全国高等教育自学考试辅导用书

# 高等数学学习与考试指导

（工专自考）

毕志伟　刘少平／编

科学出版社
www.sciencep.com

全国高等教育自学考试辅导用书

# 高等数学学习与考试指导

（工专自考）

毕志伟　刘少平　编

科学出版社

北　京

## 内 容 简 介

本书是为参加自学考试专科各专业(包括理工管理类)的考生准备的高等数学课程(课程编号 0022)学习辅导和考试指导书. 本书充分考虑到考生的实际需求,从内容学习、考试题型、解题方法、习题解答和真卷分析等全过程给出了详尽的辅导. 尤其注重帮助学生透彻理解概念,分析常见题型,归纳解题策略,整理解题方法和积累解题技巧. 在编写体例上,本书主张学用结合,边练边学,不断进步. 通过对基本知识和基本题型的反复锤炼,为通过考试和后续的学习打下扎实的基础.

拥有本书相当于请回了一位家庭教师,仔细地、认真地与它交流,按照其要求阅读和练习,在教师的示范和点拨下,攻克一道道关卡,最终一定会到达成功的彼岸.

**图书在版编目(CIP)数据**

高等数学学习与考试指导(工专自考)/毕志伟,刘少平编. —北京:科学出版社,2008
(全国高等教育自学考试辅导用书)
ISBN 978-7-03-021248-1

Ⅰ.高… Ⅱ.①毕… ②刘… Ⅲ.高等数学-高等教育-自学考试-自学参考资料 Ⅳ.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 028347 号

责任编辑:姚莉丽 李晓鹏 / 责任校对:李奕萱
责任印制:张克忠 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码:100717
http://www.sciencep.com
铁成印刷厂 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2008 年 6 月第 一 版 开本:B5(720×1000)
2008 年 6 月第一次印刷 印张:13 1/2
印数:1—4 000 字数:253 000

**定价:23.00 元**

# 前　　言

本书是高等教育自学考试学习与考试指导用书.可以结合教材(吴纪桃,漆毅等,高等数学(工专),北京大学出版社,2006年8月)配套使用.

## 为何编写此书

21世纪之初,应教育部高等教育自学考试指导委员会办公室之邀,本书主编先后两次参加了自学考试高等数学新考试大纲的制定和审查工作,设计了高等数学(工专)考试的样卷.新的自学考试大纲是依据简明、实用、够用的指导原则制定出来的.依据新的考试大纲,考试内容有了较大的变化,工专要求的是一元微积分和基本的线性代数,考题数目减少到25题,难度有所调整.

目前自学考生的学习方式有两种:一种是在某个自学助学班听课学习;另一种是自己看书学习.当然也可能是两种方式结合起来.如果在学习过程中,能够遇到一位经验丰富、认真负责、对自考有深入研究的任课教师,那当然是取得成功的重要保障.否则,便应当考虑选择一本合适的课程学习辅导书,一本专门针对自学和自考特点设计的、既能解决平时学习的问题又可担当考前复习资料和应试指导的参考书.

正是为了满足自考学生的这一需求,我们依据新考试大纲的精神和要求,结合多年自学考试教学与辅导工作的经验,参照历年的自考试题和指定的课程教材,在比较了多种辅导类书籍写作方案的优点和缺点之后,编写了这本学习和考试指导书.

## 本书编写特点

本书分为指导部分和附录部分.指导部分共有6章,每章有两个部分:①大纲要求与学习指导;②题型归类与应试指导.附录有两个:附录1为指定教材习题解答;附录2为0022真卷及其解答.

大纲要求与学习指导部分.我们依据考试大纲的要求,对考试中重点涉及的一些概念和结论做出了适当的解释,以期加强考生对内容的理解.对常见题型的求解策略和方法做出了归纳,以便提高解题的效率.

题型归类与应试指导部分.这是本书的主要部分,我们以微格化教学思想为指导,以大量的历届自考试题为样本,归纳出常见的、典型的考试题型.根据题型在考试中出现的频率,依次给出重点、常考和不常考三种标识.围绕这些题型,既指明统

一的应对策略，也注重该类题的解法细节，并且按照边干边学的科学学习原则给出数量适当、难度适中的同类题型的训练题.

考虑到自考办指定的教材是学生手中拥有的主要学习材料，上面的例题和习题与命题往往有较强的关联，应当予以足够的重视. 同时，也是为了方便对教材内容的学习，我们对习题给出了详细的解答和指导.

依据新大纲命题的试卷是在 2007 年 4 月才开始的，我们收集了最新的三套试卷并作了解答. 对于之后的试卷及解答，本书读者将可以在科学出版社网页上的“下载区”下载.

**如何使用本书**

拥有一本书但不去读它，这本书的效用便完全不能实现，读了一本书但读书的方法不恰当，这本书的效用也不能完全实现.

首先，可以结合教材和所学进度，较快地浏览“大纲要求与学习指导”，理解提到的基本概念和结论，记住公式和方法. 之后，按照学练结合的方式开始学习“题型归类与应试指导”中的题型：在看懂例题的基础上，立刻动手做该题型的巩固练习，如不会则再看例题，直到自己会做为止. 一个题型拿下之后，再进入下一个题型，如此等等.

只看高手投篮是不可能提高自己的投篮命中率的. 不少同学一遇到麻烦便去查解答，而不是去研究相应的例题，这实在是学习数学的大忌. 我们要求读者一定要完成这些同步练习题. 其实，你可以将这些练习作为对自己的挑战，作为测试自己这一小单元是否过关的标志. 能力和自信就是这样练就的.

尽管本书对教材习题和几套试卷提供了详尽的解答，但那是为你在完成了这些习题和试卷之后，对比解法思路、总结经验所用的，千万不要以看代写. 同时，在读这些解答时，应当将同一类题的解答系统地看一遍. 因为解答中对第一次使用的方法写得比较详细，后面再使用就不再解释.

一分耕耘，一分收获. 祝大家在自学的路上，不断进步，取得成功.

编　者

2008 年 2 月

# 目　　录

# 第 1 章　函　　数

高等数学主要研究自然界中的事物在数量关系和空间形式方面的变化. 研究的基础便是使用数量来记录变化或变化过程，函数和数列便是这样的记录工具. 其中数列用于记录能够逐个列出来的变化过程，称作离散变量；函数则用于记录类似于时间过程这样的连续变化现象，称作连续变量. 变量根据其定义域的范围以及所取值的特点可以分为单调、奇偶、周期、有界等多种类型. 在初等数学中，我们已经接触过许多常用的数列和函数，在本课程中也主要还是使用这些概念. 本章的任务便是复习和归纳关于函数的基本知识，为后面的学习做一些准备.

## 1.1　大纲要求与学习指导

### 1.1.1　大纲要求

理解一元函数的定义及函数与图形之间的关系；了解函数的几种常用表示法；理解函数的几种基本特性；理解函数的反函数及它们的图形之间的关系；掌握函数的复合和分解；熟悉基本初等函数及其图形的性态；知道什么是初等函数；能对比较简单的实际问题建立函数关系.

本章重点：函数概念和基本初等函数.

本章难点：函数的复合.

### 1.1.2　学习指导

本章的内容可以直接以选择题或填空题的形式出现在试卷中，也可以在其他试题中间接地涉及. 因此，要特别熟悉作为初等函数基本构件的五种基本初等函数. 例如，可以通过绘制其图形的方式来理解它的定义域、单调性、周期性、奇偶性和有界性. 依据大纲要求应当重点掌握以下列出的知识点：

1. 函数的概念

表述函数需要指明其两个要素：定义域和对应法则. 两个函数相等的充要条件是它们的定义域和对应法则完全相同. 确定函数的定义域的方法就是求解不等式，而不等式的建立遵循以下规则：

| 常见函数定义域 | |
|---|---|
| $y=1/u(x)$ | 取 $u(x)\neq 0$ |
| $y=\sqrt{u(x)}$ | 取 $u(x)\geqslant 0$ |
| $y=\ln u(x)$ | 取 $u(x)>0$ |
| $y=\arcsin u(x)$ | 取 $\lvert u(x)\rvert\leqslant 1$ |
| $y=\arccos u(x)$ | 取 $\lvert u(x)\rvert\leqslant 1$ |

当函数 $f(x)$是由 $u(x)$，$v(x)$经求和或求积运算表示时，其定义域为 $u(x)$，$v(x)$的定义域之交集. 如函数 $y=\ln(x+3)+\dfrac{1}{\sqrt{2x-1}}$的定义域是不等式 $x+3>0$ 与不等式 $2x-1>0$ 的解的交集.

在确定函数的定义域时，许多同学能够根据函数的构造正确地列出关于自变量的不等式，但是不等式的求解却常常出错. 考虑到不等式求解方法在定义域问题以及后面的单调性判断、凹凸性判断、不等式证明等问题上的重要性，以下就常见的二次不等式和分式不等式给出简便而可靠的求解方法.

一次因式的积(或商)不等式解法　设 $a<b$，利用抛物线的图形(图 1.1)知道，自左至右，乘积$(x-a)(x-b)$以及商$\dfrac{x-a}{x-b}$的符号在区间$(-\infty,a)$，$(a,b)$，$(b,+\infty)$上依次为：正，负，正.

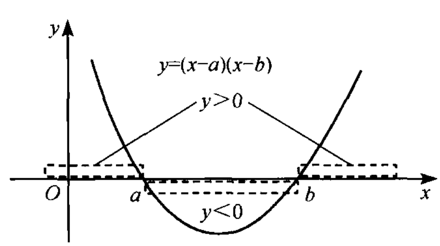


图 1.1　两头正，中间负

**例**　求解以下不等式：

(1) $x^2-3x+2>0$；　　(2) $\dfrac{x+5}{x-1}\leqslant 0$.

**解**　(1) 通过因式分解推知，不等式 $x^2-3x+2>0$ 相当于$(x-1)(x-2)>0$，故其解为区间$(-\infty,1)$和$(2,+\infty)$；

(2) 不等式$\dfrac{x+5}{x-1}<0$ 等价于$(x+5)(x-1)<0$，故其解为区间$(-5,1)$注意到

$\frac{x+5}{x-1}=0$ 相当于 $x=-5$，因此所求不等式的解为区间$[-5,1)$.

> **拓展**　对三个一次因式 $x-a,x-b,x-c(a<b<c)$ 的积或者商，在相邻的四个区间
> $$(-\infty,a),\quad (a,b),\quad (b,c),\quad (c,+\infty)$$
> 上，从左往右，其符号依次为：负，正，负，正.

例如，使得不等式$\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)}<0$ 成立的范围为$(-\infty,1)$和$(2,3)$.

### 2. 函数的奇偶性

在函数作图，定积分计算时常常需要了解函数的奇偶性，其判定方法比较多，如运算性质、复合方式等，详见题型 1-7.

定义　设函数 $f(x)$ 的定义域 $D_f$ 关于原点对称，如果其图形关于原点对称，即 $f(-x)=-f(x),x\in D_f$，则称它为奇函数；如果其图形关于 $y$ 轴对称，即 $f(-x)=f(x),x\in D_f$，则称它为偶函数.

依定义，既非奇函数也非偶函数的函数主要有两种：

(1) 函数的定义域不关于原点对称，例如，$y=\sqrt{x}$和 $y=\ln x$；

(2) 存在定义域中的点 $x=a$，使得$|f(-a)|\neq|f(a)|$，例如，$y=x+1$.

### 3. 函数的单调性

定义　如果 $x_1<x_2$ 时，$f(x_1)<f(x_2)$(或 $f(x_1)>f(x_2)$)，则称函数为单调增(或单调减)函数. 单调增函数与单调减函数统称为单调函数.

上述单调是指严格单调，因此常数函数不能算是单调函数. 在表述单调性时务必指明单调区间，例如，函数 $y=(x-1)^2$ 在区间$(-\infty,1)$上单调减，在区间$(1,+\infty)$上单调增.

单调函数的运算性质　两个单调增(减)函数之和还是单调增(减)函数；两个非负单调增(减)函数之积还是单调增(减)函数.

使用导数判别单调　在可导的情况下，函数 $f(x)$在区间上单调增(减)的充要条件是：在区间 $I$ 上除个别点之外，$f'(x)>0(<0)$.

### 4. 函数的周期性

定义　若存在正数 $T$，对定义域中的点 $x$ 恒满足 $f(x+T)=f(x)$，则称 $f(x)$ 是以 $T$ 为周期的周期函数，称正数 $T$ 为该函数的周期，最小的周期叫基本周期.

基本性质　若 $f(x)$的周期是 $T$，则函数 $f(x)+a$，$f(x+a)$和 $kf(x)(k\neq0)$还

是以 $T$ 为周期的周期函数；而函数 $f(ax+b)$ 则是周期为 $T/a(a\neq0)$ 的函数.

例如，$\sin x$ 是以 $T=2\pi$ 为周期，因此，$3+\sin x$，$3\sin x$，$\sin(x+3)$ 还是以 $T=2\pi$ 为周期，而 $\sin 3x$ 则以 $T=2\pi/3$ 为周期.

5. 反函数

单调的函数必存在反函数，且其反函数还是单调函数.

如何求反函数　将 $y=f(x)$ 中的自变量 $x$ 解出来，便可以得到其反函数 $x=f^{-1}(y)$ 的公式；$x=f^{-1}(y)$ 也可以写成 $y=f^{-1}(x)$.

反函数的图形　在同一个坐标系中，函数 $y=f(x)$ 的图形与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称；函数 $y=f(x)$ 的图形与函数 $x=f^{-1}(y)$ 的图形是重合的.

## 1.2　题型归类与应试指导

按照历年试卷的出题情况可以归纳出以下常见题型. 为了便于寻找求解规律，我们分得较细，便于逐类学习.

**题型 1-1　确定单个简单初等函数的定义域**(常考)

**应对：**了解基本初等函数的定义域规则，首先写出不等式，然后求解.

**例 1-1-1**　函数 $y=\sqrt{x^2-4x+3}$ 的定义域是(　　).

A. $(-\infty,-3]$　　B. $(-\infty,+\infty)$

C. $(-\infty,1]\cup[3,+\infty)$　　D. $(1,3)$

**解**　由根式函数的定义域规则可以列出不等式

$$x^2-4x+3=(x-1)(x-3)\geqslant0,$$

由不等式解法，得出解区间为 $(-\infty,1]$ 和 $[3,+\infty)$. 故选择 C.

**例 1-1-2**　函数 $y=\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$ 的定义域是(　　).

A. $(-\infty,+\infty)$　　B. $(0,+\infty)$　　C. $(-1,1)$　　D. $[-1,1)$

**解**　由根式函数和分式函数的定义域规则可以列出不等式组

$$\frac{1+x}{1-x}\geqslant0\ \text{以及}\ 1-x\neq0,$$

相当于 $\dfrac{x+1}{x-1}\leqslant0$ 或 $(x+1)(x-1)\leqslant0$ 以及 $x\neq1$. 由不等式解法得出解区间为 $[-1,1)$，故选择 D.

**练习 1-1-3**　函数 $y=\sqrt{x-x^2}$ 的定义域是(　　).

A. $[1,+\infty)$　　B. $(-\infty,0]$

C. $(-\infty,0]\cup[1,+\infty)$　　D. $[0,1]$

[$x(1-x)\geqslant 0$ 相当于 $x(x-1)\leqslant 0$，选择 D]

**练习 1-1-4**　函数 $y=\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ 的定义域是(　　).

A. $(-\infty,+\infty)$　　B. $(0,1)$　　C. $(-1,0)$　　D. $(-1,1)$

[$(1+x)(1-x)>0$ 相当于 $(x+1)(x-1)<0$，选择 D]

**练习 1-1-5**　函数 $y=\dfrac{(x+1)\sqrt{2x+1}}{2x^2-x-1}$ 的定义域是(　　).

A. $x\neq-\dfrac{1}{2}$　　B. $x>-\dfrac{1}{2}$

C. $x\neq-\dfrac{1}{2}$ 且 $x\neq 1$　　D. $x>-\dfrac{1}{2}$ 且 $x\neq 1$

[约束条件为 $2x+1\geqslant 0$，$2x^2-x-1=(x-1)(2x+1)\neq 0$，选择 D]

**例 1-1-6**　函数 $y=\ln\dfrac{x}{x-2}$ 的定义域是(　　).

A. $(-\infty,0)$　　B. $(2,+\infty)$

C. $(0,2)$　　D. $(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$

**解**　由对数函数和分式函数的定义域规则可以列出不等式组

$$\frac{x}{x-2}=\frac{x-0}{x-2}>0 \quad 以及 \quad x\neq 2,$$

得出所求范围为区间 $(-\infty,0)$ 和 $(2,+\infty)$，故选择 D.

**练习 1-1-7**　函数 $y=\ln(x^2-4)$ 的定义域是(　　).

A. $(-\infty,-2)$　　B. $(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

C. $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$　　D. $(2,+\infty)$

[$x^2-4=(x-2)(x+2)>0$，选择 C]

**练习 1-1-8**　函数 $y=\dfrac{1}{x}\lg\dfrac{1-x}{1+x}$ 的定义域是(　　).

A. $-1<x<1$　　B. $0<x<1$　　C. $-1<x<0$　　D. $0<|x|<1$

$\left[约束条件为\ x\neq 0,\dfrac{1-x}{1+x}>0,1+x\neq 0,选择\ \mathrm{D}\right]$

**练习 1-1-9**　函数 $y=\ln\sqrt[3]{\dfrac{1}{x}-1}$ 的定义域是(　　).

A. $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$　　B. $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$

C. $(0,1)$　　D. $(0,1]$

$\left[约束条件为\dfrac{1}{x}-1=\dfrac{1-x}{x}>0,x\neq 0,选择\ \mathrm{C}\right]$

**例 1-1-10**　函数 $y=\arcsin(x-1)$的定义域是(　　).

A. $[-1,1]$　　B. $[0,1]$

C. $[0,2]$　　D. $(-\infty,+\infty)$

**解**　由反三角函数定义域规则可以列出不等式$|x-1|\leqslant 1$,亦即$-1\leqslant x-1\leqslant 1$,化简得 $0\leqslant x\leqslant 2$,故选择 C.

**练习 1-1-11**　函数 $y=\arcsin\dfrac{x-3}{2}$的定义域是(　　).

A. $(-1,1)$　　B. $[1,5]$　　C. $(-\infty,0)$　　D. $(2,4)$

$\left[\left|\dfrac{x-3}{2}\right|=\dfrac{|x-3|}{2}\leqslant 1\text{,选择 B}\right]$

**题型 1-2　确定两个函数的和函数的定义域**(常考)

**应对**:分别求出和式中每个被加项函数的定义域,然后取它们的交集.

**例 1-2-1**　函数 $y=\sqrt{5-x}+\ln(x-1)$的定义域是(　　).

A. $(0,5]$　　B. $(1,5]$　　C. $(1,5)$　　D. $(1,+\infty)$

**解**　由对数函数和根式函数的定义域规则可以列出两个不等式

$$5-x\geqslant 0\quad\text{以及}\quad x-1>0,$$

联合起来便是 $5\geqslant x>1$,故选择 B.

**练习 1-2-2**　函数 $y=\sqrt{3x+2}+\ln(x+1)$的定义域是(　　).

A. $\left(-\dfrac{2}{3},+\infty\right)$　　B. $(-\infty,+\infty)$

C. $\left[-\dfrac{2}{3},+\infty\right)$　　D. $(-1,+\infty)$

[C]

**练习 1-2-3**　函数 $y=\sqrt{1-x}+\arccos\dfrac{1+x}{2}$的定义域是(　　).

A. $(-\infty,1]$　　B. $[-3,1)$

C. $[-3,1]$　　D. $(-\infty,-3)\cup(-3,1)$

[C]

**练习 1-2-4**　函数 $y=\sqrt{3-x}+\arctan\dfrac{1}{x}$定义域是(　　).

A. $(-\infty,0)\cup(0,3]$　　B. $(-\infty,0)$　　C. $(-\infty,3]$　　D. $(0,3)$

[注意 $\arctan x$ 的定义域为$(-\infty,+\infty)$,A]

**练习 1-2-5**　函数 $y=\sqrt{5-x}+10^{\frac{1}{x}}$的定义域是(　　).

A. $(-\infty,5]$　　B. $(-\infty,0)\cup(0,5]$

C. $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$　　D. $(0,5]$

[B]

**例 1-2-6**　函数 $y=\sqrt{x+2}+\sqrt{\ln\frac{1}{x-1}}$ 的定义域是(　　).

A. $[-2,1]$　　B. $(-\infty,1)$　　C. $[-2,2]$　　D. $(1,2]$

**解**　由对数函数和分式以及根式函数的定义域规则可以列出下列必须同时满足的不等式：

$$x+2\geqslant 0,\quad x-1\neq 0,\quad \frac{1}{x-1}>0,\quad \ln\frac{1}{x-1}\geqslant 0\quad\left(\text{相当于}\frac{1}{x-1}\geqslant 1\right),$$

亦即

$$x\geqslant -2\ ,\quad x\neq 1,\quad \frac{1}{x-1}\geqslant 1\quad\left(\text{此时}\frac{1}{x-1}>0\text{ 自然成立}\right),$$

由于

$$\frac{1}{x-1}\geqslant 1\Leftrightarrow 0\geqslant 1-\frac{1}{x-1}=\frac{x-2}{x-1}\Leftrightarrow 1\leqslant x\leqslant 2,$$

联合起来便是 D.

**练习 1-2-7**　函数 $y=\frac{1}{x}-\sqrt{1-x^2}$ 的定义域是(　　).

A. $[-1,0)\cup(0,1]$　　B. $[-1,0)$

C. $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$　　D. $(0,1]$

[A]

**练习 1-2-8**　函数 $y=\sqrt{7-3x}+\frac{1-x}{x}$ 的定义域是(　　).

A. $\left(-\infty,\frac{7}{3}\right]$　　B. $(-\infty,0)\cup\left(0,\frac{7}{3}\right]$

C. $(-\infty,0)\cup\left(0,\frac{7}{3}\right)$　　D. $\left(-\infty,\frac{7}{3}\right)$

[约束条件为 $7-3x\geqslant 0,x\neq 0$,选择 B]

### 题型 1-3　确定抽象复合函数的定义域(不常考)

**应对**:中间变量的值域应该落在外层函数的定义域中.

**例 1-3-1**　设函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$,则函数 $f(e^x-1)$ 的定义域为________.

**解**　如果记 $t=e^x-1$,则 $f(e^x-1)=f(t)$,因此,由题目所给条件得约束不等式:$0\leqslant t\leqslant 1$. 于是有 $0\leqslant e^x-1\leqslant 1$,亦即 $1\leqslant e^x\leqslant 2$, 故 $0\leqslant x\leqslant \ln 2$ 便是所求复合函数的定义域.

**练习 1-3-2**　设函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$,则 $f(2x-1)$ 的定义域为________.

$\left[\text{约束不等式}: 0\leqslant 2x-1\leqslant 1\text{,所求定义域为}\left[\frac{1}{2},1\right]\right]$

**练习 1-3-3**　设函数 $f(x)$的定义域为$[0,1]$，则 $f(\ln x)$的定义域为________.

[约束不等式:$0\leqslant \ln x\leqslant 1$,所求定义域为$[1,e]$]

**练习 1-3-4**　设函数 $f(x)$的定义域是$[0,4]$,则 $f(x^2)$的定义域是________.

[约束不等式:$0\leqslant x^2\leqslant 4$,所求定义域为$[-2,2]$]

**练习 1-3-5**　设函数 $f(x)$的定义域为$[0,1]$,则 $f\left(x+\frac{1}{4}\right)+f\left(x-\frac{1}{4}\right)$的定义域是(　　).

A. $[0,1]$　　B. $\left[-\frac{1}{4},\frac{5}{4}\right]$　　C. $\left[-\frac{1}{4},\frac{1}{4}\right]$　　D. $\left[\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right]$

$\left[\text{约束不等式}: 0\leqslant x+\frac{1}{4}\leqslant 1 \text{ 和 } 0\leqslant x-\frac{1}{4}\leqslant 1\text{,所求定义域为 D}\right]$

**练习 1-3-6**　设函数 $f(x)=\begin{cases}2-x, & |x|<1,\\ 1, & 1\leqslant x\leqslant 3,\end{cases}$ 则 $f(x-2)$的定义域是(　　).

A. $[-1,3]$　　B. $[1,5]$　　C. $(-1,3)$　　D. $(1,5)$

[约束不等式:$-1\leqslant x-2\leqslant 3$,所求定义域为 B]

**例 1-3-7**　已知函数 $f(x)=\sqrt{x}, g(x)=-x^2+4x-3$，则函数 $f[g(x)]$ 的定义域为________.

**解**　因为 $f[g(x)]=\sqrt{-x^2+4x-3}$,故由根式函数的定义域规则有不等式

$$-x^2+4x-3=-(x-3)(x-1)\geqslant 0 \quad \text{或者} \quad (x-3)(x-1)\leqslant 0,$$

故所求定义域为 $1\leqslant x\leqslant 3$.

**练习 1-3-8**　设函数 $f(x)=\ln x, g(x)=\arcsin x$,则函数 $f[g(x)]$的定义域为________.

[$(0,1]$]

**题型 1-4　考查函数概念以及判断两个函数是否相同的问题**(不常考)

**应对:**熟悉函数记号,运算意义,以及两个函数相等的充要条件是它们的定义域和对应规则都相等.

**例 1-4-1**　满足关系式 $f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$的函数 $f(x)$是(　　).

A. $x^n$　　B. $e^x$　　C. $\ln x$　　D. $\sin x$

**解**　因为 $e^{x+y}=e^x\cdot e^y$,故选择 B.

**练习 1-4-2**　设函数 $f(x)=3^x$,则 $f(x+y)=$(　　).

A. $f(x)f(y)$　　B. $f(2x)$　　C. $f(x)$　　D. $f(y)$

[A]

**练习 1-4-3** 已知 $f(x)=ax+b$，且 $f(-1)=2, f(1)=-2$，则 $f(x)=$ (  ).

A. $x+3$　　B. $x-3$　　C. $2x$　　D. $-2x$

[直接验证，选择 D]

**例 1-4-4** 下列函数中不是初等函数的是(  ).

A. $y=\begin{cases}-1, & x\geqslant 0\\ 3, & x<0\end{cases}$　　B. $y=x^x$

C. $y=\cos\sqrt{x^2-1}$　　D. $y=\ln(\sec x+\tan x)$

**解** 除非能够与某个初等函数的绝对值函数相等，否则分段函数首先作为选择对象，此题选择 A.

**练习 1-4-5** 下列函数中不是初等函数的为(  ).

A. $y=x^2+\sin 2x$　　B. $y=x^x$

C. $y=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$　　D. $f(x)=\begin{cases}0, & x\leqslant 0\\ 1, & x>0\end{cases}$

[D]

**例 1-4-6** 下列各对函数中，表示同一个函数的是(  ).

A. $\sqrt{x^2}$ 与 $(\sqrt{x})^2$　　B. $x$ 与 $e^{\ln x}$

C. $\dfrac{x^4-1}{x^2+1}$ 与 $x^2-1$　　D. $\dfrac{x^2-1}{x+1}$ 与 $x-1$

**解** 采用排除法较好. 定义域不相同的立刻排除，相同时再看相同点的函数值是否相同. 此题中仅有选项 C 的定义域一样，故选择它.

**练习 1-4-7** 下列各对函数中，表示同一个函数的是(  ).

A. $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x+1}$ 与 $g(x)=x-1$　　B. $f(x)=\lg x^2$ 与 $g(x)=2\lg x$

C. $f(x)=\sqrt{1-\cos^2 x}$ 与 $g(x)=\sin x$　　D. $f(x)=|x|$ 与 $g(x)=\sqrt{x^2}$

[D]

**练习 1-4-8** 若函数 $f(x)=\sqrt{x^2}$ 与 $g(x)=x$ 表示同一函数，则它们的定义域是(  ).

A. $(-\infty,0]$　　B. $[0,+\infty)$　　C. $(-\infty,+\infty)$　　D. $(0,+\infty)$

[B]

**题型 1-5　直接复合问题：给出两个函数，求其复合函数**(常考)

**应对**：按照括号内先运算的顺序，代入指定量后化简.

**例 1-5-1** 设 $f(x)=\dfrac{|x|}{x}$，$g(x)=x^2$，则 $x\neq 0$ 时，$f[g(x)]=$ (  ).