应用型本科人才培养创新教材出版工程

信号与系统复习及习题

张维玺　编著

科学出版社
www.sciencep.com

应用型本科人才培养创新教材出版工程

信号与系统复习及习题

张维玺　编著

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书是在《信号与系统》(张维玺编著)一书基础上编写的课外教材。全书共13章。第一章是绪论,介绍了信号与系统的一般概念和特性;第二至六章集中讨论了连续时间信号的分解理论,将传统的卷积积分、傅里叶变换、拉普拉斯变换统一归结为实现信号分解的数学工具;第七至十章给出了连续时间系统传统的和近代的分析方法,其中第七至九章内容是与第三至六章内容相对应的。第十一至十三章讨论了离散时间信号的分析理论和离散时间系统的分析方法。

本书可作为电气信息、通信、自动控制、信息工程、电子工程等专业的教材,也可供有关专业师生和工程技术人员使用,也可作为广大自学者学习“信号与系统”课程的辅导材料。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统复习及习题 / 张维玺编著 .—北京:科学出版社,2008

(应用型本科人才培养创新教材出版工程)

ISBN 978-7-03-022129-2

Ⅰ.信… Ⅱ.张… Ⅲ.信号系统-高等学校-教学参考资料 Ⅳ.TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 075591 号

责任编辑:苏 鹏 潘继敏/ 责任校对:宋玲玲

责任印制:张克忠 / 封面设计:耕者设计工作室

科 学 出 版 社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

http://www.sciencep.com

丽 源 印 刷 厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008年9月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2008年9月第一次印刷 印张:17 1/4

印数:1—3 000 字数:330 000

定价:26.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

前　　言

“信号与系统”是电气信息类各专业的技术基础课。它的任务是研究确定性信号经线性时不变系统传输与处理的基本概念和基本分析方法，包括对于连续时间信号与系统和离散时间信号与系统的时间域分析和变换域分析，以及输入-输出描述和状态空间描述。

教学实践表明，学生在学习“信号与系统”课的过程中，需要借助各种典型的例题加深对本课程主要内容的理解，而做一定数量的习题则是掌握和巩固基本概念的有力手段。为此，我们在历年教学实践的基础上编写了本书。它可以作为“信号与系统”课程的课外教材供教师和学生参考，也可以作为广大自学者学习“信号与系统”课程的辅导材料。

全书共十三章。第一章是绪论；第二至六章集中讨论了连续时间信号的分解理论；第七至十章给出了连续时间系统传统的和近代的分析方法，其中第七至九章内容是与第三至六章内容相对应的。第十一至十三章讨论了离散时间信号的分析理论和离散时间系统的分析方法。其结构、体系与《信号与系统》一书基本一致。

本书选编习题的来源主要是历年教学中积累的习题、思考题和试题，以及近年来招考研究生的试题。其中既有概念题，又有证明题和运算题，也有实际应用题，力求体现“信号与系统”课程的主要内容和基本要求。在每章的开始都归纳了本章的重点，列出了本章的主要公式。每章习题给出详细的解题步骤，对结果进行必要的分析，力图阐明本章的重点和基本分析方法，并澄清某些易于出现的错误概念。为了培养学生综合解决问题的能力，还选编了部分难度较大、灵活性较强的综合习题。

张俐老师绘制了本书插图并对全书进行编排，在此表示感谢！

由于作者水平有限，难免有错误和不妥之处，热诚欢迎读者批评指正。

作　者

2008年6月

目　　录

第一章　绪　　论

一、主要内容及基本概念

1.1　信号

消息：通信系统的传输对象。

信息：消息给予受信者的新知识。

信号(signal)：消息的负载者，它是反映消息的一种表现形式，或者说，信号是一种与物理系统状态有关的，随时间变化的量。

1.2　常用信号

1）正弦波信号

设 A，ω，θ 为与时间 t 无关的常数，t 定义在 $(-\infty, +\infty)$ 区间上，我们把用 $f(t)=A\sin(\omega t+\theta)$ 表示的信号称为正弦波信号(sinusoidal signal)。式中，A 称为振幅(amplitude)，ω 称为角频率(angular frequency)，θ 称为相位(phase)。

2）脉冲信号

如果一个信号 $f(t)$，它的能量集中在某一短的时间区间内，则称它为脉冲信号(pulse signal)。更一般的说，包括脉冲信号在内，如果 $f(t)$ 的平方积分满足 $0<\int_{-\infty}^{\infty}f^2(t)\mathrm{d}t<\infty$，则称 $f(t)$ 为孤立波。

3）周期信号

一个信号 $f(t)$，若在 $(-\infty, +\infty)$ 区间上，对于最小的一个正常数 T，有 $f(t)=f(t+nT)$，$n=0, \pm1, \pm2, \cdots$，此时，称 $f(t)$ 为周期信号(periodic signal)，T 称为周期(period)，周期信号 $f(t)$ 的平均值定义为 $\frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\mathrm{d}t$，周期信号的方均值定义为 $\frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty}f^2(t)\mathrm{d}t$。

4）概周期信号

把有限个周期信号的合成为概周期信号(almost-periodic signal)。周期信号本身也是一种概周期信号，但是，概周期信号不一定是周期信号。

概周期信号 $f(t)$ 的平均值

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\,\mathrm{d}t$$

概周期信号 $f(t)$ 的方均值

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f^2(t)\,\mathrm{d}t$$

5）时限信号

若信号 $f(t)$ 在某一有限区间 (t_1,t_2) 之外恒为零，则称其为时限信号（time-limited signal）。

6）能量有限信号

对于正的常数 K，若信号 $f(t)$ 的平方积分满足 $0<\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)\,\mathrm{d}t<K<\infty$，则称 $f(t)$ 为能量有限信号。

7）模拟信号

模拟信号(analog signal)是指在规定的连续时间内，信号的幅值可以取连续范围内的任意数值。这样的连续时间函数所表示的信号就是模拟信号。

8）连续时间信号

连续时间信号（time continuous signal)是指在连续时间范围内所定义的信号，但信号的幅值可以取连续数值，也可以取离散数值。模拟信号只是连续时间信号的一个特例。

9）离散时间信号

离散时间信号是指：在一组特定的时间下表示函数数值的信号。也就是说，作为独立变量的时间 t 被量化了。如果离散时间信号的幅值取连续值，则有时又称为抽样数据(sampled-data)信号。抽样数据信号可以理解为在离散时间下对模拟信号的抽样。

10）数字信号

数字信号(digital signal)是在时间上和幅度上都经过量化的信号。数字信号总可以用序列的数来表示，而每一个数又可用有限个数码表示。

1.3 系统的表示

所谓系统(system)，是指由若干组成部分相互联系在一起完成某种功能的有机整体。它的组成部分，可以是电子、机械、控制等方面的物理实体，也可以是社会、经济、管理等方面的非物理实体。系统的功能可以通过对施加的一组激励信号(称为输入信号)所呈现的响应(或称为输出信号)来表征。$y(t)=T[f(t)]$ 系统对 $f(t)$ 的响应是 $y(t)$ 。

1.4 系统的状态

系统的状态是系统分析的关键。系统在任意时刻 t_0 的状态(state),指的是取最少数目的一组数 $\{x_1(t_0),x_2(t_0),\cdots,x_n(t_0)\}$,这组数连同 (t_0,t) 区间上的输入信号,足以确定系统在 t 时刻上的响应,而不需要追究 t_0 以前的输入信号是什么。状态所包含的那组数的个数 n 称为系统的阶数。

关于系统状态的一个重要性质:t 时刻的状态连同 t 时刻上的输入信号 $f(t)$,足以确定系统在 t 时刻的响应 $y(t)$。

1.5 系统的零输入响应和零状态响应

一个系统,我们以起始观察时刻 t_0 为界,将输入信号 $f(t)$ 分解为以下两部分:

$$f_1(t)=\begin{cases}f(t), & t<t_0\\0, & t\geqslant t_0\end{cases},\quad f_2(t)=\begin{cases}f(t), & t\geqslant t_0\\0, & t<t_0\end{cases}$$

$$f(t)=f_1(t)+f_2(t),\quad -\infty<t<\infty$$

$f_2(t)=0$ 时,仅由 t_0 时刻的状态 $\{x_1(t_0),x_2(t_0),\cdots,x_n(t_0)\}$ 引起的响应,称为零输入响应(zero-input response) $y_x(t)$;当 t_0 时刻状态为零,仅由 t_0 以后的输入信号引起的响应,称为零态响应(zero-state response) $y_f(t)$。$y(t)=y_x(t)+y_f(t)$ 称为全响应。

1.6 齐次性、可加性和叠加性

系统的齐次性指,若 $T[f(t)]=y(t)$ 则 $T[af(t)]=ay(t)$,即若输入扩大 a 倍,系统的响应也扩大 a 倍,则我们说系统具有齐次性(homogeneity)。

若 $T[f_i(t)]=y_i(t)$,则 $T\left[\sum_i f_i(t)\right]=\sum_i y_i(t)$,即若干个输入信号共同作用的结果等于它们分别单独作用的结果之和,此时我们说该系统具有可加性(superposition)。

齐次性和可加性合称为叠加性。

1.7 线性系统和非线性系统

线性系统需满足以下三个条件:

条件 1 响应 $y(t)$ 可以分解为零输入响应 $y_x(t)$ 和零态响应 $y_f(t)$ 之和。

条件 2 零输入响应 $y_x(t)$ 满足齐次性和可加性。

条件 3 零态响应 $y_f(t)$ 满足齐次性和可加性。

1.8 时变系统和非时变系统

一个系统,设输入信号 $f(t)$ 引起的零态响应为 $y_f(t)$,若在相同的起始状态

下，输入 $f(t)$ 时延长一个 t_d，即输入为 $f(t-t_d)$，则响应为 $y_f(t)$ 也时移同样一个 t_d，即零态响应为 $y_f(t-t_d)$，此时我们说该系统为非时变系统（time-invariant system）；否则称为时变系统（time-varying system）。非时变系统的基本含义是输入-输出关系不随时间变化。

1.9　连续时间系统和离散时间系统

一个系统，如果输入信号和输出信号是对所有时间来定义的，或者说系统所处理的信号是连续时间信号，则该系统称为连续时间系统（continuous time system）。如果系统所处理得的信号是离散时间信号，则称其为离散时间系统（discrete time system）。

一个系统中的信号幅度如果是被量化成有限个电平，则系统为量化系统（quantized system）。一个量化系统可以是连续时间系统，也可以是离散时间系统。若一个量化系统同时又是离散时间系统，则这种系统称为数字系统（digital system）。一个离散时间的非量化系统归结为抽样数据系统（sample-data system）。

1.10　因果系统和非因果系统

一个系统如果在任意时刻 t 的输出只决定与当前时刻和过去的输入信号值，与后续的输入信号值无关，则称其为因果系统（causal system）。一个系统是因果系统的，当且仅当对于满足约束

$$\begin{cases} f_1(t) = f_2(t), & t \leqslant t_0 \\ f_1(t) \neq f_2(t), & t > t_0 \end{cases}$$

的所有可能的激励 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$，恒有 $T[f_1(t)] = T[f_2(t)]$，$t \leqslant t_0$ 。

1.11　瞬时系统和动态系统

一个系统，如果它的响应 $y(t)$ 仅仅是当前 t 时刻上输入值 $f(t)$ 的函数，或者说，当前的输出值只取决于当前的输入值，则称它为瞬时系统（instantaneous system），或无记忆系统（memory less system），有时也称零记忆系统（zero-memory system）。输入与输出关系 $y(t) = T[f(t),t]$ 。

一个动态系统（dynamic system），其当前时刻的响应除了和当前时刻的输入信号值有关外，还取决于过去和将来的输入信号值。当前输入信号值决定不了当前的输出信号值。

1.12　典型系统的特性

特性 1：它是线性系统。

特性 2：它是非时变系统。

特性 3：它是因果系统。

特性 4：它是连续时间系统。

二、思考与练习习题

1.1 指出下列信号是概周期信号还是周期信号？若是周期信号，试求出它的周期 T。

(1) $f(t) = a\sin t + b\sin 2t$

解 设 $f(t)$ 为周期信号，周期为 T，则 $f(t) = f(t+T)$。

$$a\sin t + b\sin 2t = a\sin(t+T) + b\sin 2(t+T)$$

$$T_1 = 2k\pi, \quad T_2 = k\pi$$

所以 $T = 2\pi$。

$f(t)$ 是周期信号，它的周期为 2π。

(2) $f(t) = a\sin 5t + b\cos 8t$

解 设 $f(t)$ 为周期信号，周期为 T，则 $f(t) = f(t+T)$。

$$a\sin 5t + b\cos 8t = a\sin 5(t+T) + b\cos 8(t+T)$$

$$T_1 = \frac{2}{5}k\pi, \quad T_2 = \frac{1}{4}k\pi$$

所以 $T = 2\pi$。

$f(t)$ 是周期信号，它的周期为 2π。

(3) $f(t) = 4\sin 2t + 5\cos \pi t$

解 $f(t)$ 是概周期信号。

(4) $f(t) = A\cos 2t + B\sin 7t + C\cos 13t$

解 设 $f(t)$ 为周期信号，周期为 T，则 $f(t) = f(t+T)$。

$$A\cos 2t + B\sin 7t + C\cos 13t = A\cos 2(t+T) + B\sin 7(t+T) + C\cos 13(t+T)$$

$$T_1 = k\pi, \quad T_2 = \frac{2}{7}k\pi, \quad T_3 = \frac{2}{13}k\pi$$

所以 $T = 2\pi$。

$f(t)$ 是周期信号，它的周期为 2π。

(5) $f(t) = A\cos t + B\sin\sqrt{2}t$

解 设 $f(t)$ 为周期信号，周期为 T，则 $f(t) = f(t+T)$。

$$A\cos t + B\sin\sqrt{2}t = A\cos(t+T) + B\sin\sqrt{2}(t+T)$$

$$T_1 = 2k\pi, \quad T_2 = \sqrt{2}k\pi$$

因为 $T_1 : T_2 = \pi : 2$ 为无理数，所以 $f(t)$ 为概周期信号。

(6) $f(t) = A\sin\dfrac{3t}{2} + B\cos\dfrac{16t}{15} + C\sin\dfrac{t}{29}$

解　设 $f(t)$ 为周期信号，周期为 T，则 $f(t) = f(t+T)$。

$$A\sin\frac{3t}{2} + B\cos\frac{16t}{15} + C\sin\frac{t}{29} = A\sin\frac{3(t+T)}{2} + B\cos\frac{16(t+T)}{15} + C\sin\frac{(t+T)}{29}$$

$$T_1 = \frac{4}{3}k\pi,\quad T_2 = \frac{15}{8}k\pi,\quad T_3 = 58k\pi$$

$T = 1740\pi$。

$f(t)$ 是周期信号，它的周期为 1740π。

(7) $f(t) = (A\sin t)^3$

解　设 $f(t)$ 为周期信号，周期为 T，则 $f(t) = f(t+T)$。

$$f(t) = A^3\sin t - A^3\sin t\cos 2t$$

所以 $f(t+T) = A^3\sin(t+T) - A^3\sin(t+T)\cos 2(t+T)$。

$$T_1 = 2k\pi,\quad T_2 = 2k\pi,\quad T_3 = k\pi$$

所以 $T = 2\pi$。

$f(t)$ 是周期信号，它的周期为 2π。

(8) $f(t) = (A\sin 2t + B\sin 5t)^2$

解　设 $f(t)$ 为周期信号，周期为 T，则 $f(t) = f(t+T)$。

$$\begin{aligned} f(t) &= A^2(1-2\cos 4t) + 2AB\sin 2t\sin 5t + B^2(1-2\cos 10t) \\ &= \frac{A^2+B^2}{2} - \frac{A^2}{2}\cos 4t - \frac{B^2}{2}\cos 10t + AB\cos 3t - AB\cos 7t \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} f(t+T) = \frac{A^2+B^2}{2} - \frac{A^2}{2}\cos 4(t+T) - \frac{B^2}{2}\cos 10(t+T) \\ + AB\cos 3(t+T) - AB\cos 7(t+T) \end{aligned}$$

$$T_1 = \frac{1}{2}k\pi,\quad T_2 = \frac{1}{5}k\pi,\quad T_3 = \frac{2}{3}k\pi,\quad T_4 = \frac{2}{7}k\pi$$

所以，$T = 2\pi$。

$f(t)$ 是周期信号，它的周期为 2π。

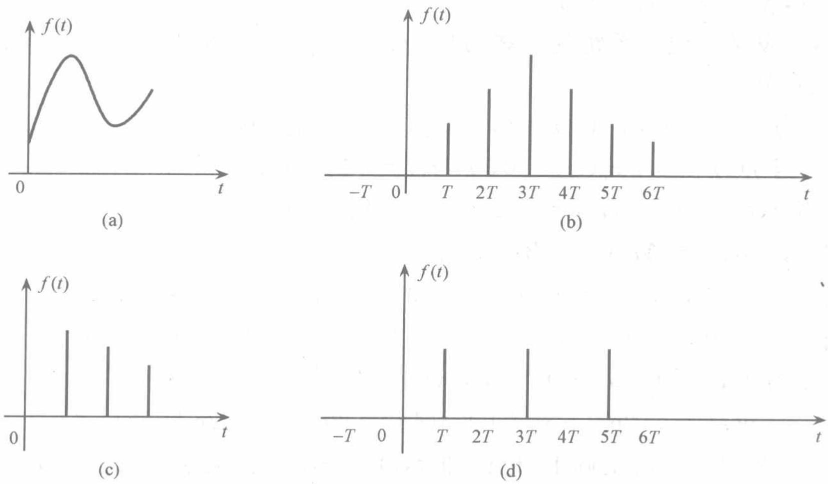
1.2　判断题图 1.1 所示信号属于下列哪种信号：(1)连续时间信号；(2)离散时间信号；(3)模拟信号；(4)数字信号。

解　(a) 为连续时间信号；

(b)、(c)、(d)为离散时间信号；

(a) 为模拟信号；

(b)、(c)、(d)为数字信号。



题图 1.1

1.3 设系统的状态为 $x(t_0)$，输入为 $f(t)$，全响应为 $y(t)$，试判断如下系统是否线性系统，并说明原因。

(1) $y(t) = \lg x(t_0) + f^2(t)$

解 零输入响应为 $y_f(t) = f^2(t)$；

零态响应为 $y_x(t) = \lg x(t_0)$。

$$y(t) = y_x(t) + y_f(t)$$

该系统满足线性系统的条件 1、3，但不满足条件 2。

所以，$y(t)$ 为非线性系统。

(2) $y(t) = x^2(t_0)\lg f(t)$

解 因为 $y(t)$ 不满足线性系统的条件 1，所以，$y(t)$ 为非线性系统。

(3) $y(t) = 3x(t_0) + f^2(t)$

解 零输入响应为 $y_f(t) = f^2(t)$；

零态响应为 $y_x(t) = 3x(t_0)$。

该系统满足线性系统的条件 1、3，但不满足条件 2。

所以，$y(t)$ 为非线性系统。

(4) $y(t) = x^2(t_0) + \int_{t_0}^{t} f(\tau)\mathrm{d}\tau$

解 零输入响应为 $y_f(t) = \int_{t_0}^{t} f(\tau)\mathrm{d}\tau$；

零态响应为 $y_x(t) = x^2(t_0)$。

该系统满足线性系统的条件 1、2，但不满足条件 3。

所以，$y(t)$ 为非线性系统。

1.4　设某一线性系统的状态为$\{x_1(t_0), x_2(t_0)\}$，输入为 $f(t)$，全响应为 $y(t)$，且已知

(1) 当 $f(t)=0$，$x_1(t_0)=1$，$x_2(t_0)=0$ 时，有 $y(t)=2\mathrm{e}^{-t}+3\mathrm{e}^{-3t}$；

(2) 当 $f(t)=0$，$x_1(t_0)=0$，$x_2(t_0)=1$ 时，有 $y(t)=4\mathrm{e}^{-t}+2\mathrm{e}^{-3t}$。

求当 $f(t)=0$，$x_1(t_0)=5$，$x_2(t_0)=3$ 时的 $y(t)$。

解　设 $y(t)=Ax_1(t)+Bx_2(t)+Cf(t)$。

当 $f(t)=0$，$x_1(t_0)=1$，$x_2(t_0)=0$ 时，$y(t)=A=2\mathrm{e}^{-t}+3\mathrm{e}^{-3t}$。

当 $f(t)=0$，$x_1(t_0)=0$，$x_2(t_0)=1$ 时，$y(t)=B=4\mathrm{e}^{-t}+2\mathrm{e}^{-3t}$。

所以当 $f(t)=0$，$x_1(t_0)=5$，$x_2(t_0)=3$ 时，

$$y(t)=5(2\mathrm{e}^{-t}+3\mathrm{e}^{-3t})+3(4\mathrm{e}^{-t}+2\mathrm{e}^{-3t})=22\mathrm{e}^{-t}+21\mathrm{e}^{-3t}$$

1.5　在题 1.4 的基础上，还已知 $f(t)=\varepsilon(t)$，且在 $x_1(0)=0$，$x_2(0)=0$ 时有

$$y(t)=2+\mathrm{e}^{-t}+2\mathrm{e}^{-3t}$$

求：当 $f(t)=3\varepsilon(t)$，$x_1(0)=2$，$x_2(0)=5$ 时的 $y(t)$。

解　因为在上题中已求知 $A=2\mathrm{e}^{-t}+3\mathrm{e}^{-3t}$，$B=4\mathrm{e}^{-t}+2\mathrm{e}^{-3t}$；

又因为 $f(t)=\varepsilon(t)x_1(0)=0$，$x_2(0)=0$ 时，$y(t)=C\varepsilon(t)=2+\mathrm{e}^{-t}+2\mathrm{e}^{-3t}$，所以

$$C=\frac{2+\mathrm{e}^{-t}+2\mathrm{e}^{-3t}}{\varepsilon(t)}$$

当 $f(t)=3\varepsilon(t)$，$x_1(0)=2$，$x_2(0)=5$ 时，

$$\begin{aligned}y(t)&=2(2\mathrm{e}^{-t}+3\mathrm{e}^{-3t})+5(4\mathrm{e}^{-t}+2\mathrm{e}^{-3t})+3\varepsilon(t)\frac{2+\mathrm{e}^{-t}+2\mathrm{e}^{-3t}}{\varepsilon(t)}\\&=22\mathrm{e}^{-3t}+27\mathrm{e}^{-t}+6\end{aligned}$$

1.6　有某一线性系统，当输入为 $\varepsilon(t)$，且在 $x_1(0)=1$，$x_2(0)=2$ 时的全响应为 $6\mathrm{e}^{-2t}-5\mathrm{e}^{-3t}$，当输入为 $3\varepsilon(t)$，且在 $x_1(0)=1$，$x_2(0)=2$ 时的全响应为 $8\mathrm{e}^{-2t}-7\mathrm{e}^{-3t}$。

(1) 求输入为 0，起始状态为 $x_1(0)=1$，$x_2(0)=2$ 时的全响应为 $y(t)$。

(2) 求输入为 $2\varepsilon(t)$，起始状态为 0 时的全响应。

解　设 $y(t)=Ax_1(t)+Bx_2(t)+Cf(t)$。

由已知

$$\begin{cases}A+2B+C\varepsilon(t)=6\mathrm{e}^{-2t}-5\mathrm{e}^{-3t}\\A+2B+3C\varepsilon(t)=8\mathrm{e}^{-2t}-7\mathrm{e}^{-3t}\end{cases}$$

$$C=\frac{\mathrm{e}^{-2t}-\mathrm{e}^{-3t}}{\varepsilon(t)}=5\mathrm{e}^{-2t}-4\mathrm{e}^{-3t}$$

因为当输入为 $\varepsilon(t)$，$x_1(0)=1$，$x_2(0)=2$ 时，$y(t)=A+2B+0=5\mathrm{e}^{-2t}-4\mathrm{e}^{-3t}$

当输入为 $2\varepsilon(t)$，起始状态为 0 时，

$$y(t)=0+0+2C\varepsilon(t)=2\varepsilon(t)\frac{\mathrm{e}^{-2t}-\mathrm{e}^{-3t}}{\varepsilon(t)}=2\mathrm{e}^{-2t}-2\mathrm{e}^{-3t}$$

1.7 某线性系统的起始状态为 $\{x_1(0), x_2(0)\}$，输入为 $f(t)$，全响应为 $y(t)$，且已知

(1) 当 $x_1(0)=5$，$x_2(0)=2$，$f(t)=0$ 时有 $y(t)=\mathrm{e}^{-t}(7t+5)$；

(2) 当 $x_1(0)=1$，$x_2(0)=4$，$f(t)=0$ 时有 $y(t)=\mathrm{e}^{-t}(5t+1)$；

(3) 当 $x_1(0)=1$，$x_2(0)=1$，$f(t)=\varepsilon(t)$ 时有 $y(t)=\mathrm{e}^{-t}(t+1)$。

试求下列情况下的 $y(t)$：

(1) $x_1(0)=1$，$x_2(0)=0$，$f(t)=0$；

(2) $x_1(0)=0$，$x_2(0)=1$，$f(t)=0$；

(3) $x_1(0)=0$，$x_2(0)=0$，$f(t)=\varepsilon(t)$；

(4) $x_1(0)=2$，$x_2(0)=1$，$f(t)=3\varepsilon(t)$。

解 设 $y(t)=Ax_1(t)+Bx_2(t)+Cf(t)$。

$$\left.\begin{aligned}&\text{条件(1)下：}y(t)=5A+2B=\mathrm{e}^{-t}(7t+5)\\&\text{条件(2)下：}y(t)=A+4B=\mathrm{e}^{-t}(5t+1)\\&\text{条件(3)下：}y(t)=A+B+C\varepsilon(t)=\mathrm{e}^{-t}(t+1)\end{aligned}\right\}$$

得 $A=\mathrm{e}^{-t}t+\mathrm{e}^{-t}$，$B=\mathrm{e}^{-t}t$，$C=\dfrac{-\mathrm{e}^{-t}t}{\varepsilon(t)}$。

所以(1) 当 $x_1(0)=1$，$x_2(0)=0$，$f(t)=0$ 时，$y(t)=(\mathrm{e}^{-t}t+\mathrm{e}^{-t})+0+0=\mathrm{e}^{-t}(t+1)$；

(2) 当 $x_1(0)=0$，$x_2(0)=1$，$f(t)=0$ 时，$y(t)=0+\mathrm{e}^{-t}t+0=\mathrm{e}^{-t}t$；

(3) 当 $x_1(0)=0$，$x_2(0)=0$，$f(t)=\varepsilon(t)$ 时，$y(t)=0+0+\dfrac{-\mathrm{e}^{-t}t}{\varepsilon(t)}\cdot\varepsilon(t)=-\mathrm{e}^{-t}t$；

(4) 当 $x_1(0)=2$，$x_2(0)=1$，$f(t)=3\varepsilon(t)$ 时，

$$\begin{aligned}y(t)&=2\cdot(\mathrm{e}^{-t}t+\mathrm{e}^{-t})+\mathrm{e}^{-t}t+\frac{-\mathrm{e}^{-t}t}{\varepsilon(t)}\cdot 3\varepsilon(t)\\&=2\mathrm{e}^{-t}t+2\mathrm{e}^{-t}+\mathrm{e}^{-t}t+\frac{-\mathrm{e}^{-t}t}{\varepsilon(t)}\cdot 3\varepsilon(t)=2\mathrm{e}^{-t}\end{aligned}$$

1.8 判断下列系统是否是动态系统：

(1) $y(t)=f(-t)$　　(2) $y(t)=Af(t)$

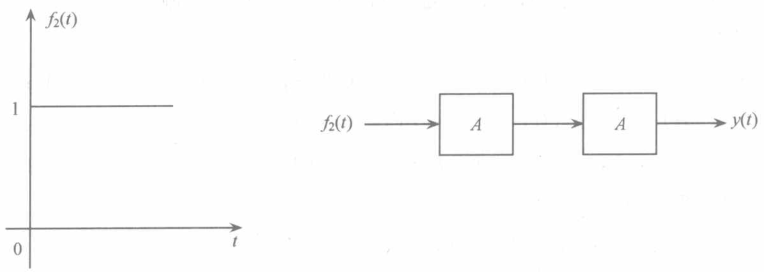
(3) $y(t)=f(t-\tau)$　　(4) $y(t)=f(at)$

(5) $y(t)=\dfrac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}$　　(6) $y(t)=\displaystyle\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\mathrm{d}\tau$

(7) 自动售货机

解　(1)、(2)、(4)、(7)为非动态系统；(3)、(5)、(6)为动态系统。

1.9　设系统 A 为一线性非时变系统，当输入 $f_1(t)=\varepsilon(t)$ 时的零态响应为 $y_1(t)=\varepsilon(t)-2\varepsilon(t-1)+\varepsilon(t-3)$ 现在把两个相同的系统 A 按题图 1.2 所示形式连接起来，试求输入为 $f_2(t)$ 时的零态响应 $y(t)$。



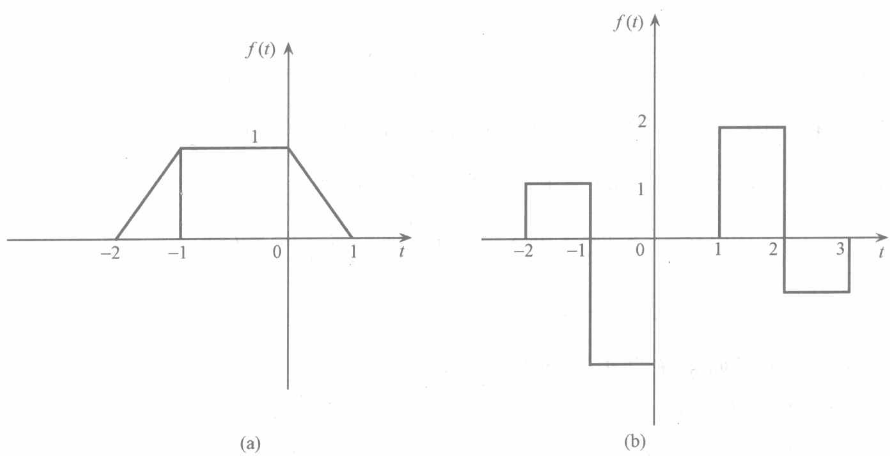
题图 1.2

解　$f_2(t)=f_1(t)=\varepsilon(t)$

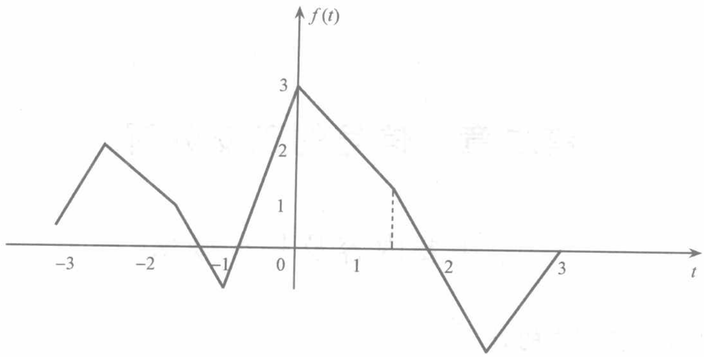
$$y_2(t)=\varepsilon(t)-2\varepsilon(t-1)+\varepsilon(t-3)=y_1(t)$$

$$\begin{aligned}y(t)=&\varepsilon(t)-2\varepsilon(t-1)+\varepsilon(t-3)-2[\varepsilon(t-1)-2\varepsilon(t-1-1)+\varepsilon(t-1-3)]\\&+[\varepsilon(t-3)-2\varepsilon(t-3-1)+\varepsilon(t-3-3)]\\=&\varepsilon(t)-4\varepsilon(t-1)+4\varepsilon(t-2)+2\varepsilon(t-3)-4\varepsilon(t-4)+\varepsilon(t-6)\end{aligned}$$

1.10　设有一线性非时变系统，输入为 $f(t)$，如题图 1.3(a)所示；零态响应为 $y(t)$，如题图 1.3(b)所示。(1) 试画出输入为 $2f(t+4)$，对应的零态响应的 $y(t)$ 波形。(2) 画出输入题图 1.4 所示信号时的零态响应的 $y(t)$ 波形。

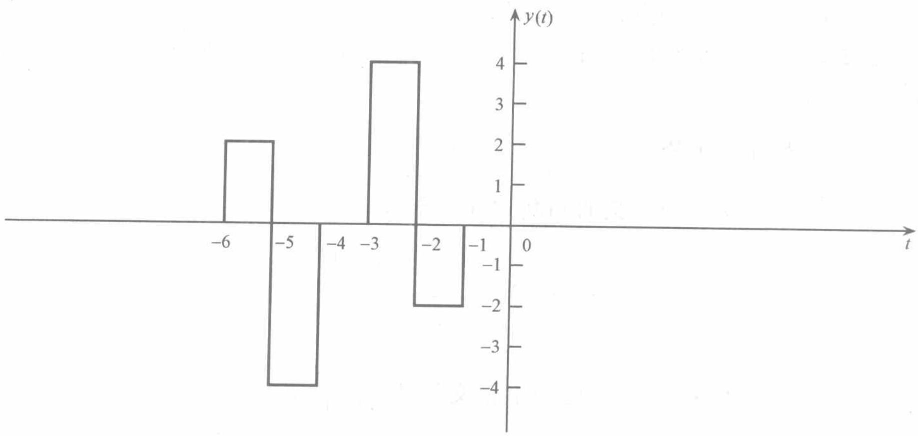


题图 1.3



题图 1.4

解　(1) 由题图 1.3(a)、(b)可得：



(2) 由题图 1.4 可得：