

高考十年畅销品牌

高考完全解读

王后雄考案

数学（理科）



课标本

丛书主编：王后雄

本册主编：马春华

6大奇迹
引发高考革命

推动复习模式全面升级

1. 国际首创：讲、例、练三位一体对照技术，颠覆传统资料的低效辅导模式！
2. 考点突破：高考重点、疑点、考点三级递进突破，扫清考试思维盲区！
3. 考向指引：统计5年高考考点频度，精准揭示高考命题规律和命题形式！
4. 典例导思：十年磨砺凝聚名师独创解题思维模板，激活考生解题思维！
5. 高考工具：高考研究专家亲授模式解题技法，教您破题和考场得分秘技！
6. 核心预测：深度揭示从常规题到高考题的变式过程，让您拥有致胜法宝！



接力出版社
全国优秀出版社

高考十年畅销品牌

高考完全解读

王后雄考案

数 学

(理科)

课标本

丛书主编：王后雄

本册主编：马春华

副主编：姚火生

编委：郑晓玲

陈 锟

刘慧杰

李 俊

马晨冉

刘国发

左建华

杨建明

章雄钢

马 赛

吴海林

杨海林

秦 俭

林 芬

张新平

周良荣



接力出版社
Jie Li Publishing House

全国优秀出版社
Jie Li Publishing House

丛书策划：熊 辉
责任编辑：李朝晖
责任校对：姜 荣
封面设计：木头羊

GAOKAO WANQUAN JIEDU
SHUXUE

高考完全解读 课标本

数 学 (理科)

丛书主编：王后雄 本册主编：马春华

*

社 长：黄 俭 总编辑：白 冰

接力出版社出版发行

广西南宁市园湖南路9号 邮编：530022

E-mail: jielipub@public.nn.gx.cn

孝感市三环印务有限责任公司印刷 全国新华书店经销

*

开本：889毫米×1194毫米 1/16 印张：25 字数：679千

2009年4月第3版 2009年4月第1次印刷

ISBN 978-7-80732-612-0

定价：40.70元

如有印装质量问题，可直接与本社调换。如发现画面模糊，字迹不清，断笔缺画，严重重影等疑似盗版图书，请拨打举报电话。

盗版举报电话：0771-5849336 5849378

读者服务热线：027-61883306

高考完全解读

——课程标准考试说明学生版

亲爱的读者，为了更好地备战实施新课程标准教材的省市的高考，我们在充分论证和研究了课改区高考新方案的基础上，围绕高中课改区高考考什么，怎样选材，以什么题型考查能力和素质等问题展开实践性的研究，终于推出了高考研究创新型成果《高考完全解读》（课标本）丛书。

作为换代性、探索性与示范性相统一的第四代新型高考复习教辅的开山之作，为了让您更充分地理解本书的特点，挑战复习的极限，请您在选购和使用本书时，先阅读本书的使用方法图示。

透视《课程标准》《考试大纲》“纲”“目”要点，锁定高考考点100%，完全覆盖高考能力测试点。

左栏讲解

《课程标准》《考试大纲》完全解密，知识、方法、能力核心要点诠释。

阐释高考《课程标准》和《考试大纲》要点，以考纲为线索对高考的重难点知识及方法进行系统地归纳提炼；以解题思路和方法为主线，给您以知识性的精讲和能力方法上的点拨。

三层解读——高考“重点难点知识”“思维要点热点”“综合创新素质”，高考解题依据、答题技巧尽在其中！

能力题型设计

依据《课程标准》《考试大纲》提出相应的题型，精心设计层次试题，编选突出试题立意、能力立意的佳题，最大限度地对高考进行科学、等值训练。

能力测试点1 Friendship, Teenagers and Growing Pain

必修模块一

能力测试点1 Friendship, Teenagers and Growing Pain

(适用于:人教版 Unit 1, 牛津版 Unit 2, 重大版 Unit 3, 冀教版 Units 1, 2, 北师大版 Unit 3)

考纲三维解读

1. 掌握下列单词用法: add, arrange, concern, experience, explain, express, figure, fortunate, forbid, introduce, improve, intend, insist, leave, leave, mature, period, present, persuade, proper, purpose, share, spare, suffer, suppose, weigh.

2. 利用归纳法学习表示“心理状态”的系列动词的用法, 扩大词汇量, 达到举一反三、事半功倍之效果; 巧用对比法学习“两难选择”的用法; 总结归纳介词 to 的用法及表示“目的”的一系列词, 这些都是基础知识, 需要牢记。

1 考点知识梳理

add v. 增加; 补充
add to 增加
add up 把……加起来
add up to 加起来总计; 等于
Please add up the figures. 请把数字加起来。
His whole education added up to no more than one year.
他所受的全盘教育加起来总共不超过一年。
Your long silence just adds up to a refusal.
你长久的沉默意味着一种拒绝。

add v. 增加; 补充
add to 增加
add up 把……加起来
add up to 加起来总计; 等于
Please add up the figures. 请把数字加起来。
His whole education added up to no more than one year.
他所受的全盘教育加起来总共不超过一年。
Your long silence just adds up to a refusal.
你长久的沉默意味着一种拒绝。

2 方法技巧平实

28. 如何区分 effect, effort 与 effort

effect n. 影响
effect n. 效果; 影响
effect n. 努力; 尽力
n. 精力; 力量

effort n. 努力; 尽力
effort n. 精力; 力量

3 综合能力创新

38. 表示心理状态的一类动词的用法

excite st. 使……兴奋
exciting adj. 使人兴奋的
excited adj. 兴奋的

excite 是及物动词, 可以用作谓语动词, 表示“使某物(某人)兴奋(另外一个人或其他)兴奋”。其形容词有-ing 和-ed 两种形式, 前者作定语或修饰对象一般为人, 后者为物。

4 能力题型设计

例题1 The Chinese astronauts Fei Junlong and Nie Haisheng were so struck by the beauty of the nature that they took lots of pictures in space.
A. / B. / the C. the D. the

例题2 The meeting was concerned the reforms and everyone present was concerned their own interests.
A. with; for B. with; with C. for; about D. about; with

例题3 The engine of the ship was out of order and the had weather the helplessness of the crew at sea.
A. added to B. resulted from C. turned out D. made up

【解析】本题考查的是动词的用法。句意为“2003年7月海空两难”。【解析】本题考查的是动词的用法。句意为“2003年7月海空两难”。【解析】本题考查的是动词的用法。句意为“2003年7月海空两难”。

右栏例释

汇集全国高考及各地名卷最新名题、原创题、能力题，与左栏知识要点相互印证。

讲例对照、双栏排版、双色凸显“解题思维”“解题依据”和“答题要点”，揭示高考命题规律，重点分析解题思路，优化解题过程，剖析高考命题技巧和答题技巧，让您站在高考命题专家的角度思考，使您的知识与能力同步增长。

深度揭示常规题到高考题的变化过程，充分揭示高考要考的内容、方法和题型转化的技巧。

点击考点

双色凸显测试要点，方便您查阅解题依据，与讲、例相互印证。

当您解题手足无措时，建议您参照提示，在左栏讲解中寻找解题依据和思路。

答案全解全析

以高考“标准答案”为准，解题科学、典范，帮您养成规范答题的良好习惯，使您在高考答题中避免不必要的失分！

谨此，祝您在高考中考出好成绩！

丛书主编：王后雄



备考指南

2010年高考题型预测与答题技术指要

一、高考命题特点和趋势

随着新课程标准的实施,高考改革也必然随之而来,由于教材即将“一标多本”,因此高考也不可能“一卷考天下”.加之各地教育发展水平本来就不平衡,近千万考生同一卷风险太大等因素,高考改革势在必行.综合分析近两年各地高考试题,可总结出如下特点和趋势.

(一)立足基础,突出考查主干知识——主旋律

理科多数试题很多是源于教材,是对课本例题、习题的加工、引申而来的杰作.它们考查的是基本概念与基本公式:子集、二项式定理的通项公式、充要条件、共轭复数、向量的数量积与平移公式、球的截面与体积公式、概率计算公式、余弦定理、分层抽样、椭圆的基本定义、圆的参数方程、导数的几何意义等,试题不偏不怪不奇,都是“平庸”题和“热”题.还有考查基本运算法的,如:解线性规则、求极限、求导数、求概率分布列、期望与方差、三角函数的基本化简等.也有考查考生基本技能的,试卷在平平淡淡中考出学生的功底.

在考查基础的同时,试题仍然突出了“对于支撑学科知识体系的重点内容,要占有较大的比例,构成试卷的主体”的原则,涵盖八大主干知识:函数、数列、不等式、三角函数、立体几何、解析几何、概率与统计(排列组合)、导数与应用等广泛涉及,重点内容重点考,平均分值约123分,占全卷90%左右,知识点和能力综合自然,考查全面而又深刻.

(二)由易到难、渐次深入,合理设计试卷结构——风格化

试卷继承了近4年各省自主命题的成功经验,继续保持了其整体“平稳简洁,新巧适度,知能并重,常中见新,平中见奇”的模式和“选择题简洁平稳,填空题难度适中,解答题层次分明,新旧知识相互融合”的风格.与2007年卷比较变化很小,题型设计乃至题干表述上都力求保持原有风格.

试卷设置由易到难,低起点,宽入口,渐次深入,适度起伏,螺旋上升,多题压轴的格局,文科全卷基本呈现出由易到难,坡度平缓,线性递增排列.今年命题均坚持从基础知识、基本方法、重点内容出发编制试题,体现化归思想和模式识别的解题策略.难度有所降低,增加了考生的信心,利于考生发挥自己的正常水平.

(三)注重思想方法的考查,加大试题的区分力

度——主导化

数学思想和数学基本方法蕴含了数学基础知识,表现为数学观念,它与数学知识的形成同步发展,同时又贯穿于数学知识的学习、理解和应用过程.因此,数学解题的过程是个体思维能力作用于数学活动的心理过程,考生的切入点不同,运用的思想方法不同,就体现出不同的思维水平.

试卷非常注重数学的通性通法,淡化特殊技巧,较好地体现了以知识为载体,以方法为依托,以能力为考查目的的命题指向.全卷没有直接考查纯记忆的陈述性知识,而是注重考查在陈述性知识基础上的程序性知识,比如数学知识间的相互联系、数学思维方法等.文、理科试卷既涉及观察法、消元法、比较法、排除法、反证法、归纳法、割补法、放缩法等具体方法,也涉及主要数学思想:函数和方程思想、分类与整合思想、数形结合思想、转化和化归思想、有限与无限思想、或然与必然思想、特殊与一般思想等.

(四)重视理性思维,凸现学科能力,甄别数学素质——本质化

其一,体现了在知识交汇点处和能力的交叉区内命题的思想.

试卷选择题、填空题坚持低起点,知识点与障碍点、陷阱点与关卡点协调处理,既保证一定的覆盖率,又实现了难度的逐渐提升.试卷对数学概念和数学公式的考查,不囿于概念和公式的表面理解和简单识记,而是着眼于对概念和公式的本质理解和对应模式的识别,着眼于与其他知识点交叉进行,体现了在知识交汇点处和能力的交叉区内命题的思想.例如:(1)运用解不等式组求函数定义域,与函数不等式紧密相连;(2)向量与三角连接;(3)解析几何与函数、方程及不等式的解法综合;(4)将等差数列性质与指数函数的运算性质相结合,自然和谐.

各地试题设计力求平常中不失灵活脱俗,精巧别致,涵盖丰富,体现了数学理性思维的特点.整卷通过情景交融、知识交汇、方法交织和能力交叉来考查与甄别考生的数学学科能力.

其二,突出考查四种能力(逻辑思维能力、运算能力、空间想象能力、分析问题和解决问题能力),以逻辑思维能力为核心,增加思考量,控制计算量.

其三,各地试卷较好地处理了运算能力与逻辑思

维能力的关系。

两种能力本身相互交织,彼此依托,互为支撑。试卷没有繁、难、偏、怪的运算,贯彻了“少考一点计算,多考一点思维”的原则,但是对运算基本功要求还是较高的。

(五)深化能力立意,展现创新意识空间——理念化

创新意识是指对新颖的信息、情景和设问,选择有效的方法分析信息,综合与灵活地应用所学知识、思想和方法,独立地思考、探索和研究,提出解决问题的思路,创造性地解决问题。高考命题走过了从“知识立意”到“问题立意”直至“能力立意”的历程,文理卷题型、结构稳定,立意朴实,与去年一样,今年试卷仍显成熟的气质,新旧相宜,刚柔相济。传承中折射创新,平和中不乏亮点。具体表现有:常规问题推陈出新;信息迁移题新旧融合;探索问题动态考查。

1. 常规问题推陈出新

2. 探索问题动态活跃

(1) 归纳探求型。

(2) 探索存在型。

(六)选材贴近生活实际,强调数学知识应用——素质化

解答应用题,是分析问题和解决问题能力的高层次表现,也是对实践能力的主要考查形式。各地命题时坚持了“贴近生活,背景公平,控制难度”的原则。今年所有应用选材更贴近考生生活,而且加大了应用题的考查力度。

各地应用题主要考查学生根据实际问题建立数学模型,以及运用函数、不等式等知识解决实际问题的能力。用重要不等式来解决应用题,属“原生态”题型,吻合于备考重点。其背景生活气息浓厚,贴近考生实际,既打破近几年文科应用题模式,又为今后高中新课程关于函数模型及其应用的内容提前做了准备。

(七)新旧内容有机整合,突出考查新增内容的工具作用和应用功能——工具化

平面向量、简易逻辑、线性规划、概率与统计、导数及其应用、极限与导数等新增内容,是当今命题“新宠”。各地试卷仍坚持对新增内容的考查力度,支持课程改革。

对新增内容,在考查基本知识和技能的基础上,从新旧内容结合点处入手,着重考查运用新增内容分析和解决传统知识生成的问题的能力,充分体现新增内容的基础性、工具性和应用性的功能价值。如向量在立体几何与解析几何、导数在函数及不等式等中应用频繁就是例证。与2007年对比,代数、立体几何、解析几何、新增四大块考核内容的考查比例有少许变化。

(八)严格控制文科试题的绝对难度,有效调控和平衡文理差异——人文化

今年的试题编排布局自然合理,适合学生口味。试

题的表达方式与语言叙述尽可能与教材保持一致,试题情景交融,知能并重,符合数学教育规律,有利于减轻学生负担,人文关怀跃然纸上。命题专家非常注重社会与广大师生的反馈与建议:部分理科题难度偏大,进一步调控文科难度,切实平衡文、理试卷的难度差异。因此,各地命题专家在出题时根据文理科考生的思维水平不同的特点,理科试卷注重考查数学推理和理性思维,文科试卷则侧重于常用的推理方法和数值计算,采用“增加容易题,减少把关题,降低入口试题难度”的做法,在保证有效区分的前提下降低了文科试题的绝对难度。

二、领悟试题精髓,启迪备考思路

(一)感悟高考评分细则

结合自己多次参加阅卷的体会,笔者认为高考评分细则有如下特点:(1)强调解题自然性。按最常见的思维所呈现解题过程,分步给分,分段给分。(2)强调解题的规范性。解答题必须有必要的文字叙述,数值计算,语言转换,逻辑推理过程,书写条理易辨认。(3)强调解题的思维性:解题过程能够呈现考生的不同思维层次,如对概念的理解,公式的应用,数学思维和方法的展示等,都能反映学生能否抓住“采分点”。(4)阅卷的可操作性(分段要适度)。(5)评分细则的制订具有科学性和民主性,注意结合现实的考情。(6)评分细则透露出极强的人文性:许多细节如笔误,化简不到位,题目答错位置等处理,都酌情给予宽容。(7)解答题应尽量平衡不同解法的评分标准,严格控制偏差。对试题的圆满解答而言,不同的解法当然等价,但是中间出现失误,未能圆满完成解答时,参照不同解法进行评分,就容易出现偏差。为此,在制定不同解法的评分标准时,就必须做好彼此间的平衡,关键在于采分点的确定,力求合理与等价。

(二)关注答卷中主要问题

通过高考阅卷,发现考生出现问题最多的地方即拉开考生差距的地方,恰恰是因为对基础知识理解不透,掌握不牢,运用不当造成的,也有考试的心理控制能力与答题习惯等原因。答卷上反映的主要问题有:

1. “三基”掌握不到位,认知结构欠完善

(1)常用公式不准确:向量平移公式;二项式定理的通项公式;概率公式;求导法则等。(2)基本技能和基本方法不熟练:立体几何证线面关系的传统推理方法不熟,空间向量法不透彻。

2. 运用能力低,思维不缜密,缺少必要过程

运算能力低,计算失误多,计算程度慢,造成隐性失分或者推理不严谨,不写必要的步骤,如立体几何题证明不反映所用定理的要素就草草而就。如多省市的考题运用导数来探求函数单调性与求最值时,不讨论区间,直接由驻点得到答案等,导致答题“会而不对,对而不全”。

3. 综合能力不足,运用能力较差

对解析几何题不能合情推理,不精打细算得分,遇到阻碍,立马放弃;综合论证题不力所能及,不会找考点,求导数,找特殊情形,不会“跳步作答”等巧得分.

4. 时间分配不科学,前松后紧

5. 答题不规范,答题位置出错

6. 应变能力较弱,心理素质不强

原因:由于高考的气氛紧张,压力大,考生难以静心思考、有序运算,见解析几何与综合题就畏惧,放弃不做的现象突出. 考生如何临场做到“不抛弃,不放弃”,值得研究.

(三) 重视“三基四能五思想”,抓主干知识,加强知识网络化和横向联系

“三基”:基本概念(如充要条件、反函数);基本公式(如向量平移公式与数量积公式、二项式定理、复数的除法法则、求导法则等);基本技能(数列的求和方法,导数法求最值等). 不少考生在这里出错或耽搁大量时间,成为直接失分点或稳性失分点. 建议:回归教材,梳理并织成知识网络,形成技能,基础训练讲究“严”:态度严肃,作风严谨,要求严格. 要明白:掌握知识是前提,反复练习是基础,培养技能是标志.

“四能”:逻辑思维能力、运算能力、空间想象能力、分析问题和解决问题能力(实践能力和创新意识),其中逻辑思维能力是核心.

五种主要思想方法有:函数与方程,化归与转化,分类与整合,数形结合(有限与无限),特殊与一般. 可以作为解题手段的基本方法有:代数变换、几何变换、逻辑推理三类. 代数变换有:配方法、换元法、待定系数法、公式法、比值法等. 几何变换有:平移、对称、延展、放缩、分割、补形等. 逻辑推理主要有:综合法、分析法、反证法、枚举法和数学归纳法. 对这些数学思想方法,要注意弄清它们的主要表现、基本步骤和注意事项.

华罗庚教授倡导“薄—厚—薄”的学习方法,即把零散知识结成链,形成系统. 如学习重要不等式:若 $a, b \in \mathbf{R}$ 则 $a^2 + b^2 \geq 2ab$ 联系

$$\textcircled{1} \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} (a, b \in \mathbf{R}^+);$$

$$\textcircled{2} \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} (a, b \in \mathbf{R}^+);$$

$$\textcircled{3} a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca (a, b, c \in \mathbf{R}),$$
$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq \left(\frac{a+b+c}{3} \right)^2;$$

$$\textcircled{4} \frac{a^2}{b} \geq 2a - b (b > 0);$$

$$\textcircled{5} (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2;$$

$$\textcircled{6} \lambda a^2 + \frac{b^2}{\lambda} \geq 2ab (\lambda > 0) \text{ 等.}$$

高考试题题量有限,而考点很多,许多题目均涉及多个知识点的整合. 因此,复习时,对知识交叉点问题

要加强训练,对综合性问题可以分拆为几个简单问题,弄清题意,寻找切入点、突破口. 复习时要注意:函数、不等式与导数知识的整合;函数与数列链接;数列与不等式融合;向量与三角函数;向量与平面几何;向量与立体几何、解析几何等广泛融合,仍是高考的热点,值得研究.

(四) 养成良好的学习习惯

1. 要独立思考

学习数学不能仅依赖于教师,要平时多思善变. 提倡三种思考模式:纵向探究思考,如知识点的延伸,题目结论的扩充等;逆向思考,如一题多变;多维思考,如一题多解等. 在思考问题时,可以问一问:“是什么?为什么?还有什么?”这是一个好的学习程式.

2. 注重规范与细节

(1) 数学符号与语言表示、计算过程、逻辑推理要严谨,防止结果不化简,语言表达不规范等现象;(2) 数学推理及计算过程要完整,应用题建模与还原过程要清晰,概率题要有公式及必要文字叙述等;(3) 减少不必要的笔误,合理安排卷面结构,几何图形作图、建系要直观. 要记住:好的习惯有利于高考取得好成绩.

3. 勤归纳多总结,查漏补缺是关键

归纳要点,总结失误,寻找知识上的盲点、能力上的弱点、方法上的疵点,追求“做中学,学中思,思中悟”. 学生复习时要备有“典型例题本”与“错题本”,要经常搜集一些新题、好题,借鉴其思路,整理出套路并加以运用;对做过的“错题”,适时反刍,不断汲取新知识,巩固基础. 相信学生通过调整心态——充实知识——整理思路——巩固成果——提高成绩,定会水到渠成,大有收获.

(五) 研究考纲和高考试题,把握复习重点和方向,时常反思学习实际

仔细研读考纲与补充说明,找出变化,领会精神实质:考纲题型化是关键.《新课程标准》对高考的影响越来越突出,因此,我们要对采用新课标命制的试卷(广东卷,山东卷,海南宁夏卷,江苏卷)进行研究,找出规律.

“为学之道在于悟”. 针对新课标、新形势,要求我们要更仔细研究考试说明,注重标高,减少盲目性,加强针对性、实效性的学习,选择适当的好题、新题,刺激我们的思维风暴;关注题型的发展,加强知识纵横联系,多元交汇.

(六) 领会高考自主命题原则,关心高考新走向

1. 命题原则

高考数学命题以《考试大纲》为依据,科学地考查考生继续学习所应具备的数学素养和潜能,注重对数学本质理解的考查,为高校录取新生提供有效的数学成绩. 试题要求:

(1) 贴近中学数学, 结合中学数学知识、思想方法和能力.

(2) 贯彻新课程的理念, 符合现行中学课程实际, 有利于推行命题改革.

(3) 试题立意朴实, 但又不失新颖, 选材寓于教材, 而又高于教材(无偏题、怪题). 既支持中学现行新课程下的数学教学改革, 又有利于稳定中学的教学秩序.

2. 命题趋势

(1) 遵循《考试大纲》与《考试说明》.

(2) 研究考生特点, 控制试题难度.

① 调控文科难度, 切实平衡文、理科试卷的难度差异.

② 控制试卷入口的难度及每种题型入口的难度.

③ 较难的解答题采取分步设问, 分步给分的设计方法.

④ 控制新题型的比例.

⑤ 控制较难题的比例.

(3) 全面、综合测试基础知识, 重点考查新增内容.

在全面考查的前提下, 重点考查高中数学知识的主干内容, 如函数、不等式、数列、直线与平面、圆锥曲线. 考查新增的内容: 平面向量、概率与统计、极限与导数.

(4) 突出理性思维, 倡导通性通法.

(5) 科学地考查数形结合、方程思想、分类讨论的思想等.

(6) 科学处理数学创新能力, 突出数学核心能力.

试题既要重视对逻辑思维能力、计算能力、空间想象能力、分析问题和解决问题能力等核心数学能力的考查, 同时又要利用立意创新、结构创新、背景创新的题来突出考查考生的创新能力.

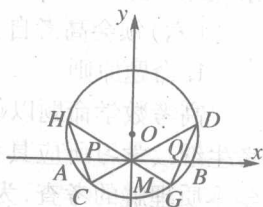
(7) 坚持科学的教育观, 辩证考查数学应用.

数学学科的价值不仅体现其广泛应用性的一面, 更体现在其基础性、理性的一面. 忽略其应用性将不利于中学数学教“有用的数学”, 会使数学学习不够完整, 分析解决问题的能力有所欠缺. 但过分强调数学的实际应用, 则又会导致对数学基础理论和理性思维的削弱. 因此选择合适素材恰当地考查以数学知识作为工具解决其他学科或实际中的应用题非常重要.

3. 高考命题立意的三个过程: 知识立意——问题立意——能力立意

命题中的著名问题: 伯努利不等式; 容斥性原理; 杨辉三角等研究与拓展.

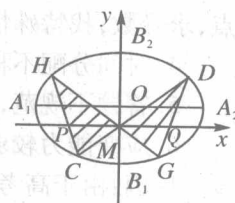
蝴蝶定理: 如图, M 是 $\odot O$ 的弦 AB 的中点, CD 、 GH 是过 M 点的两条弦, 连接 CH 、 DG 分别交 AB 于 P 、 Q 两点,



则 $MP = MQ$. “蝴蝶定理”的美名, 广为流传.

例: 2003 年北京卷(理)

如图, 椭圆的长轴 A_1A_2 与 x 轴平行, 短轴 B_1B_2 在 y 轴上, 中心为 $O(0, r)$ ($b > r > 0$).



(1) 写出椭圆的方程, 求椭圆的焦点坐标及离心率;

(2) 直线 $y = k_1x$ 交椭圆于两点 $C(x_1, y_1)$, $D(x_2, y_2)$ ($y_2 > 0$), 直线 $y = k_2x$ 交椭圆于两点 $G(x_3, y_3)$, $H(x_4, y_4)$ ($y_4 > 0$),

$$\text{求证: } \frac{k_1 x_1 x_2}{x_1 + x_2} = \frac{k_2 x_3 x_4}{x_3 + x_4}.$$

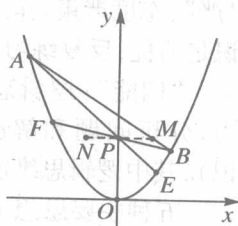
(3) 对(2)中的 C 、 D 、 G 、 H , 设 CH 交 x 轴于点 P , GD 交 x 轴于点 Q , 求证: $|MP| = |MQ|$ (证明过程不考虑 GH 或 GD 垂直于 x 轴的情形).

本题是以平面几何中著名的“蝴蝶定理”为背景改造, 是“蝴蝶定理”在椭圆中的推广:

下面是“蝴蝶定理”在抛物线中的推广:

2008 年江西卷文科 22 题:

已知抛物线 $C: y = x^2$ 和三个点, $M(x_0, y_0)$ 、 $P(0, y_0)$ 、 $N(-x_0, y_0)$ ($y_0 \neq x_0^2, y_0 > 0$), 过点 M 的一条直线交抛物线于 A 、 B 两点, AP 、 BP 的延长线分别交曲线 C 于 E 、 F .



(1) 证明 E 、 F 、 N 三点共线;

(2) 如果 A 、 B 、 M 、 N 四点共线, 问: 是否存在 y_0 , 使以线段 AB 为直径的圆与抛物线有异于 A 、 B 的交点? 如果存在, 求出 y_0 的取值范围, 并求出该交点到直线 AB 的距离; 若不存在, 请说明理由.

四色问题:

例: 如图, 一个地区分为 5 个行政区域, 现给地图着色, 要求相邻地区不得使用同一颜色, 现有 4 种颜色可供选择, 则不同的着色方法共有 _____ 种(以数字作答).



(七) 关注试题变化与创新

高考试题稳定, 表现在: (1) 命题重点不会变: 主干知识为主, 适当交叉整合. (2) 命题特色不会变: 合理调控难度, 坚持变角度、多层次的考查. (3) 命题导向不会变: 能力立意, 考查能力与数学素养.

创新是高考命题的一个永恒的主题. 近几年, 高考在注重基础知识考查的同时, 加大了应用性和能力型试题的份量, 其标志是: 每年都有一些背景新颖、内涵深刻的试题出现.

1. 知识内容出新: 可能表现为高观点题; 避开热点问题、返璞归真. 高观点题指与高等数学相联系的问题.

题,这样的问题或以高等数学知识为背景,或体现高等数学中常用的数学思想方法和推理方法.高观点题的起点高,但落点低,即“高题低做”,回顾近年来的试题,那些最有冲击力的题,往往在我们的意料之外,而又在情理之中.

2. 试题形式创新:可能表现为题目情景的创设、条件的呈现方式、设问的角度改变等题目的外在形式创新.

3. 解题方法求新:主要指用教材中的导数、向量方法解决问题.

4. 试题“六化”:实际问题数学化;高等数学初等化;学科问题综合化;问题内容创新化;形式结构开放化;自主探究课题化.

(八)应注意提高几种能力

如前所说,既然高考试题强调能力立意,我们当然要提高各种能力,高考数学考试的能力要求可归纳为思维能力、运算能力、空间想象能力、实践(应用)能力和创新意识五个方面.那里所强调的是几个大方向的能力,这里从“小处”着眼提出应注意提高的几种能力.

1. 审读能力

审题是解题的第一步,而审题是否正确就看你的阅读理解能力,对于常规题,尚还好说,而对于即时定义题和背景新颖从未谋面的试题,则需集中全部的注意力进行字斟句酌地审题.这就是审题阅读能力,简称审读能力.

首先要消化题意,能具体化的要一步步地具体化.题中有实例套用的要通过套用实例来理解题意.

例如:(上海卷高考题)用 n 个不同 $1 \ 2 \ 3$ 的实数 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 可得到 $n!$ 个不同的 $1 \ 3 \ 2$ 排列,每个排列为一行,写成一个 $n!$ 行 $2 \ 1 \ 3$ 的数阵,对第 i 行 $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}$, 记 $b_i = 2 \ 3 \ 1$ $-a_{i1} + 2a_{i2} - 3a_{i3} + \dots + (-1)^n a_{in}$, $i = 3 \ 1 \ 2$ $1, 2, 3, \dots, n!$. 例如:用 $1, 2, 3$ 可得数阵如 $3 \ 2 \ 1$ 右图,由于此数阵中每一列各数之和都是 12 , 所以 $b_1 + b_2 + \dots + b_6 = -12 + 2 \times 12 - 3 \times 12 = -24$. 那么,在用 $1, 2, 3, 4, 5$ 形成的数阵中, $b_1 + b_2 + \dots + b_{120} =$ _____.

解析:先套用题中 $1, 2, 3$ 组成的数阵,每一列的和都是 $A_2^2(1+2+3) = 12$, $3! = 6$, 由 b_i 的定义知 $b_1 + b_2 + \dots + b_6 = -12 + 2 \times 12 - 3 \times 12 = -24$. 于是对于 $1, 2, 3, 4, 5$ 形成的数阵,因 $5! = 120$, 每一列各数之和为 $A_4^4(1+2+3+4+5) = 360$, 所以 $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{120} = -360 + 2 \times 360 - 3 \times 360 + 4 \times 360 - 5 \times 360 = 360(-1+2-3+4-5) = -1080$.

题中有具体函数的宜套用具体函数.

2. 估算能力

对于高考试题中的选择题,有的题本身就只需要估算,不必精算,有的题是不便于精算或时间不允许精算.因此,估算能力对提高解题速度,争取时间是十分重要的.

例如:(江苏高考题)若 $3^a = 0.618$, $a \in [k, k+1]$, 则 $k =$ _____.

解析: $\because 3^{-1} < 0.618 < 1 = 3^0$, $\therefore -1 < a < 0$. 又 $a \in [k, k+1]$, 故 $k = -1$.

又如:(湖北高考题)若 $0 < x < \frac{\pi}{2}$, 则 $2x$ 与 $3\sin x$ 的大小关系是().

- A. $2x > 3\sin x$ B. $2x < 3\sin x$
C. $2x = 3\sin x$ D. 与 x 的取值有关

解析:由 $(2x - 3\sin x)' = 2 - 3\cos x$ 在 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ 内的正负不确定知,四个选项中应选 D.

这种估算比有的资料中先求出导数为 0 的点 $x = \arccos \frac{2}{3}$, 再由函数的增减性判定或分别作出 $f(x) = 2x$, $g(x) = 3\sin x$ 的图象,再求两图象的交点的图象解法不知要节省多少时间,这就是我们强调的“时效”意义.

3. 数形结合与构图能力

数学思维的主要形式是逻辑思维,由于逻辑思维的严谨性,解选择题或填空题时特别费时费事.而数形结合思想有时能对研究的问题给出合理的几何模型,以最积极、最活跃、最具创造性的方式予以解决,产生了一种多快好省的最佳时效.

例如:(上海高考题)设定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数

$$f(x) = \begin{cases} |\lg|x-1||, & x \neq 1, \\ 0, & x = 1, \end{cases}$$

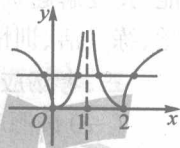
则关于 x 的方程 $f^2(x) + bf(x) + c = 0$ 有 7 个不同实数解的充要条件是().

- A. $b < 0$ 且 $c > 0$ B. $b > 0$ 且 $c < 0$
C. $b < 0$ 且 $c = 0$ D. $b \geq 0$ 且 $c = 0$

解析:这又是选择题的最后一道题.方程 $f^2(x) + bf(x) + c = 0$ (*) 是关于抽象函数 $f(x)$ 的一元二次方程,由于 $f(x)$ 的图象如右图所示,令 $y = t > 0$ 时,直线 $y = t$ 与图象有 4 个交点.即方程(*)若有两个正根,则应有 8 个 x 的值与之对应.今只有 7 个根,故(*)有一个正根,一个零根,故 $c = 0, b < 0$, 选 C.

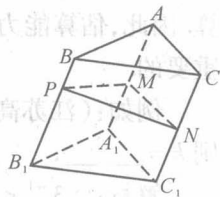
4. 自主探究能力

现行的考试大纲在创新意识中明确指出“对数学



问题的观察、猜测、抽象、概括、证明是发现问题和解决问题的重要途径”。高考试题的创新,不光是体现在试题的情境设计上,更重要的是体现在思维的价值水平上。

例如:(上海春招题)如右图,点 P 为斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱 BB_1 上一点, $PM \perp BB_1$ 交 AA_1 于点 M , $PN \perp BB_1$ 交 CC_1 于点 N 。



(1) 求证: $CC_1 \perp MN$;

(2) 在任意 $\triangle DEF$ 中有余弦定理: $DE^2 = DF^2 + EF^2 - 2DF \cdot EF \cdot \cos \angle DFE$. 拓展到空间, 类比三角形的余弦定理, 写出斜三棱柱的三个侧面面积与其中两个侧面所成的二面角之间的关系式, 并予以证明。

答案: $S_{ABB_1A_1}^2 = S_{BCC_1B_1}^2 + S_{ACC_1A_1}^2 - 2S_{BCC_1B_1} \cdot S_{ACC_1A_1} \cdot \cos \alpha$, 其中 α 为平面 BCC_1B_1 与平面 ACC_1A_1 所成的二面角。

(九) 能力培养要落到实处

考查能力是高考的基点和永恒主题. 数学能力可以在数学知识学习过程中自发形成和发展. 在平时授新课、概念课及习题课教学中, 在学好基础的同时, 教师要有意识地把数学教学过程转化为数学思维活动的过程. 解题教学要增强互动性, 充分调动和展示学生思维活动的过程, 杜绝“重结论轻过程”. 让学生真正动手、动脑于知识发生、发展、深化和问题的发现、分析、解决的全过程中, 逐步积累解题经验, 提高综合能力。

数学高考绝大部分分数要靠运算而获得. 高考历来都很重视运算能力的考查. 平时习题教学中要引导学生根据题设条件, 合理运用概念、公式, 选择算理、算法, 提高运算速度和运算准确性. 切忌只讲结果, 不板书运算过程. 还要适当注意近似计算、心算、估算, 从高一至高三都要坚持运算能力的培养。

(十) 经典例题、习题要重点关注

多研究教材中的典型例题、练习、习题. 多关注近几年全国及各省市的高考试题, 特别是一些经典题目所体现出来的对提高思维能力的作用. 精选例题、训练题, 不搞“题海战术”. 努力在平时学习中变式出这样的原创题, 立足于如何提高自身分析问题、解决问题的能力. 变解题训练为思维训练, 变最后模拟训练为找感觉、练灵活、训悟性。

三、考场应试技巧和策略

(一) 按照顺序解题

数学试卷发下来后, 先按要求在指定位置上填上准考证号、姓名等, 再略花三、五分钟浏览一下试卷的长度、题型以及题数, 但尽量不去想这份卷子的难易, 然后马上投入到答题中去. 命题人员对题目的安排一般是先易后难, 因此可按照顺序答题. 但碰到个别难题或解题程序繁琐而又分数不多的题目, 实在无法解决

时则不应被缠住, 此时应将其撂下, 避免耽误时间, 影响信心。

(二) 认真审清题意

审题时不能急于求成、马虎草率, 必须理解题意, 注意题目中关键的字、词、句. 从历届学生考试情况来看, 审题常见的错误有: 一是不看全题, 断章取义. 部分同学喜欢看一段做一段, 做到后半题时才发现前半题做错了, 只得从头再来. 须知, 一道数学题包含了完整的内容, 是一个整体. 有的句与句之间有着内在的联系; 有的前后呼应, 相互衬垫. 所以必须纵观全题, 全面领会题意. 二是粗心大意, 一掠而过. 如许多考生把不可能看成可能, 把由大到小看成由小到大, 把多项式看成单项式, 把不正确看成正确, 把强弱顺序看成弱强顺序而答错. 三是误解题意, 答非所问. 四是审题不透, 一知半解. 许多同学见到新情境题目, 内心紧张, 未能全面理解题意。

(三) 根据要求回答

近几年高考中出现很多考生不按要求答题而失分的现象. 如把答案写在密封线内, 阅卷时无法看到答案而不给分; 如要求求单调减区间, 有的同学增减区间都求出来. 如果增区间求错反而会扣分。

(四) 要科学规范答题

多数省已实行网上评卷. 规范的过程、工整的字迹、清洁的卷面会使评卷老师赏心悦目, 获得评卷教师的赞赏, 也容易得较高的分数. 如 2007 湖北理 18(1)、文 17(1), 立体几何中证 $AB \perp$ 面 VCD 时, 评分标准制定两个垂直各 2 分, 1 个相交 1 分、结论 1 分. 可见证明过程要严格依据线面垂直的判定定理. 在高三复习训练中要注意训练严谨的推理和规范的表达习惯, 以减少不必要的失分。

总之, 高考是考生综合素质检阅的舞台, 高考是考生在知识、能力、情感三维坐标上的大比拼. 注重情商: 意志品质、心理承受力及交流交往能力的培养. (1) 调适心理, 增强信心; 创造宽松的应考心境, 静能生慧. (2) 重点复习, 查缺补漏; 针对错题, 反思病因; 重视规范表达, 防止出现“会而不对, 对而不会”的现象. (3) 注重答题策略: ①六先六后: 先易后难、先熟后生、先同后异、先小后大、先点后面、先高后低. ②审题要慢, 解答要快. ③难题可缺步解答, 也可以跳步解答. ④以退为进, 立足特殊, 发散一般. 在艰苦学习中, 学生要调整好心态, 寻找兴奋点, 对原有知识结构进行重组, 充分释放自身的潜能, 争取更大的胜利. 以一言蔽之, 就是要树立新理念, 应用科学方法, 以平和的心态理性面对高考。

必考部分

板块1 集合

能力测试点1 集合的概念及运算 1

元素与集合的含义/集合中元素的特征/常用集合的表示法/元素与集合、集合与集合之间的关系/集合的运算/集合运算的性质/几个常见的结论/集合表示的图示法/集合的开放性问题

板块2 常用逻辑用语

能力测试点2 命题及其关系、充分条件与必要条件 4

命题/四种命题及其关系/充分条件和必要条件/四种命题之间的关系/充分条件、必要条件常用判断法/充要条件的证明

能力测试点3 简单的逻辑联结词、全称量词与存在量词 7

逻辑联结词/全称量词与存在量词/判断复合命题的真假/利用复合命题的真假求参数的取值范围/全称命题与存在性命题真假的判断/含有一个量词的命题的否定/反证法

板块3 函数的概念与基本初等函数 I
(指数函数、对数函数、幂函数)

能力测试点4 函数与映射 11

函数的概念/映射的概念/映射个数的确定/分段函数/复合函数/建立实际问题的函数关系式

能力测试点5 函数的解析式与定义域 15

函数的解析式与定义域/求函数的定义域/求函数的解析式常见类型及方法/求复合函数的定义域/已知函数的定义域,求参数的取值范围/利用分类讨论的思想方法,求含有参数的解析式的定义域

能力测试点6 函数的值域与最值 18

值域的概念和常见函数的值域/函数的最值/求函数值域和最值常用的方法/已知函数的值域,求函数中待定字母的取值范围

能力测试点7 函数的单调性 21

函数的单调性/单调区间/一些基本函数的单调性/函数单调性的证明方法/判断函数单调性的常用方法/抽象函数的单调性/关于函数 $f(x) = x + \frac{a}{x}$ ($a > 0$) 的单调性及应用/复合函数的单调性/函数单调性的应用

能力测试点8 函数的奇偶性 25

奇、偶函数的概念/奇函数、偶函数的图象对称关系/判断函数

奇偶性的一般方法/函数奇偶性与函数单调性的综合应用/函数奇偶性的应用/奇偶性与周期性的关系

能力测试点9 函数的图象 28

函数图象/函数图象的基本作法/图象变换的四种形式/识图/用图/函数图象的对称性

能力测试点10 二次函数 31

二次函数的解析式/二次函数的图象与性质/二次函数在闭区间上的最值/一元二次方程根的讨论/二次函数的综合应用

能力测试点11 指数函数 35

指数/指数函数的图象与性质/指数方程的类型及解法/与指数函数有关的复合函数问题/指数函数的综合问题

能力测试点12 对数函数 39

对数/对数函数的图象和性质/反函数/对数函数的性质在比较对数值大小中的应用/求与对数函数相关的复合函数的单调区间/对数方程的类型及解法/对数函数的综合问题

能力测试点13 幂函数 43

幂函数的概念/幂函数的图象和性质/幂函数的性质推广/幂的大小比较/与幂函数有关的综合问题

能力测试点14 函数与方程 46

方程的根与函数的零点/二次函数与一元二次方程/用二分法求方程的近似解/零点的求法及零点的个数/函数零点个数[方程 $f(x) = 0$ 的实根个数]的确定方法/利用二分法求方程近似解的方法/一元二次方程根的讨论/函数与方程的思想

能力测试点15 函数模型及应用 49

解决应用问题的三个步骤/几类不同增长的函数模型/几种常见函数的模型/模拟函数/函数建模研究

板块4 基本初等函数 II (三角函数)

能力测试点16 三角函数的概念,同角三角函数的关系和诱导公式 53

角的概念的推广/弧度制/三角函数的定义及符号/同角三角函数的基本关系式/诱导公式/常用角的集合表示法/应用诱导公式需注意的几个问题/三角函数式的化简与求值的方法/三角恒等式的证明/运用三角函数的两种定义(坐标、三角函数线)解综合题/同角关系式运用的方法与技巧/诱导公式在三角形中的应用

能力测试点17 三角函数的图象与性质 60

正弦、余弦、正切函数的图象与性质/求三角函数的定义域的方法/求三角函数值域的常用方法/三角函数周期的求法/三角函数的奇偶性/三角函数的单调性/正、余弦函数值之间的大小关系在单位圆内的分布图/三角函数与函数、数列、不等式的综合题/三角函数性质的综合问题

能力测试点 18	$y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象及三角函数模型的简单应用	65
“五点法”作 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0$) 的简图/变换作图法作 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0$) 的图象/函数 $y = A\tan(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0$) 的性质/给出图象上的点, 求解析式 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ /三角函数模型的常见应用/三角函数图象与性质的综合问题/函数图象的应用		

板块 5 平面向量

能力测试点 19	平面向量的基本概念及线性运算	70
向量的基本概念/向量的加法与减法运算及几何意义/实数与向量的积/一个向量与非零向量共线的充要条件及应用/由几个向量表示某个向量的方法/学科之间的综合: 向量在物理中的运用		

能力测试点 20	平面向量的基本定理及坐标运算	75
平面向量的基本定理/平面向量的坐标表示及运算/向量平行的充要条件的坐标形式/向量坐标运算的综合应用		

能力测试点 21	平面向量的数量积及平面向量的应用举例	78
平面向量的数量积/平面向量数量积的重要性质/平面向量应用的主要模式/两个向量垂直的充要条件/常用模的等式和不等式的应用/几何中的向量方法/向量在物理中的运用/有关向量数量积的综合问题		

板块 6 三角恒等变换

能力测试点 22	两角和与差的正弦、余弦和正切公式	82
和、差、倍角公式/和、差、倍角公式的变式及应用/辅助角公式的运用/角的形式变化及公式的综合运用		

能力测试点 23	简单的三角恒等变换	86
半角公式/三角函数式化简的意义及要求/三角函数的求值问题/化简、求值和证明常用的方法/给值求角的两个重要步骤缺一不可/和积互化公式及其应用/利用三角变换处理最值问题		

板块 7 解三角形

能力测试点 24	正弦定理和余弦定理	91
正、余弦定理及常用三角形中的相关公式/处理三角形问题的一般规律/解三角形常见题型及求解方法/正、余弦定理及三角形中相关公式在解三角形中的综合应用		

能力测试点 25	正、余弦定理应用举例	96
有关名词、术语/解三角形应用题的一般步骤/利用正弦定理、余弦定理解决实际问题类型与策略/解斜三角形的综合运用		

板块 8 数列

能力测试点 26	数列的概念与简单表示	100
数列的概念/已知 S_n 求 a_n /数列的一般性质/数列通项公式的		

求法/已知数列的递推关系求数列的通项公式

能力测试点 27	等差数列及其前 n 项和	104
等差数列/ S_n 的最值的求法/等差数列的性质与应用/等差数列的判定方法/几个常用结论及等差数列综合问题		

能力测试点 28	等比数列及其前 n 项和	108
等比数列/等比数列性质及应用/等比数列有关问题的常用思想方法/等比数列的判定方法/创新题型		

能力测试点 29	数列的综合应用	112
数列的求和公式/数列综合问题/数列的求和方法/分期付款中的有关计算/在现实生活中有很多实际问题, 可以用数列知识来解决/数列综合问题的常用处理方法		

板块 9 不等式

能力测试点 30	不等关系与不等式	119
不等关系与不等式/不等式的性质/根据条件和性质判断不等式是否成立/比较大小问题/利用不等式求范围		

能力测试点 31	一元二次不等式及其解法	122
一元一次不等式的解法/一元二次不等式的解法/ $(x-a)(x-b) > 0$ 型和 $\frac{x-a}{x-b} > 0$ 型不等式的解法/高次不等式的解法/含有参数的一元二次不等式问题/利用数形结合思想解不等式/恒成立问题		

能力测试点 32	二元一次不等式(组)及简单的线性规划问题	126
二元一次不等式(组)表示平面区域/基本概念/二元一次不等式(组)的平面区域问题/线性规划/线性规划的应用		

能力测试点 33	基本不等式: $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$	130
基本概念和定理/利用基本不等式证明不等式/运用基本不等式求最值/两个正数和与积的相互转化/利用基本不等式解应用题		

板块 10 推理与证明

能力测试点 34	合情推理与演绎推理, 直接证明与间接证明	135
合情推理与演绎推理/直接证明与间接证明/合情推理的应用/用“三段论”证明数学问题/综合法的应用/分析法的应用/反证法的应用/数学推理与创新发现		

能力测试点 35	数学归纳法	141
数学归纳法/用数学归纳法证明关于自然数的命题/归纳猜想、证明		

板块 11 立体几何初步

能力测试点 36	简单的几何体	145
棱柱的结构特征/棱锥的结构特征/棱台的结构特征与多面体/圆柱、圆锥、圆台的结构特征/球的结构特征/根据几何特征的描述判断几何体的形状/几何体中的计算问题/几何体截面的应用		

能力测试点 37 空间几何体的三视图与直观图

149

平行投影和中心投影/三视图/斜二测画法的画图规则/三视图的画法/几何体直观图的画法/由几何体的直观图画三视图/由几何体的三视图画几何体的直观图/组合体的直观图画法

能力测试点 38 空间几何体的表面积和体积

154

柱体、锥体、台体的表面积/柱体、锥体、台体的体积/球的表面积和体积/多面体的侧面积计算/旋转体的面积和体积计算/求体积常用的方法:割补法和等积变换法/组合体的面积和体积计算

能力测试点 39 空间的点、直线、平面之间的位置关系

159

平面的基本性质/平行公理和等角定理/空间两条不重合的直线的位置关系/异面直线/直线与平面的位置关系/两个平面的位置关系/点共线、线共点、点线共面/求异面直线所成的角/平移过程中的空间想象能力

能力测试点 40 直线、平面平行的判定与性质

164

直线和平面平行的判定与性质/两个平面平行的判定和性质/线线平行的证明/线面平行的证明/平行关系的转化/空间几何体的截面问题

能力测试点 41 直线、平面垂直的判定与性质

168

直线与平面垂直/二面角/线线垂直的证明/线面垂直的判定方法/面面垂直的证明方法/垂直关系的转化/一个证明线线垂直的重要定理——三垂线定理和逆定理

板块 12 空间向量与立体几何

能力测试点 42 空间向量及其运算

172

空间向量的基本知识/向量的直角坐标运算/用共线向量定理解决立体几何中的平行垂直问题/利用向量求距离和角/用向量的有关知识解综合题

能力测试点 43 立体几何中的向量方法

177

平面的法向量/利用空间向量解决立体几何中的平行与垂直问题/利用空间向量求角/用向量处理距离问题/立体几何综合问题的向量法处理

板块 13 平面解析几何初步

能力测试点 44 直线的倾斜角、斜率和直线的方程

182

直线的倾斜角和斜率的概念/直线方程的形式及适用条件/求直线的斜率及倾斜角的范围/待定系数法求直线方程/斜率和方程的应用

能力测试点 45 两条直线的位置关系

187

两条直线的平行/两条直线的垂直/两条直线的交点/几种距离/对称问题/直线系方程/最值问题

能力测试点 46 圆的方程

192

圆的定义/圆的标准方程/圆的一般方程/圆的参数方程/圆的方程的求法/圆系方程及其应用/圆的参数方程的应用

能力测试点 47 直线与圆、圆与圆的位置关系

195

直线与圆的位置关系及判别方法/圆与圆的位置关系/圆中弦的有关问题/求圆的切线的方法/与圆有关的最值问题/与圆有关的轨迹问题

能力测试点 48 空间直角坐标系

198

空间直角坐标系/确定点 M 的坐标和已知点 M 的坐标确定 M 位置的步骤/空间两点间的距离/空间坐标系中的中点坐标公式及三角形的重心公式/关于对称点坐标的求法/空间两点间的距离公式的应用

板块 14 圆锥曲线与方程

能力测试点 49 椭圆

201

椭圆的定义及性质/利用椭圆的两个定义解题/待定系数法求方程/椭圆的几何性质的应用/与椭圆相关的综合问题/焦点三角形/焦点弦(过焦点的弦)/椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一般弦

能力测试点 50 双曲线

206

双曲线的定义和性质/双曲线定义的应用/求双曲线的方程的方法/双曲线离心率的有关问题/双曲线几何性质的综合应用

能力测试点 51 抛物线

211

抛物线的方程和性质/抛物线的几何性质的应用/抛物线定义的运用/抛物线几何性质在实际中的应用/与抛物线有关的综合问题

能力测试点 52 直线与圆锥曲线的位置关系

216

直线与圆锥曲线的位置关系/运用“差分”的方法解决弦的中点问题/利用点在圆锥曲线内部及判别式解决涉及圆锥曲线的对称问题/直线与圆锥曲线位置关系的综合问题

能力测试点 53 曲线与方程

220

曲线与方程的概念/求曲线方程的基本方法——直接法/求曲线的交点/求轨迹方程的常用方法/有关轨迹的综合问题

板块 15 算法初步

能力测试点 54 算法与程序框图

225

算法的概念/算法的五个特征:概括性、逻辑性、有穷性、不唯一性、普遍性/程序框图/算法的三种逻辑结构/算法的设计/程序框图在生活中的应用

能力测试点 55 基本算法语句与算法案例

230

输入、输出语句和赋值语句/条件语句和循环语句/排序问题/算法案例/用输入、输出、赋值三种语句编写程序/求最大公约数的方法/算法语句的实际应用

板块 16 统计

能力测试点 56 抽样方法 235

总体、个体、容量/简单随机抽样/系统抽样/分层抽样/三种抽样方法的比较/抽样方法的选择/抽样方法在生活中的应用

能力测试点 57 用样本估计总体 239

用样本估计总体/众数、中位数、平均数、方差、标准差/频率分布图(表)和频率分布直方图/茎叶图的应用/标准差和方差的关系及计算/实际问题的分析处理

能力测试点 58 两变量间的相关关系 245

两变量间的相关关系/回归直线方程/回归直线方程的求法/利用回归直线对总体进行估计/相关关系的强与弱

板块 17 概率

能力测试点 59 随机事件的概率 250

随机事件/频率与概率/事件的关系及运算/概率的性质/互斥事件与对立事件的区别与联系/互斥事件的概率/对立事件的概率/利用随机事件的概率解决实际问题的能力

能力测试点 60 古典概型与几何概型 254

古典概型/几何概型/基本事件数的探求方法/古典概型求概率的方法/与长度有关的几何概型/与面积(或体积)有关的几何概型/与角度有关的几何概型/较复杂事件概率的求法/几何概型与实际问题的应用

板块 18 计数原理

能力测试点 61 分类加法计数原理与分步乘法计数原理,排列与组合 260

两个原理及其区别/排列与组合/解排列组合应用题的具体途径/排列组合与其他知识的整合

能力测试点 62 二项式定理 264

二项式定理/二项式定理中,二项式系数的性质/三项式的问题转化为二项式,运用二项式定理加以解决,也可用二项式定理展开式/利用二项式定理的通项公式解决特定项问题/赋值法的应用/二项式定理的其他应用

板块 19 概率与统计

能力测试点 63 离散型随机变量及其分布列

..... 267

离散型随机变量的分布列/常见离散型随机变量的分布列/条件概率与事件的相互独立性/独立重复试验与二项分布/求离散型随机变量分布列的步骤/相互独立事件同时发生的概率求法/独立重复试验与二项分布问题的处理/复杂事件概率的探求

能力测试点 64 离散型随机变量的均值与方差、

正态分布 272

离散型随机变量的均值与方差/均值、方差的性质及应用/正态分布/均值、方差的求法/正态分布的应用/期望、方差在实际中的运用

能力测试点 65 统计案例 277

独立性检验/回归分析/求线性回归方程/独立性检验的应用

板块 20 导数及其应用

能力测试点 66 导数的概念及其运算 281

导数的概念及几何意义/导数的运算/求函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处导数的方法/利用导数的几何意义求切线/导数的综合问题

能力测试点 67 导数的应用 285

函数的单调性与导数/函数的极值与导数/函数的最大值与最小值/可导函数的单调性/求函数极值与最值的方法/生活中的优化问题的处理方法

能力测试点 68 定积分与微积分基本定理 290

定积分的概念及几何意义/微积分基本定理/利用微积分的基本定理求复杂函数的定积分/定积分的应用

板块 21 数系的扩充与复数的引入

能力测试点 69 复数的概念及其四则运算 294

复数的概念和运算法则/用复数相等的充要条件解决有关复数问题/复数的运算/复数运算的几何意义及模的运算

选考部分

专题一 几何证明选讲 297

相似三角形的判定及有关性质/直线与圆的位置关系/圆锥曲线性质/相似三角形判定性质的应用/圆中问题的证明/几何证明中的思想方法

专题二 坐标系与参数方程 301

坐标变换/极坐标系/柱坐标系与球坐标系/参数方程/曲线的极坐标方程与直角坐标方程的互化/参数方程与普通方程的互化/直线与圆锥曲线的参数方程的应用

专题三 不等式选讲 305

含绝对值的不等式/几个重要的不等式/含绝对值不等式的解法/利用重要不等式求最值/不等式的证明方法/利用绝对值的几何意义解题/用数学归纳法证明不等式

决胜高考 专家教你考场解答数学试题 310

2010 年理科数学高考适应性样题 313

必考部分 板块 1 集合

能力测试点 1 集合的概念及运算

考纲三维解读

一、考纲要求

1. 集合的含义与表示

- (1) 了解集合的含义、元素与集合的“属于”关系.
- (2) 能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题.

2. 集合间的基本关系

- (1) 理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.
- (2) 在具体情境中,了解全集与空集的含义.

3. 集合的基本运算

- (1) 理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集.
- (2) 理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定

子集的补集.

(3) 能使用韦恩图(Venn)表达集合的关系及运算.

二、命题趋势

1. 理解掌握集合的表示法,能够判断元素与集合、集合与集合之间的关系,能够判断集合是否相等.以考查集合的运算为主,掌握集合的交、并、补的运算和性质,同时注意韦恩图(文氏图)的考查,会用分类讨论和数形结合的思想研究集合问题.
2. 本节的考题以集合为载体考查函数的定义域、值域、方程、不等式及曲线间相交等问题,常以选择题和填空题的形式出现,属中档题,有时也是一块创新的“试验田”.偶尔也会出现与其他章节结合的解答题,但一般难度不大.

1 考点知识梳理

1. 元素与集合的含义

一般地,把研究对象统称为元素,把一些元素组成的总体叫做集合.

2. 集合中元素的特征

(1) **确定性**: 对于一个给定的集合,任何一个对象或者是这个集合中的元素,或者不是它的元素,这是集合的最基本特征.

(2) **互异性**: 集合中的任何两个元素都是能区分的(即互不相同的),相同的对象归入任何一个集合时,只能算作这个集合的一个元素.

(3) **无序性**: 在一个集合中,通常不考虑它的元素之间的顺序,也就是说 $\{a, b, c\} = \{b, c, a\}$.

有关集合的运算,特别需要注意的是元素的**互异性**,其方法是将所得结果进行检验.

3. 常用集合的表示法

常用的有列举法、描述法、区间表示法和图示法.有限集常用列举法表示,而无限集常用描述法或区间表示法表示,抽象集常用图示法表示.

用描述法表示集合时,集合中元素的意义取决于它的“代表”元素的特征.如:

$A = \{y | y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}\}$ 中的元素为函数 $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ 的函数值;

$B = \{x | y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}\}$ 中的元素为函数 $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ 的自变量的取值;

$C = \{(x, y) | y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}\}$ 中的元素为函数 $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ 的图象上的点.

4. 元素与集合、集合与集合之间的关系

(1) **元素与集合之间的关系**是“属于”或“不属于”;一对象 x 是集合 A 的元素称 x 属于 A , 记作 $x \in A$. 否则称 x 不属于 A , 记作 $x \notin A$. 记号“ $\in$ ”和

[考题 1] (2008 · 江西高考题) 定义集合运算: $A * B = \{z | z = xy, x \in A, y \in B\}$. 设 $A = \{1, 2\}$, $B = \{0, 2\}$, 则集合 $A * B$ 的所有元素之和为 ().

A. 0 B. 2 C. 3 D. 6

[解析] $z = xy, x \in \{1, 2\}, y \in \{0, 2\}$, 故 $xy = 0, 2, 4$, 从而 $A * B = \{0, 2, 4\}$, 从而集合 $A * B$ 的所有元素之和为 6.

[答案] D

[点评] 本题是属于创新型的概念理解题, 准确地理解 $A * B$ 是解决本题的关键所在, 并且又考查了集合元素的互异性, 因此准确理解集合含义, 明确题目所要解决的问题, 从而使问题得以解决, 从而培养学生分析问题、解决问题的能力.

[考题 2] (2006 · 上海高考题) 若集合 $A = \{y | y = x^{\frac{1}{3}}, -1 \leq x \leq 1\}$, $B = \{y | y = 2 - \frac{1}{x}, 0 < x \leq 1\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ().

A. $(-\infty, 1]$ B. $[-1, 1]$ C. $\emptyset$ D. $\{1\}$

[解析] 根据题意求出集合 A 和 B 的元素, 再求公共元素所组成的集合, 便可得正确选项. 也可画出图象, 求函数值的公共部分.

解法一: $A = \{y | -1 \leq y \leq 1\}$, $B = \{y | y \leq 1\}$, $A \cap B = A = [-1, 1]$. 因此, 选 B.

解法二: (数形结合法) 如图 1-4, 从两个函数图象上可以看出它们的函数值的交集是公共部分, 即 $[-1, 1]$, 因此, 选 B.

[答案] B

[点评] 解答本类题目, 必须弄清集合的元素是什么, 是函数关系中自变量的取值, 还是因变量的取值, 还是曲线上的点……数形结合是解集合问题的常用方法, 解题时要尽可能地借助数轴、直角坐标系或韦恩图等工具, 将抽象的代数问题具体化、形象化、直观化, 然后利用数形结合的思想方法解决.

[考题 3] (2007 · 全国高考卷 I) 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 集合 $\{1, a+b, a\} = \{0, \frac{b}{a}, b\}$, 则 $b-a$ 等于 ().

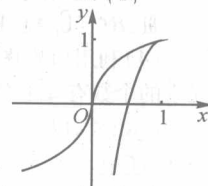


图 1-4

“ $\in$ ”只能用于表示元素与集合之间的关系,不能用来表示集合之间的关系.

(2)若集合 A 中任一元素都是集合 B 的元素,则称 A 是 B 的子集,记作 $A \subseteq B$,读作 A 包含于 B ,或记作 $B \supseteq A$,读作 B 包含 A .若 A 是 B 的子集且 B 中至少存在一个元素不属于 A ,则称 A 是 B 的真子集,记作 $A \subsetneq B$,读作 A 真包含于 B ,或记作 $B \supsetneq A$,读作 B 真包含 A .若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$,则 $A = B$.

(3)常用集合之间的包含关系:

$$\emptyset \subsetneq \mathbb{N}^* \subsetneq \mathbb{N} \subsetneq \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{Q} \subsetneq \mathbb{R} \subsetneq \mathbb{C}.$$

注: $\mathbb{N}^*$ 与 $\mathbb{N}$ 都表示正整数集.

A. 1

B. -1

C. 2

D. -2

[解析]集合 $\{1, a+b, a\} = \{0, \frac{b}{a}, b\}$, 则 $0 \in \{1, a+b, a\}$. 又 $\frac{b}{a}$ 有意义,

则 $a \neq 0$, 从而 $a+b=0$, 故 $a = -b$, $\frac{b}{a} = -1$, 故 $a = -1, b = 1, b-a = 2$.

[答案]C

[点评]本题利用集合相等元素相同的关系求解. 两个集合相等的描述有两个角度,一是从元素的角度,两集合的元素必须完全相同;

二是从包含关系的角度: $A=B \Leftrightarrow \begin{cases} A \subseteq B, \\ B \subseteq A. \end{cases}$

2 方法技巧平台

5. 集合的运算

(1)交集: $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

(2)并集: $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

(3)补集: $\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$.

6. 集合运算的性质

(1) $A \cap B = B \cap A, A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B, A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset$.

(2) $A \cup B = B \cup A, A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B, A \cup A = A, A \cup \emptyset = A$.

(3) $A \cup (\complement_U A) = U, A \cap (\complement_U A) = \emptyset$.

(4) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C), (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$.

(5) $\complement_U (A \cup B) = (\complement_U A) \cap (\complement_U B), \complement_U (A \cap B) = (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$.

(6) $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A, A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B$.

7. 几个常见的结论

(1)由 n 个元素组成的集合有 2^n 个,其中真子集的个数有 $2^n - 1$ 个,非空真子集的个数有 $(2^n - 2)$ 个.

(2)空集是任何集合的子集,空集是任何非空集合的真子集.

8. 集合表示的图示法

(1)利用数轴表示数集. 如: $A = \{x | x \geq 1\}, B = \{x | x \leq 3\}$, 则 $A \cap B = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$, 用数轴表示如图 1-1.

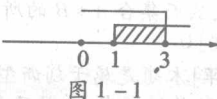


图 1-1

(2)Venn 图: 用封闭曲线的内部表示集合或集合之间的关系.

(3)试用集合 A, B 的交集、并集、补集表示图 1-2 中 I、II、III、IV 四个部分所表示的集合.

I: $A \cap B$. II: $A \cap (\complement_U B)$.

III: $B \cap (\complement_U A)$. IV: $\complement_U (A \cup B)$.

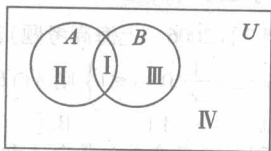


图 1-2

(4)利用韦恩图可计算集合中元素的个数有如下公式:

$$\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B).$$

其中 $\text{card}(A)$ 表示集合 A 中元素的个数,上述公式可用如图 1-3 所示加以说明.

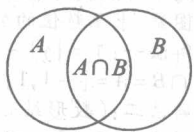


图 1-3

9. 集合的开放性问题

(1)集合语言是现代数学的基本语言. 通过对集合语言的理解,将问题转化为图形语言或代数语言.

(2)近几年的高考中,常给集合一个新的定义,理解新的定义,它仍然遵循集合中元素的特性. 元素与集合间的关系,集合与集合之间的关

[考题 4] (2008 · 山东高考题) 满足 $M \subseteq \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, 且 $M \cap \{a_1, a_2, a_3\} = \{a_1, a_2\}$ 的集合 M 的个数是 ().

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

[解析] 由于 $\{a_1, a_2, a_3\} \subseteq \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, 而 $M \cap \{a_1, a_2, a_3\} = \{a_1, a_2\}$, 则 $\{a_1, a_2\} \subseteq M$. 但 $a_3 \notin M$, 故 $M = \{a_1, a_2\}$ 或 $M = \{a_1, a_2, a_4\}$.

[答案]B

[点评]简单集合中的交、并、补的运算历来是高考中出现率极高的题目.

[考题 5] (2009 · 山东德州测试题) 已知集合 $A = \{x | |x-2| \leq a\}, B = \{x | x^2 - 5x + 4 \geq 0\}$. 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

[解析] 当 $a < 0$ 时, $A = \emptyset$, 显然 $A \cap B = \emptyset$.

当 $a \geq 0$ 时, $A \neq \emptyset$,

$$A = \{x | |x-2| \leq a\} = \{x | 2-a \leq x \leq 2+a\},$$

$$B = \{x | x^2 - 5x + 4 \geq 0\} = \{x | x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 4\},$$

由 $A \cap B = \emptyset$, 画出示

意图,

$$\begin{cases} 2-a > 1, \\ 2+a < 4, \\ a \geq 0, \end{cases} \text{ 解得 } 0 \leq a < 1.$$



图 1-5

$a < 1$.

综上所述, a 的取值范围为 $\{a | a < 1, a \in \mathbb{R}\}$.

[点评]解决两个数集关系问题时,避免出错的一个有效手段即是合理运用数轴帮助分析与求解,另外,在解含有参数的不等式(或方程)时,要对参数进行分类讨论,分类时要遵循“不重不漏”的分类原则,然后对于每一类情况都要给出问题的解答.

[考题 6] 设全集 $U = \{x | x \text{ 为小于 } 20 \text{ 的质数}\}$, $A \cap (\complement_U B) = \{5, 11\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{7, 13\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{17, 19\}$, 求 A, B .

[解析] $\because U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$, 作出 Venn 图(如图 1-6)易知, $A = \{2, 3, 5, 11\}, B = \{2, 3, 7, 13\}$.

[点评]本题利用韦恩图的方法求解,简单、直观.

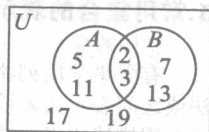


图 1-6

3 综合能力创新

[考题 7] 已知集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\} (k \geq 2)$, 其中 $a_i \in \mathbb{Z} (i = 1, 2, \dots, k)$. 由 A 中的元素构成两个相应的集合:

$S = \{(a, b) | a \in A, b \in A, a+b \in A\}; T = \{(a, b) | a \in A, b \in A, a-b \in A\}$, 其中 (a, b) 是有序数对, 集合 S 和 T 中的元素个数分别为 m 和 n . 若对于任意的 $a \in A$, 总有 $-a \notin A$, 则称集合 A 具有性质 P .

(1)检验集合 $\{0, 1, 2, 3\}$ 与 $\{-1, 2, 3\}$ 是否具有性质 P , 并对其

系,集合的运算及其性质等.

例如:设 $\oplus$ 是 $\mathbf{R}$ 上的一个运算, A 是 $\mathbf{R}$ 的非空子集,若对任意 $a, b \in A$,有 $a \oplus b \in A$,则称 A 对运算 $\oplus$ 封闭,下列数集对加法、减法、乘法和除法(除数不等于零)四则运算都封闭的是().

- A. 自然数集 B. 整数集
C. 有理数集 D. 无理数集

(2006 · 辽宁)

解析:自然数集及整数集对除法不封闭,例如, $5 \in \mathbf{Z}, 6 \in \mathbf{Z}, 5 \div 6 \notin \mathbf{Z}$. 无理数集对乘法、除法不封闭,例如, $a = \sqrt{2}, b = 2\sqrt{2}$ 为无理数,则 $\frac{a}{b}, ab$ 不是无理数. 故选 C.

中具有性质 P 的集合,写出相应的集合 S 和 T ;

(2)对任何具有性质 P 的集合 A ,证明: $n \leq \frac{k(k-1)}{2}$.

[解析](1)集合 $\{0, 1, 2, 3\}$ 不具有性质 P .

集合 $\{-1, 2, 3\}$ 具有性质 P ,其相应的集合 S 和 T 是

$S = \{(-1, 3), (3, -1)\}, T = \{(2, -1), (2, 3)\}$.

(2)首先,由 A 中元素构成的有序数对 (a_i, a_j) 共有 k^2 个.

因为 $0 \notin A$,所以 $(a_i, a_j) \notin T (i=1, 2, \dots, k)$;

又因为 $a \in A, -a \notin A$,所以当 $(a_i, a_j) \in T$ 时, $(a_j, a_i) \notin T (i, j = 1, 2, \dots, k)$.

从而,集合 T 中元素的个数最多为

$\frac{1}{2}(k^2 - k) = \frac{k(k-1)}{2}$,即 $n \leq \frac{k(k-1)}{2}$.

4 能力题型设计

预测1 已知集合 $A = \{x|y = -\sqrt{2x-x^2}\}, B = \{y|y = 2^x, x > 0\}$, $\mathbf{R}$ 是实数集,则 $(\complement_{\mathbf{R}} B) \cap A$ 等于().

- A. $\mathbf{R}$ B. $\{1, 2\}$ C. $[0, 1]$ D. $\emptyset$

预测2 设 $A = \{x|x| \leq 3\}, B = \{y|y = -x^2 + t\}$,若 $A \cap B = \emptyset$,则实数 t 的取值范围是().

- A. $t < -3$ B. $t \leq -3$ C. $t > 3$ D. $t \geq 3$

预测3 已知 $M = \{y \in \mathbf{R}|y = x^2\}, N = \{x \in \mathbf{R}|x^2 + y^2 = 2\}$,则 $M \cap N$ 等于().

- A. $\{(-1, 1), (1, 1)\}$ B. $\{1\}$ C. $[0, 1]$ D. $[0, \sqrt{2}]$

预测4 已知集合 $A \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$,且 A 中至少含有一个奇数,则这样的集合 A 有()个.

- A. 13 B. 12 C. 11 D. 10

预测5 对于函数 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$,设 $f_2(x) = f[f(x)], f_3(x) = f[f_2(x)], \dots, f_{n+1}(x) = f[f_n(x)]$ ($n \in \mathbf{N}^*$,且 $n \geq 2$),令集合 $M = \{x|f_{2008}(x) = x^2, x \in \mathbf{R}\}$,则集合 M 为().

- A. 空集 B. 实数集 C. 单元集 D. 二元素集

预测6 设 P 和 Q 是两个集合,定义集合 $P - Q = \{x|x \in P \text{ 且 } x \notin Q\}$,如果 $P = \{x|\log_2 x < 1\}, Q = \{x||x-2| < 1\}$,那么 $P - Q =$ ().

- A. $\{x|0 < x < 1\}$ B. $\{x|0 < x \leq 1\}$ C. $\{x|1 \leq x < 2\}$ D. $\{x|2 \leq x < 3\}$

预测7 设 I 为全集,且 $A \cap B \cap (\complement_I C) = \emptyset$,则下列一定成立的是().

- A. $C \cap [\complement_I (A \cap B)] = \emptyset$ B. $(\complement_I A) \cup (\complement_I B) \cup C = I$ C. $C \subseteq (A \cup B)$ D. $(A \cup B) \subseteq C$

预测8 对于集合 M, N ,定义 $M - N = \{x \in M \text{ 且 } x \notin N\}, M \oplus N = (M - N) \cup (N - M)$. 设 $A = \{y|y = x^2 - 3x, x \in \mathbf{R}\}, B = \{y|y = -2^x, x \in \mathbf{R}\}$,则 $A \oplus B =$ ().

- A. $(-\frac{9}{4}, 0]$ B. $[-\frac{9}{4}, 0)$ C. $(-\infty, -\frac{9}{4}) \cup [0, +\infty)$ D. $(-\infty, -\frac{9}{4}] \cup (0, +\infty)$

预测9 若 $A = \{x \in \mathbf{Z}|2 \leq 2^{2-x} < 8\}, B = \{x \in \mathbf{R}||\log_2 x| > 1\}$,则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$ 的元素个数为().

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

预测10 若 A, B, C 为三个集合, $A \cup B = B \cap C$,则一定有().

- A. $A \subseteq C$ B. $C \subseteq A$ C. $A \neq C$ D. $A = \emptyset$

预测11 若集合 $A = \{x|x \leq 2\}, B = \{x|x \geq a\}$ 满足 $A \cap B = \{2\}$,则实数 $a =$ _____.

预测12 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}, A = \{2, 4\}, B = \{3, 4, 5\}, C = \{3, 4\}$,则 $(A \cup B) \cap (\complement_U C) =$ _____.

预测13 设 A, B 为两个非空数集,定义: $A + B = \{a + b|a \in A, b \in B\}$,若 $A = \{0, 2, 5\}, B = \{1, 2, 6\}$,则 $A + B$ 子集的个数是_____.

预测14 设集合 $A = \{(x, y) | y \geq \frac{1}{2}|x+2|\}, B = \{(x, y) | y \leq -|x| + b\}, A \cap B \neq \emptyset$.

(1) b 的取值范围是_____;

(2)若 $(x, y) \in A \cap B$,且 $x + 2y$ 的最大值为9,则 b 的值是_____.

预测15 已知函数 $f(x) = \sqrt{\frac{6}{x+1} - 1}$ 的定义域为集合 A ,函数 $g(x) = \lg(-x^2 + 2x + m)$ 的定义域为集合 B .

(1)当 $m = 3$ 时,求 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$; (2)若 $A \cap B = \{x|-1 < x < 4\}$,求实数 m 的值.

预测16 设集合 $A = \{x|x^2 < 4\}, B = \{x|1 < \frac{4}{x+3}\}$.

(1)求集合 $A \cap B$; (2)若不等式 $2x^2 + ax + b < 0$ 的解集是 B ,求 a, b 的值.

点查考点

测试要点1.2

2008 · 浙江联考题

测试要点3

2008 · 天津质检题

测试要点3.5

2008 · 浙江宁波调研题

测试要点4.7

2008 · 安徽重点中学联考

测试要点4.9

2008 · 山东青岛联考题

测试要点8.9

2007 · 湖北调研题

测试要点6.8

2008 · 深圳调研题

测试要点8.9

测试要点2.5

2007 · 安徽质检题

测试要点6.8

2006 · 江苏调研题

测试要点5

2008 · 上海质检题

测试要点6

2008 · 重庆诊断题

测试要点4.7

2008 · 江苏联考题

测试要点8.9

2007 · 湖南联考题

测试要点6.8

2008 · 山东联考题

测试要点8.9

2008 · 广东联考题