983, 6: 21~27.
- [44] 谢水生, 金其坚, 王祖唐. 静液挤压问题应用滑移线法、上限法、主应力法、变分法及弹塑性有限元法计算的比较. 稀有金属, 1987, 5: 347~359.
- [45] 曹起襄, 张新宇, 叶绍英等. 用云纹法测定塑性变形体接触表面的应力分布. 机械强度, 1983, 4: 51~59.
- [46] 曾攀, 俞新陆. 概率疲劳损伤力学的四参数 Lognormal 模型. 航空学报, 1991, 12(1): 69~74.
- [47] 王仲仁. 论塑性加工中应力应变顺序对应规律. 锻压技术, 1979, 5: 19~29.
- [48] 王仲仁, 苑世剑, 曾元松等. 无模胀球的原理与研究进展. 机械工程学报, 1999, 35(4): 64~66.
- [49] 霍文灿, 何绍元, 罗守靖. 钢质液态模锻. 锻压技术, 1982, 1: 13~17.
- [50] 李硕本, 康达昌, 杨玉英. 各种冲压变形的分析与分类. 哈尔滨工业大学学报, 1979, 3: 59~69.
- [51] 阮雪榆, 赵震. 模具的数字化制造技术. 中国机械工程, 2002, 22: 1891~1893.
- [52] 黄树槐, 张祥林, 马黎等. 快速原型制造技术的进展. 中国机械工程, 1997, 5: 8~12.
- [53] 连家创, 王益群, 段振勇等. 板厚板形综合调节新途径的研究. 燕山大学学报, 1988, 3: 1~7.
- [54] 赖明道. 直缝焊管成型机组力能参数的研究. 燕山大学学报, 1982, 3: 13~23.
- [55] 刘宏民. 三维轧制理论及其应用. 北京: 科学出版社, 1999.
- [56] 杜凤山, 刘才, 连家创. 三维弹塑性有限元法模拟薄带轧制过程. 东北重型机械学院学报, 1991, 2: 100~106.
- [57] 申光宪, 肖宏. 物体边界层域内位移及应力的边界元法新公式. 固体力学学报, 1989, 3: 279~284.
- [58] 杨合. 锥辊异面冷辗轧成形的几何模型. 应用科学学报, 1995, 4: 379~386.
- [59] 胡正寰, 刘晋平. 零件轧制技术的现状与展望. 航空制造技术, 2004, 3: 49~51.
- [60] 傅沛福, 刘福军, 张宏等. 计算机在模锻制坯型腔设计中的应用. 吉林工业大学学报, 1990, 4: 20~24.
- [61] 李明哲, 蔡中义, 崔相吉. 多点成形——金属板材柔性成形的新技术. 金属成形工艺, 2002, 6: 5~9.
- [62] 任广升, 白志斌, 孙智刚等. 多楔同步楔横轧模具设计. 锻压技术, 1992, 2: 50~54.
- [63] 徐有容, 侯大华等. 16Mn钢热变形流变应力模型及晶粒大小. 钢铁, 1993, 11: 40~44.
- [64] 齐瑞昌, 陈亮山, 邹连明. 低合金超高强度钢高压容器的研究. 空间科学学报, 1982, (3): 10~13.
- [65] 王仪康, 潘家华, 杨柯等. 高性能输送管线钢. 焊管, 2007, 30(1): 11~16.
- [66] 张士宏, 吴江, 方蔓萝. 不锈钢薄壁管滚珠旋压模拟及缺陷分析. 航天制造技术, 2008, 1: 4~9.
- [67] 海锦涛. 超塑性在压力加工中的应用. 锻压技术, 1980, 2: 22~26.
- [68] 谢水生, 沈健, 石力开. 连续铸造半固态圆柱坯过程的数值模拟. 金属学报, 1999, 35(2): 163~166.
- [69] 谢水生, 金其坚, 王祖唐. 静液挤压问题应用滑移线法、上限法、主应力法、变分法及弹塑性有限元法计算的比较. 稀有金属, 1987, 5: 347~359.
- [70] Yu M H. Unified Strength Theory and its Application. Berlin: Springer Press, 2004.

# 第1章 塑性成形的力学基础

## 1.1 塑性力学的基础知识

### 1.1.1 点的应力状态与变形状态

#### 1. 点的应力状态

点的应力状态是指变形体内,一点附近的受力情况。直角坐标系的应力状态是以六面体应力来表示,如图 1.1 所示,即在变形体内一点附近取一六面体,每个面上作用有与坐标轴方向一致的三个应力:( $\sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{xz}$ ), ( $\sigma_y, \tau_{yx}, \tau_{yz}$ ), ( $\sigma_z, \tau_{zx}, \tau_{zy}$ )。由于这个六面体的应力状态实际上表示的是个点,所以相对面上的应力则是大小相等方向相反。这样,就可以用九个应力分量来表示。又因剪应力互等,即  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ,  $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ ,  $\tau_{zx} = \tau_{xz}$ , 则九个应力分量中只有六个是独立的,即  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ 。

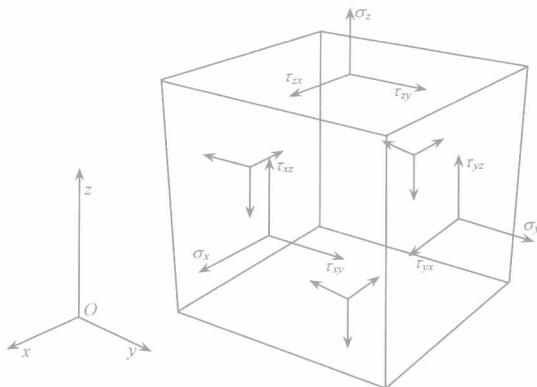


图 1.1 点的应力状态

应力名称及正负的规定:  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  为正应力也称法线应力,与作用面法线方向一致的为正,相反的为负;  $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$  为剪应力或称切应力,剪应力成对互等,与坐标轴方向一致的为正,相反的为负。

## 2. 斜面应力

如果在单元六面体上截取任意一个斜面  $abc$ , 该斜面与六面体的三个面组成一个四面体  $abcO$ , 则四面体斜面上的应力称斜面应力。

如图 1.2 所示, 四面体与斜面上应力:  $N$  为斜面的法线,  $S$  为斜面的全应力,  $S_x, S_y, S_z$  分别为全应力在三个坐标轴方向上的分量,  $\sigma_n$  为全应力在斜面法线上的投影, 称斜面的法线应力,  $\tau_n$  为斜面的切应力。四面体另三个面上的应力与原六面体上的应力相同。

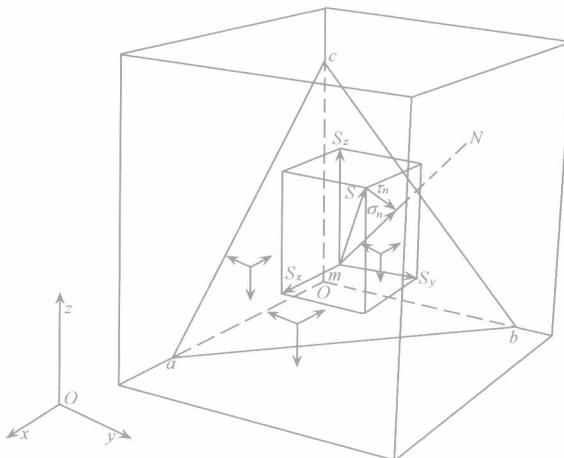


图 1.2 斜面上的应力

斜面应力与六面体应力间的关系: 若斜面的面积为  $\Delta F$ , 其余三个面的面积分别为  $\Delta F_x, \Delta F_y, \Delta F_z$ 。根据四面体上力的平衡关系  $\sum P_x = 0, \sum P_y = 0, \sum P_z = 0$ , 得斜面应力与六面体应力的关系如下:

$$\left. \begin{aligned} S_x \Delta F - \sigma_x \Delta F_x - \tau_{yx} \Delta F_y - \tau_{zx} \Delta F_z &= 0 \\ S \Delta F - \tau_{xy} \Delta F_x - \sigma_y \Delta F_y - \tau_{zy} \Delta F_z &= 0 \\ S_z \Delta F - \tau_{xz} \Delta F_x - \tau_{yz} \Delta F_y - \sigma_z \Delta F_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

假定斜面法线与  $x, y, z$  轴的夹角分别为  $\alpha, \beta, \gamma$ , 则斜面与六面体面积间的关系为  $\Delta F_x = \Delta F \cos \alpha, \Delta F_y = \Delta F \cos \beta, \Delta F_z = \Delta F \cos \gamma$ 。令斜面法线的方向数分别为  $l = \cos \alpha, m = \cos \beta, n = \cos \gamma$ , 则式(1.1)可写为

$$\left. \begin{aligned} S_x &= \sigma_x l + \tau_{yx} m + \tau_{zx} n \\ S_y &= \tau_{xy} l + \sigma_y m + \tau_{zy} n \\ S_z &= \tau_{xz} l + \tau_{yz} m + \sigma_z n \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

或写成下式:

$$\begin{bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

由几何关系导出斜面上的全应力  $S$ 、法线应力  $\sigma_n$ 、剪切应力  $\tau_n$  间的关系为

$$\left. \begin{aligned} S^2 &= S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 \\ \sigma_n &= S_x l + S_y m + S_z n \\ \tau_n &= \sqrt{S^2 - \sigma_n^2} \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

### 3. 点的变形状态

**概念：**物体受力后，内部质点的位置会发生改变，把这种质点位置的变化称为位移，简单地讲就是位置的移动。如果改变了任意两点间的相对位置，则认为该物体已经发生了变形，或有应变发生。图 1.3 所示为点的变形状态示意图。

点的变形状态表示方法：图 1.4 所

示为微元体素发生变形的分解示意图。对于一点附近的无限小的六面体，变形后各棱边长度和夹角都会发生变化，把棱边长度的变化称为线应变，在塑性力学中亦称线变形，以  $\epsilon_x$ 、 $\epsilon_y$ 、 $\epsilon_z$  来表示。规定棱边伸长的变形为正，缩短的变形为负。各棱边夹角的变化称为角应变或称剪切变形，以夹角变化来表示的剪切变形称为工程角变形，以  $\gamma_{xy}$ 、 $\gamma_{yx}$ 、 $\gamma_{yz}$ 、 $\gamma_{zy}$ 、 $\gamma_{xz}$ 、 $\gamma_{zx}$  来表示，规定角度变大为正，变小为负。

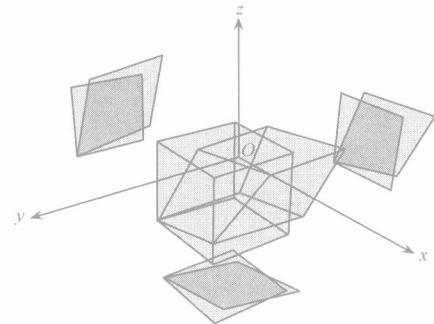


图 1.3 点的变形状态示意图

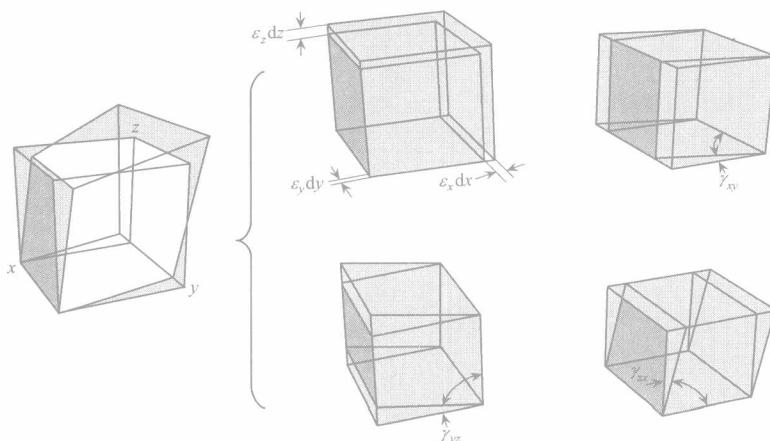


图 1.4 一点附近体素变形的分解示意图(彩图见文后)