Easy and Quick Access to Comprehension

快易通

主编/李军 齐淑华 党娜

数理化生公式定律

快易通

〔高中版〕

新课标

吉林教育出版社

Easy and Quick Access to Comprehension

数理化生公式定律

快易通

〔高中版〕

新课标

●主　编　李　军　齐淑华　党　娜

●编　者　朱　宇　马　特　蔡　莹

丁　齐　冷　岩　姜中伟

李　洋　张云成　吕　越

李耀田　赵大川　李己平

张　宇　刘　刚　姜世碧

吉林教育出版社

图书在版编目(CIP)数据
数理化生公式定律快易通：高中版/李军，齐淑华，党娜主编．—长春：吉林教育出版社，2008.4
ISBN 978-7-5383-5451-5
Ⅰ.数…　Ⅱ.①李…　②齐…　③党…　Ⅲ.①理科(教育)-公式-高中-教学参考资料　②理科(教育)-定律-高中-教学参考资料　Ⅳ.G634.73
中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第046901号

□总 策 划：房海滨　杨　琳　□封面设计：张沭沉
□责任编辑：杨　琳　孙盛楠　□版式设计：金　英
□责任校对：龚伟宏　□责任印制：徐铁军

吉林教育出版社出版发行
长春市同志街1991号　邮编：130021
电话：0431-85675379　85645959　85645965
传真：0431-85633844
电子函件：xf8640@sina.com
吉林教育出版社制版

吉林省九三彩色印刷厂印装
长春市岭东路169号　邮编：130031
2008年6月第1版　2008年6月第1次印刷

开本：880×1230　1/32　印张：17.125　字数：580千
印数：00001-15000册
书号：ISBN 978-7-5383-5451-5

定价：25.90元

本书亮点图示

直接给出公式，一目了然，便于查阅和记忆。

在解析过程中整合知识点，便于学生理解和掌握。

以最新高考真题为例讲解用法，针对性强，便于融会贯通。

在解题过程中讲透公式定律的应用方法，便于学生掌握解题技巧。

指明易错点，明确注意事项，帮助学生减少失误。

KUAIYITONG

数学

立体几何

1. 平行问题

1.1

$a /\!/ b$

解析快易通

当空间的两条直线 a 和 b 共面且无公共点时，称直线 a 与直线 b 平行.

运用快易通

例 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E、F 分别是棱 CD、CC_1 的中点，求证：$EF /\!/ AB_1$.

分析与解答

▶ **证明：** 连接 DC_1，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，有 $AD \underline{/\!/} B_1C_1$.

∴四边形 ADC_1B_1 是平行四边形，

∴ $AB_1 /\!/ DC_1$. ①

在 $\triangle CDC_1$ 中，E、F 分别是 CD、CC_1 的中点，这时 EF 是 $\triangle CDC_1$ 的中位线，

∴ $EF /\!/ DC_1$. ②

由①、②可知，$EF /\!/ AB_1$.

老师提醒

本题通过连接 DC_1，建立起了 AB_1 与 EF 的联系，这里使用了证明线线平行的第二种方法.

⚠注意

本题的解答是将整数按奇、偶这一标准划分为两类，符合分类讨论的三个原则.

目录

数学

集合与函数

数列

三角函数

平面上的向量

不等式

解析几何

立体几何

空间向量

排列 组合 二项式定理 概率

微积分

复 数

物 理

力与运动

曲线运动与机械能

电场与恒定电流

磁与电

化 学

基本概念

基本理论

元素、单质及其化合物

有机化学

化学实验

生 物

绪 论

生命的物质基础

生命的结构基础——细胞

生物的新陈代谢

生命活动的调节

生物的生殖和发育

生物的遗传和变异

生物与环境

人体内环境稳态

免　疫

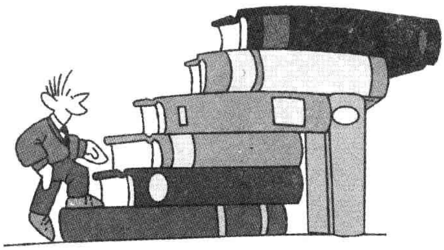
微生物

数　学

SHU　XUE

求知识就像爬楼梯，想一下爬四五级，一步登天，会掉下来。不要生吞活剥，不求甚解，要老老实实地埋头苦干。

——华罗庚



集合与函数

1. 集　合

1.1

$A\subseteq B$

解析快易通

(1) $A\subseteq B$ 的意义

①$\varnothing\subseteq B$

规定空集$\varnothing$是任意集合 B 的子集.

②$A\subseteq B$

设 $A\neq\varnothing$, $B\neq\varnothing$,如果对任意的 $x\in A$,都有 $x\in B$ 成立,那么称 A 是 B 的子集,记作 $A\subseteq B$.

此种情况下,条件与结论的相互关系可以简记为

$$若\ x\in A,则\ x\in B\Leftrightarrow A\subseteq B.$$

(2) $A\subsetneqq B$ 的意义

①$\varnothing\subsetneqq B$

设 $B\neq\varnothing$,规定$\varnothing\subsetneqq B$.

②$A\subsetneqq B$

设 $A\neq\varnothing$,如果 $A\subseteq B$,且至少存在一个 $x\in B$,但$x\notin A$,则称 A 是 B 的真子集,记作 $A\subsetneqq B$.

(3) $A=B$ 的意义

如果 $A\subseteq B$,且 $B\subseteq A$,那么称 A 与 B 相等,记作 $A=B$.

由以上讨论可知,$A\subseteq B$ 有两个方面的含义,即$A\subsetneqq B$,或$A=B$. 对其理解,可类比实数 $x\leqslant y\Leftrightarrow x<y$ 或 $x=y$.

运用快易通

例 已知集合 $A=\{3,4,5\}$, $B=\{C|C\subseteq A\}$,求集合 B.

分析与解答

▶**解答**:$A=\{3,4,5\}$, A 的子集为$\varnothing$, $\{3\}$, $\{4\}$, $\{5\}$, $\{3,4\}$, $\{3,5\}$ $\{4,5\}$, $\{3,4,5\}$.

又 $B=\{C|C\subseteq A\}$,

所以 $B=\{\varnothing,\{3\},\{4\},\{5\},\{3,4\},\{3,5\},\{4,5\},\{3,4,5\}\}$.

老师提醒

①对 B 的理解应为"B 是集合的集合". 这是因为 B 中的代表元素为 C,C 适合的条件是 $C\subseteq A$,即 C 是 A 的子集,进一步明确对 B 的理解,即 B 是集合 A 的子集的集合.

②要注意,求 A 的子集时,易丢掉 $\varnothing$ 和它本身.

1.2

$$\complement_U A=\{x\mid x\in U,且\ x\notin A,A\subseteq U\}$$

解析快易通

已知全集 $U\neq\varnothing$,集合 $A\subseteq U$,由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合,叫做集合 A 在 U 中的补集,记作 $\complement_U A$,即 $\complement_U A=\{x\mid x\in U,且\ x\notin A\}$.

几何解释见图 1-1.

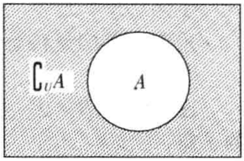


图 1-1

由补集的定义,有

$\complement_U(\complement_U A)=A$,$\complement_U\varnothing=U$,$\complement_U U=\varnothing$.

运用快易通

例 若全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$,$A=\{1,5\}$,$B\subsetneqq\complement_U A$,则这样的集合 B 最多有 ( )

A. 5 个　　B. 7 个　　C. 6 个　　D. 8 个

分析与解答

▶**分析:** 弄清符号"$\subsetneqq$"与"$\complement_U A$"的含义是解本题的关键.

▶**解答:** $\complement_U A=\{2,3,4\}$,$B$ 是 $\{2,3,4\}$ 的真子集,B 可以是 $\varnothing$,$\{2\}$,$\{3\}$,$\{4\}$,$\{2,3\}$,$\{2,4\}$,$\{3,4\}$,共 7 个.

故选 B.

1.3

$$A\cap B=\{x\mid x\in A,且\ x\in B\}$$

解析快易通

(1)$A\cap B$ 的意义

①若 A、B 至少有一个为 $\varnothing$,则 $A\cap B=\varnothing$.

②若 $A\neq\varnothing$，且 $B\neq\varnothing$，则

由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的交集，记作 $A\cap B$，即

$A\cap B=\{x\mid x\in A,且x\in B\}$.

③几何解释见图 1-2.

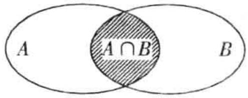


图 1-2

(2) 由交集的定义可得到如下关系：

$A\cap B\subseteq A, A\cap B\subseteq B, A\cap A=A, A\cap\varnothing=\varnothing$，$A\cap B=B\cap A$.

运用快易通

例 设集合 $A=\{x\mid x^2-ax+a^2-19=0\}$，$B=\{x\mid x^2-5x+6=0\}$，$C=\{x\mid x^2+2x-8=0\}$. 当 a 为何值时，$A\cap B\neq\varnothing$ 和 $A\cap C=\varnothing$ 同时成立？

分析与解答

▶**解答**：$B=\{x\mid x^2-5x+6=0\}=\{2,3\}$，$C=\{x\mid x^2+2x-8=0\}=\{-4,2\}$.

由 $A\cap B\neq\varnothing$，$A\cap C=\varnothing$ 可知，$3\in A$，$2\notin A$，

否则，与 $A\cap B\neq\varnothing$ 且 $A\cap C=\varnothing$ 矛盾.

将 3 代入方程 $-x^2-ax+a^2-1=0$，

得 $a=-2$，或 $a=5$.

当 $a=-2$ 时，$A=\{x\mid x^2+2x-15=0\}=\{3,-5\}$，此时，集合 A 满足题设条件.

当 $a=5$ 时，$A=\{x\mid x^2-5x+6=0\}=\{2,3\}$，此时 $A\cap C=\{2\}\neq\varnothing$，集合 A 不符合题意. 所以 $a=-2$.

1.4

$$A\cup B=\{x\mid x\in A,或\ x\in B\}$$

解析快易通

(1) $A\cup B$ 的意义

①若 $A=B=\varnothing$，则 $A\cup B=\varnothing$.

②若 $A=\varnothing$（或 $B=\varnothing$），$B\neq\varnothing$（或 $A\neq\varnothing$），则 $A\cup B=B$（或 A）.

③若 $A\neq\varnothing$，且 $B\neq\varnothing$，则 $A\cup B=\{x\mid x\in A,或x\in B\}$.

(2) 由交集、并集的定义可以得到如下关系：

①$A\cap B\subseteq A\subseteq A\cup B$，$A\cap B\subsetneq B\subseteq A\cup B$.

②$A\cup B=B\cup A$，$A\cup\varnothing=A$.

③$A\cap B=B\cap A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$.

④$A\cup B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$.

⑤$A\cup B=A$，且 $A\cup B=B\Leftrightarrow A=B$.

⑥$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$

$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$

⑦$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

⑧$\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$

$\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$

运用快易通

例 设方程 $x^2+x+2p=0$ 的解集是 A，方程 $2x^2+qx+2=0$ 的解集为 B，且 $A\cap B=\{1\}$，求 $A\cup B$.

分析与解答

▶**解答：**由 $A\cap B=\{1\}$ 可知，$1\in A$，且 $1\in B$.

把 $x=1$ 代入方程 $x^2+x+2p=0$，可得 $p=-1$，这时，方程 $x^2+x+2p=0$，即为 $x^2+x-2=0$，解得 $x_1=-2$，$x_2=1$，所以 $A=\{-2,1\}$. 同理可得 $B=\{1\}$. 所以 $A\cup B=\{-2,1\}$.

1.5

$$A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B,$$
$$A\cup B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$$

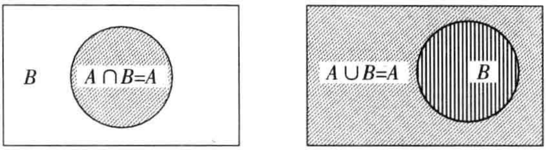
解析快易通

$A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$ 与 $A\cup B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$，表示集合间的交、并运算关系与集合间的包含关系的等价转换，即

若 $A\cap B=A$，则 $A\subseteq B$；反之，若 $A\subseteq B$，则 $A\cap B=A$.

若 $A\cup B=A$，则 $B\subseteq A$；反之，若 $B\subseteq A$，则 $A\cup B=A$.

几何解释见图 1-3（图中阴影部分表示 $A\cap B$，或 $A\cup B$）.



(1) (2)

图 1-3

运用快易通

例 设 $A=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x\mid ax-2=0\}$，$A\cup B=A$，求由实数 a 构成的集合 C .

分析与解答

▶**解答：**$A=\{x\mid x^2-3x+2=0\}=\{1,2\}$.

由 $A\cup B=A$ 可知，$B\subseteq A$.

因为 $B=\{x\mid ax-2=0\}$，所以，B 有三种可能，即

$B=\varnothing$，$B=\{1\}$，$B=\{2\}$.

当 $B=\varnothing$ 时，$a=0$；当 $B=\{1\}$ 时，$a=2$；当 $B=\{2\}$ 时，$a=1$. 所以 $C=\{0,1,2\}$.

2. 函数的概念

2.1

$y=f(x)$

解析快易通

(1) 函数 $y=f(x)$ 的定义

①古典定义

如果在某变化过程中有两个变量 x 与 y,并且对于 x 在某个范围内的每一个确定的值,按照某种对应法则,y 都有唯一确定的值和它对应,那么 y 就是 x 的函数,x 叫做自变量,x 的取值范围叫做函数的定义域,和 x 的值对应的 y 的值叫做函数值,函数值的集合叫做函数的值域. y 是 x 的函数,记作 $y=f(x)$.

②现代定义

从非空数集 A 到非空数集 B 的一个映射 $f:A\to B$,叫做 A 到 B 的函数,记作 $y=f(x)$,其中 $x\in A$,$y\in B$,原象集 A 叫做函数的定义域,象集 C 叫做函数的值域,一般地$C\subseteq B$.

③两种定义的比较

函数的古典定义和现代定义本质上是一致的,只是两种形式的侧重点有所不同. 古典定义侧重于“运动变化”观点,现代定义侧重于“集合映射”观点,不论用哪种形式对函数加以定义,函数的内涵不会因为其定义形式的不同而有所差异;在函数的定义中涉及两个非空数集和一个对应法则,即定义域 A,值域 C 和对应法则 f,我们称之为函数的三要素,其中对应法则 f 是核心. 由于函数的三要素确定以后,函数随之确定,因此函数是定义域、值域和对应法则的总和. 又由于函数的值域由其定义域和对应法则唯一确定,所以有时我们也说函数有两要素——定义域、对应法则;y 是 x 的函数,我们记作$y=f(x)$. 对记号 $y=f(x)$ 的理解应是:$y=f(x)$ 不一定都是解析式的形式,有时 $y=f(x)$ 可能是表格,也可能是图象.

运用快易通

例 求下列函数的定义域:

$$(1)f(x)=x^3+1;\quad (2)f(x)=\frac{1}{3x-5};\quad (3)g(x)=\frac{(x+1)^0}{\sqrt{1-x}-1}.$$

分析与解答

▶**分析**:一个函数由几部分构成,求其定义域:整式部分,x 不受限制;分式部分,分母不能为零;形如$[\varphi(x)]^0$的部分,$\varphi(x)\neq 0$;形如$\sqrt[2n]{\psi(x)}$的部分,$\psi(x)\geq 0$,其中 $n\in\mathbf{N}^*$.

▶**解答**:(1)∵ 函数$f(x)$的解析式为整式,∴$f(x)$的定义域为$\mathbf{R}$.

(2)由题意可知:$3x-5\neq 0$ 即 $x\neq\frac{5}{3}$,

∴$f(x)$的定义域为$\left(-\infty,\frac{5}{3}\right)\cup\left(\frac{5}{3},+\infty\right)$.

(3)由题意可知,$g(x)$的定义域由不等式组

$\begin{cases}x+1\neq 0,\\1-x\geqslant 0,\\\sqrt{1-x}-1\neq 0\end{cases}$ 确定,解这个不等式组,得 $x\leqslant 1$ 且 $x\neq 0,x\neq -1$,

∴ 函数的定义域是$(-\infty,-1)\cup(-1,0)\cup(0,1]$.

2.2 $y=f[g(x)]$

解析快易通

复合函数$y=f[g(x)]$的意义

如果y是u的函数,记为$y=f(u)$,u又是x的函数,记为$u=g(x)$,且$g(x)$的值域与$f(x)$的定义域的交集非空,则通过u确定了y是x的函数$y=f[g(x)]$,这时y叫做x的复合函数,其中u叫做中间变量,$y=f(u)$叫做外层函数,$u=g(x)$叫做内层函数.

运用快易通

例 已知函数$f(x)$的定义域为$[0,1]$,求$f(x+m)+f(x-m)(m>0)$的定义域.

分析与解答

▶**解答**:$f(x)$的定义域是$[0,1]$.

解不等式组$\begin{cases}0\leqslant x+m\leqslant 1,\\0\leqslant x-m\leqslant 1,\end{cases}$得$\begin{cases}-m\leqslant x\leqslant 1-m,\\m\leqslant x\leqslant 1+m.\end{cases}$ ㊉

当$1-m<m$,即$m>\frac{1}{2}$时,不等式组㊉的解集为$\varnothing$;

当$1-m>m$,即$0<m<\frac{1}{2}$时,不等式组㊉的解集为

$\{x|m\leqslant x\leqslant 1-m\}$;

当$1-m=m$,即$m=\frac{1}{2}$时,不等式组㊉的解集为$\left\{x|x=\frac{1}{2}\right\}$.所以,$f(x+m)+f(x-m)$的定义域是

当$m>\frac{1}{2}$时,$\varnothing$;

当$0<m<\frac{1}{2}$时,$\{x|m\leqslant x\leqslant 1-m\}$;

当$m=\frac{1}{2}$时,$\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

3. 函数的性质

3.1

$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$,

$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

解析快易通

(1) $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ 与 $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ 的意义

对于给定区间上的函数 $f(x)$，如果对于这个区间上的任意两个自变量的值 x_1, x_2，当 $x_1 < x_2$ 时，都有 $f(x_1) < f(x_2)$〔$f(x_1) > f(x_2)$〕，那么就说函数 $f(x)$ 在这个区间上是增函数（减函数）. 这个区间叫做 $f(x)$ 的单调区间.

(2) 关于单调函数的重要结论

①若函数 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$ 在公共区间 A 上都是增（减）函数，则函数 $y = f(x) + g(x)$ 在 A 上也是增（减）函数.

②若两个正值函数 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$ 在公共区间 A 上都是增（减）函数，则函数 $y = f(x) \cdot g(x)$ 在区间 A 上也是增（减）函数.

③若两个负值函数 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$ 在公共区间 A 上都是增（减）函数，则函数 $y = f(x) \cdot g(x)$ 在区间 A 上也是减（增）函数.

(3) 复合函数的单调性

设函数 $y = f(u)$ 和 $u = g(x)$ 在公共区间 A 上都是单调函数，那么函数 $y = f[g(x)]$ 在 A 上也是单调函数；并且，若 $y = f(u)$ 和 $u = g(x)$ 的单调性相同（反），则 $y = f[g(x)]$ 是增（减）函数，也就是说，当 $y = f(u)$ 和 $u = g(x)$ 同是增函数或者同是减函数时，$y = f[g(x)]$ 是增函数；当 $y = f(u)$ 和 $u = g(x)$ 一增一减时，那么 $y = f[g(x)]$ 就是减函数，简记为“同增异减”.

运用快易通

例 证明函数 $f(x) = x^{\frac{2}{3}} + a\ (a \in \mathbf{R})$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数.

分析与解答

▶**证明：** 设元 设 $0 \leq x_1 < x_2 < +\infty$，则

$x_2 - x_1 > 0$.

因为 $f(x_2) - f(x_1)$

$$
\left.\begin{aligned}
&= (x_2^{\frac{2}{3}} + a) - (x_1^{\frac{2}{3}} + a) \\
&= x_2^{\frac{2}{3}} - x_1^{\frac{2}{3}} \\
&= (x_2^{\frac{1}{3}} + x_1^{\frac{1}{3}})(x_2^{\frac{1}{3}} - x_1^{\frac{1}{3}}) \\
&= \frac{(x_2^{\frac{1}{3}} + x_1^{\frac{1}{3}})(x_2 - x_1)}{x_2^{\frac{2}{3}} + x_2^{\frac{1}{3}} x_1^{\frac{1}{3}} + x_1^{\frac{2}{3}}} > 0.
\end{aligned}\right\}
$$

所以，$f(x) = x^{\frac{2}{3}} + a$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数.