

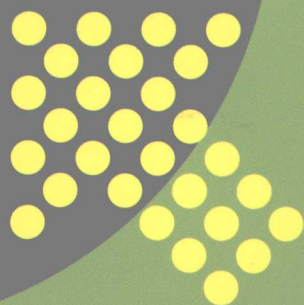
21世纪高等学校规划教材



DIANLU XITI JIEXI

电路习题解析

郝 静 主编



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>

TM13-44
227

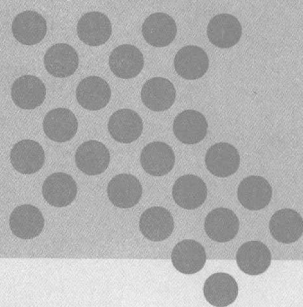
21世纪高等学校规划教材



DIANLU XITI JIEXI

电路习题解析

主 编 郝 静
编 写 刘耀年 尹维春
主 审 徐淑华



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>

内 容 提 要

本书为 21 世纪高等学校规划教材。

本书是配合《21 世纪高等学校规划教材 电路》的使用而编写的。本书对教材中的所有习题做了详尽解答，并对一些概念和理论较强的典型习题，给出了“知识点”说明，对难点、重点和疑点做了注释。期望通过本书的学习能够帮助读者更好地掌握电路课程的重点和难点，提高电路课程的学习水平，扩展解题思路 and 技巧，真正掌握好电路的基本理论、基本概念和基本运算，对提高电路课程学习效率起到积极的作用。

本书对于使用和学习《电路》的教师和学生是一本很好的参考书，并可作为普通高等学校电类各专业电路课程的辅助教材使用，也可供有关专业硕士研究生报考人员复习使用。

图书在版编目 (CIP) 数据

电路习题解析/郝静主编. —北京：中国电力出版社，2008
21 世纪高等学校规划教材

ISBN 978—7—5083—7876—3

I. 电… II. 郝… III. 电路—高等学校—解题 IV. TM13—44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 146791 号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号 100044 <http://jc.cepp.com.cn>)

北京市同江印刷厂印刷

各地新华书店经售

*

2008 年 10 月第一版 2008 年 10 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 17.25 印张 418 千字

定价 27.60 元

敬 告 读 者

本书封面贴有防伪标签，加热后中心图案消失

本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换

版 权 专 有 翻 印 必 究

前言

电路原理课程是电类专业的重要专业基础课程,课程具有系统的理论体系,同时又密切联系实际工程,具有很强的专业针对性,它是由基础课过渡到专业课的重要桥梁,也是开拓专业不可缺少的理论基础。

电路原理课程对于专业基本素质的养成、扩展基础理论知识和高层次人才的培养起着关键的作用,同时对大学生总体课程的学习和今后的工作有着深远的影响。

刘耀年教授和霍龙教授主编的《21 世纪高等学校规划教材 电路》教材出版已经三年多了,为配合电路课程的学习和满足读者使用该教材的学习需要,编写了这本《电路习题解析》。本书的编写考虑到当前在高等教育改革中注重素质和能力的培养、加强基础和拓宽专业的原则,从配合《电路》教学和突出基本理论和基本概念的训练出发,注重了以下几个问题:

(1) 为了做到课堂教学与习题训练的有机结合,习题的解题方法和分析思路与教材中各章节讲述的内容密切配合,力求用学生已经学习过的知识和理论,突出基本理论、基本概念和基本运算的训练,以达到掌握和深化所学知识的目的。

(2) 为了突出基本理论和基本概念训练,题解中设置了知识点,指明了习题中体现的基本概念和基本理论,指导如何应用这些概念和理论分析问题、解决问题,使读者学习的目的性更强。

(3) 在解题的过程中力求做到概念清晰、步骤完整、数据准确、附图齐全;注重分析问题和解决问题的方法的表达和叙述,对一些概念性较强的典型题目,给出几种不同的解题方法,期望读者通过相互比较和验证,加深对基本概念的理解,扩展解题思路,提高解题能力和效率。

(4) 对于习题中一些较难的问题,力求用深入浅出的方法加以分析、讨论和指导,帮助读者深入思考和正确理解。对一些重点、难点、解题步骤、易于发生错误的地方和应注意的问题在题后加了注释。

本书由郝静担任主编。本书的编写分工为:郝静负责第一、六、十一、十三、十四章,刘耀年负责第二~四、十二、十五章,尹维春负责第五、七~十章,此外,郝静负责起草全书编写大纲、统稿、修改定稿等工作。

本书承蒙青岛大学徐淑华教授仔细审阅,并提出了许多宝贵意见,所提建议大部分已被采纳,这是本书质量得以提高的重要保证,在此表示感谢!

限于编者的水平,错误和欠妥之处在所难免,恳请读者和使用本书的同行批评指正。

最后,还要感谢为本书的出版付出了辛勤劳动的中国电力出版社的同志们。

编者

2008 年 5 月

目 录

前言

第一章 基尔霍夫定律及其矩阵形式	1
第二章 简单电路的等效	16
第三章 网络分析的一般方法	28
第四章 网络定理	47
第五章 非线性电阻电路分析	64
第六章 正弦稳态分析	71
第七章 耦合元件和耦合电路	100
第八章 三相电路	116
第九章 非正弦周期电流电路的稳态分析	131
第十章 二端口网络	151
第十一章 线性动态电路的时域分析	181
第十二章 线性动态电路的复频域分析	220
第十三章 网络的状态变量分析法	247
第十四章 均匀传输线的正弦稳态分析	253
第十五章 无损耗均匀传输线的暂态分析	264

第一章 基尔霍夫定律及其矩阵形式

一、基本要求

- (1) 深刻理解电压、电流参考方向的概念与意义,了解关联参考方向的含义。
- (2) 掌握功率的计算以及功率判别。
- (3) 熟练地掌握理想电路元件的元件特性方程。
- (4) 灵活准确地掌握和运用电路分析的依据——基尔霍夫定律(KCL、KVL)。
- (5) 了解图论的相关知识,掌握 A 、 B 、 Q 矩阵的生成以及三个矩阵对于基尔霍夫定律的描述。

二、内容提要

(一) 电路与电路模型

1. 电路

将电气设备和电器元件根据功能要求按一定方式连接起来而构成的集合体,称为电路;或简单地说,电流或信号流通的路径称为电路。

2. 理想电路元件与电路模型

理想电路元件是实际电路器件的理想化或者近似模拟。理想电阻、电感、电容和电源元件分别表征了消耗电能、储存磁场能量、储存电场能量和提供电能的现象。

电路模型是由理想元件和理想导线构成的电路。一个实际电路可以用一个电路模型近似替代,从而简化实际电路的分析。电路理论中的电路一般是指电路模型。

3. 集中参数电路与分布参数电路

当电路尺寸远小于电路工作的电磁波波长时,认为消耗电能、磁场储能和电场储能是集中在元件内部进行的,即任何时刻二端元件的端电压为定值,从一端流入的电流必等于从另一端流出的电流,这类理想元件称为集中参数元件。由集中参数元件组成的电路称为集中参数电路。

分布参数电路是考虑参数分布性的电路。大体可以认为,与电路中的电压、电流变化的最高频率 f 相对应的波长 λ 和电路的最大线性尺寸 l 之间满足 $\lambda \geq 100l$ 关系时,电路可以作为集中参数电路来研究,否则就应作为分布参数电路来处理。

(二) 电路的基本物理量

1. 电流实际方向与参考方向

- (1) 电流的实际方向:规定为正电荷定向移动的方向。
- (2) 电流的参考方向:根据电路分析的需要任意指定的方向。
- (3) 当电流的参考方向与实际方向相同时, $i > 0$; 当电流的参考方向与实际方向相反时, $i < 0$ 。

在电路分析中,一般先选定参考方向,根据参考方向列写方程,再解方程求得结果(<0 或 >0)方可确定电流实际方向。

2. 电压实际方向(极性)与参考方向(极性)

- (1) 电压的实际方向(极性):电路中两点之间由高电位指向低电位的方向。

(2) 电压的参考方向(极性): 根据电路分析的需要任意指定的方向。

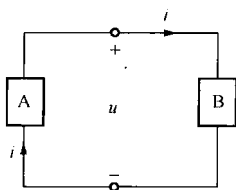


图 1-1 电压、电流
关系方向

(3) 当电压的参考方向与实际方向相同时, $u > 0$; 当电压的参考方向与实际方向相反时, $u < 0$ 。

(4) 电流与电压的关联参考方向: 对一个确定的电路元件或支路而言, 若电流的参考方向是从电压的参考方向的“+”流向“-”, 则称电流与电压为关联参考方向, 简称为关联方向, 否则即为非关联方向。如图 1-1 所示电路, 对元件 A 而言, 电压与电流为非关联方向, 对于元件 B 而言, 电压与电流为关联参考方向。

3. 功率判别原则

利用电压、电流的参考方向判别功率:

(1) 若元件(或支路)的电压、电流为关联参考方向, 计算功率 $p = ui$ 。若 $p > 0$ 时, 该元件(支路)吸收功率; 若 $p < 0$ 时, 该元件(支路)发出功率。

(2) 若元件(支路)电压、电流为非关联参考方向, 计算功率 $p = ui$ 。若 $p > 0$ 时, 该元件(支路)发出功率; 若 $p < 0$ 时, 该元件(支路)吸收功率。

(三) 基本电路元件

1. 电阻元件

(1) 电阻元件的特性方程。欧姆定律确定了线性电阻元件两端的电压、电流之间的约束关系, 其电压、电流关系曲线是一条通过坐标原点的直线, 在关联参考方向下有

$$u = Ri \text{ 或 } i = Gu$$

电阻与电导都是电阻元件的参数, 通常是正值。

(2) 电阻元件的功率。当电阻元件的电压、电流处于关联方向时, 电阻吸收的功率为

$$P = ui = i^2 R = \frac{u^2}{R} = Gu^2$$

可见, 电阻元件恒为消耗功率的元件。

2. 电容元件

(1) 电容元件的特性方程。线性电容表征的是电荷与电压的线性关系, 其特性表达式为 $q = Cu$, 其电荷、电压关系曲线是一条通过 $q-u$ 平面坐标原点的直线, 在关联参考方向下, 端口电压、电流关系有

$$i = C \frac{du}{dt}, u = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(t') dt'$$

(2) 电容元件的能量。电容是记忆元件, 也是储能元件。电容元件储存的电场能量为

$$W(t) = \frac{1}{2} C [u(t)]^2$$

3. 电感元件

(1) 电感元件的特性方程。线性电感表征的是磁链与电流的线性关系, 其特性表达式为 $\phi = Li$, 其磁链与电流关系曲线是一条通过 $\phi-i$ 平面坐标原点的直线, 在关联参考方向下, 端口电压、电流关系有

$$u = L \frac{di}{dt}, i = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u(t') dt'$$

(2) 电感元件的能量。电感是记忆元件, 也是储能元件。电感元件储存的磁场能量为

$$W(t) = \frac{1}{2} L [i(t)]^2$$

4. 有源元件

(1) 理想电源。理想电源包括理想电压源和理想电流源。理想电压源的端口特性是电压确定，与流过的电流无关，电流由外电路决定；理想电流源的端口特性是电流确定，与端口电压无关，电压要由外电路决定；电压源、电流源都是有源元件。

(2) 受控电源。受控电源是二端有源元件，其电源电压或电源电流受另一支路的电压或电流控制，这种电源是非独立电源。

(四) 基尔霍夫定律

基尔霍夫电流定律 (KCL)：在集中参数电路中，在任一时刻，对于任一节点的电流代数和等于零，记为 $\sum i = 0$ 。

基尔霍夫电压定律 (KVL)：在集中参数电路中，在任一时刻，对于任一回路各支路电压代数和等于零，记为 $\sum u = 0$ 。

基尔霍夫定律表征的约束关系通常称为拓扑约束，元件的特性约束关系和拓扑约束关系是分析电路的基础。

(五) 图与基尔霍夫定律的矩阵形式

图是由节点和支路组成的集合，可以用来描述电路的结构，可以用图论的概念和方法进行电路的分析、研究。

树是图论中的重要概念，连通图的树是一个包含全部节点，但不包含回路的连通子图；属于树的支路称为树支，其余支路称为连支。

只包含一个连支的回路称为基本回路（单连支回路）；只包含一个树支的割集称为基本割集（单树支割集）。

关联矩阵 $\mathbf{A}$ 表示的是节点与支路的关系，基本回路矩阵 $\mathbf{B}_l$ 表示的是回路与支路的关系，基本割集矩阵 $\mathbf{Q}_t$ 表示的是割集与支路的关系，它们是网络图的不同数学表达形式。

用关联矩阵表示的 KCL、KVL 为

$$\mathbf{A}\mathbf{I} = 0, \mathbf{A}^T\mathbf{V} = \mathbf{U}$$

用基本回路矩阵表示的 KCL、KVL 为

$$\mathbf{B}_l\mathbf{U} = 0, \mathbf{B}_l^T\mathbf{I}_l = \mathbf{I}$$

用基本割集矩阵表示的 KCL、KVL 为

$$\mathbf{Q}_t\mathbf{I} = 0, \mathbf{Q}_t^T\mathbf{U}_t = \mathbf{U}$$

三、习题解析

1-1 某一导线流有恒定电流 10mA，试问在 20ms 内有多少电荷穿过导体截面？

解 电荷 $q = It = 10^{-2} \times 20 \times 10^{-3} = 0.2 \times 10^{-3} = 0.2(\text{mC})$

1-2 一个 1000W 的电炉，接在 220V 的电源上使用，试问流过电炉的电流多大？

解 $I = \frac{P}{U} = \frac{1000}{220} = 4.545 (\text{A})$

1-3 一个 20kΩ、50W 的电阻，使用时至多能允许多大的电流流过？

解 $I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{50}{20 \times 10^3}} = 0.05 (\text{A})$

1-4 一个 2kΩ、10W 的电阻，使用时允许施加的最大电压是多少？

解

$$U = \sqrt{PR} = \sqrt{10 \times 2 \times 10^3} = 141.4 (\text{V})$$

1-5 一个 220V、100W 的灯泡，试问：灯泡的灯丝电阻是多少？如果每天使用 5h，30 天（一个月）消耗的电能是多少？

解 灯丝电阻为

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{100} = 484 (\Omega)$$

一个月消耗的电能为 $W = Pt = 100 \times 30 \times 5 = 15 (\text{kW} \cdot \text{h})$

1-6 求图 1-2 中各段电路的电压 U_{ab} 。

解 图 1-2 (a) $U_{ab} = 10 (\text{V})$ ；图 1-2 (b) $U_{ab} = 20 - 10 = 10 (\text{V})$ ；图 1-2 (c) $U_{ab} = -10 (\text{V})$ ；图 1-2 (d) $U_{ab} = -20 + 10 = -10 (\text{V})$

知识点 电压参考方向有一种表示方法为双下标表示，本题求图 1-2 (a) U_{ab} ，即假定电压的参考方向为 a 端为正极性端，b 端为负极性端。

1-7 电路如图 1-3 (a) 所示，流过电容的电流波形如图 1-3 (b) 所示，已知 $C = 2\text{F}$ ，电容电压的初始值 $u(0) = 0\text{V}$ ，试求电容电压 $u(t)$ ，并画出其波形图。

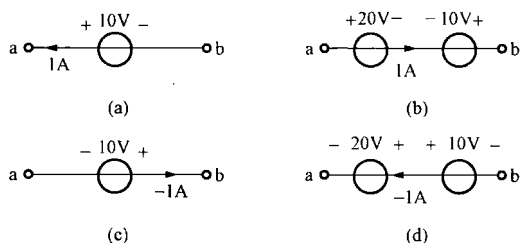


图 1-2 题 1-6 图

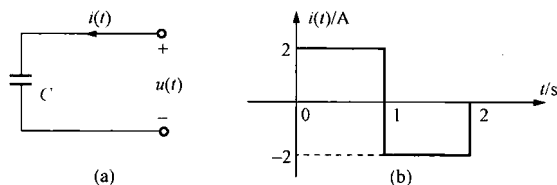


图 1-3 题 1-7 图

解 已知电容的电流 $i(t)$ 求电压 $u(t)$ 时，有

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\xi) d\xi = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} i(\xi) d\xi + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi = u(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi$$

式中： $u(t_0)$ 为电容电压的初始值。

本题中电容电流 $i(t)$ 的函数表达式为

$$i(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ 2 & 0 \leq t \leq 1 \\ -2 & 1 \leq t \leq 2 \end{cases}$$

根据 u 、 i 积分关系，有：

当 $0 \leq t \leq 1$ 时

$$u(t) = u(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\xi) d\xi = 0 + \frac{1}{2} \int_0^t 2 d\xi = 0 + \frac{1}{2} \times 2\xi \Big|_0^t = \frac{1}{2} \times 2t = t$$

当 $1 \leq t \leq 2$ 时

$$\begin{aligned} u(t) &= u(1) + \frac{1}{C} \int_1^t i(\xi) d\xi = 1 + \frac{1}{2} \int_1^t (-2) d\xi = 1 + \frac{1}{2} \times (-2\xi) \Big|_1^t \\ &= 1 + \frac{1}{2} \times (2 - 2t) = 2 - t \end{aligned}$$

所以, 本题中所求电容电压 $u(t)$ 的函数表达式为

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ t & 0 \leq t \leq 1 \\ 2-t & 1 \leq t \leq 2 \end{cases}$$

电容电压的波形图如图 1-4 所示。

知识点 电容元件是记忆元件, 在任意时刻 t , 电容两端的电压 $u(t)$ 不仅与该时刻的电流 $i(t)$ 有关, 而且还与以前的电流的全部历史状况有关。因此在计算电容电压时, 要特别注意它的初始值 $u(t_0)$ (也称为初始状态), $u(t_0)$ 反映了电容在初始时刻的储能情况。电感元件也有类似的情况, 已知电感电压计算电感电流时, 也同样要注意对于初始电流的考虑。

1-8 电路如图 1-5 (a) 所示, 流过电感的电流波形如图 1-5 (b) 所示, 已知 $L=2\text{H}$, 分别求 $0 \leq t \leq 4$ 期间相应的电感电压, 并画出其波形图。

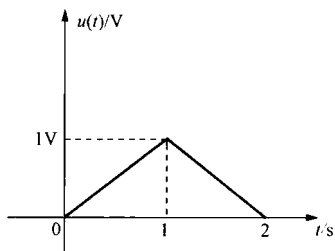


图 1-4 题 1-7 图中的电容电压的波形图

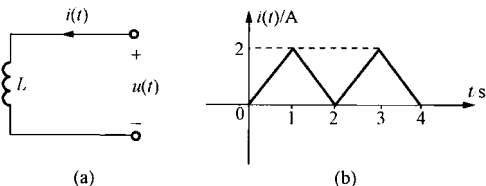


图 1-5 题 1-8 图

解 已知电感的电流 $i(t)$ 求电压 $u(t)$ 时, 有

$$u = L \frac{di}{dt}$$

本题中电感电流 $i(t)$ 的函数表达式为

$$i(t) = \begin{cases} 2t & 0 \leq t \leq 1 \\ -2t+4 & 1 \leq t \leq 2 \\ 2t-4 & 2 \leq t \leq 3 \\ -2t+8 & 3 \leq t \leq 4 \end{cases}$$

根据 u 、 i 微分关系, 有

$$u(t) = \begin{cases} 4 & 0 \leq t \leq 1 \\ -4 & 1 \leq t \leq 2 \\ 4 & 2 \leq t \leq 3 \\ -4 & 3 \leq t \leq 4 \end{cases}$$

电感电压的波形图如图 1-6 所示。

1-9 电路如图 1-7 所示, 其中 $I_1=3\text{A}$, $I_2=5\text{A}$, $I_3=10\text{A}$, 试求电流 I_4 。

解 应用 KCL 的推广, 对闭合面 (如虚线所示) 列写 KCL 方程, 有

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

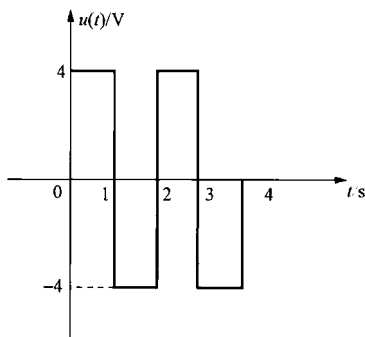


图 1-6 题 1-8 中的电感电压的波形图

$$I_4 = -(I_1 + I_2 + I_3) = -(3 + 5 + 10) = -18(\text{A})$$

知识点 本题求解过程中主要应用的是基尔霍夫电流定律 (KCL), KCL 描述了支路电流之间的关系, 可应用于电路中的节点或闭合面 (广义节点)。在应用 KCL 列写方程时应注意: 列写方程之前要给出各支路电流的参考方向; 列写方程时约定流入节点的电流项为负, 流出节点的电流项为正。

1-10 图 1-8 所示为复杂电路的一部分, 已知 $U_1=20\text{V}$, $U_2=30\text{V}$, $U_3=40\text{V}$, 试求电压 U_4 和 U_5 。

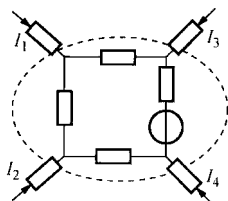


图 1-7 题 1-9 图

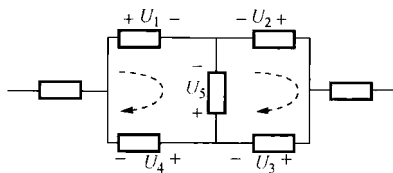


图 1-8 题 1-10 图

解 对于图中的两个网孔应用 KVL, 有

$$U_5 - U_2 + U_3 = 0$$

$$\text{则 } U_5 = U_2 - U_3 = 30 - 40 = -10 (\text{V})$$

$$U_1 - U_5 + U_4 = 0$$

$$\text{则 } U_4 = U_5 - U_1 = -10 - 20 = -30 (\text{V})$$

知识点 本题求解过程中主要应用的是基尔霍夫电压定律 (KVL), KVL 描述了回路中支路 (或元件) 电压之间的关系, 可应用于电路中真正的回路 (闭合路径) 或假想回路 (有开断支路)。应用 KVL 列写方程时应注意: 列写方程之前要给出各支路 (或元件) 电压的参考方向以及回路的绕行方向; 列写方程时约定, 沿着回路的绕行方向电压降为正, 电压升为负。

1-11 图 1-9 所示的电路中, 各元件电压和电流的参考方向如图所示, 已知 $I_1=I_3=2\text{A}$, $I_2=4\text{A}$, 电压 $U_1=-4\text{V}$, $U_2=-4\text{V}$, $U_3=7\text{V}$, $U_4=8\text{V}$, $U_5=-3\text{V}$; 试判断哪些是电源? 哪些是负载? 并计算各元件的功率。

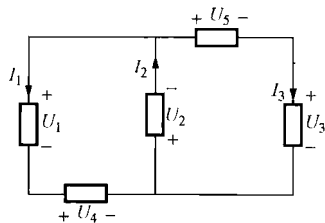


图 1-9 题 1-11 图

解 由图 1-9 可知, 题中各元件电压与电流均处于关联参考方向下, 各元件功率分别为

$$P_1 = U_1 I_1 = -4 \times 2 = -8(\text{W}) < 0, \text{ 为发出功率;}$$

$$P_2 = U_2 I_2 = -4 \times 4 = -16(\text{W}) < 0, \text{ 为发出功率;}$$

$$P_3 = U_3 I_3 = 7 \times 2 = 14(\text{W}) > 0, \text{ 为吸收功率;}$$

$$P_4 = U_4 I_1 = 8 \times 2 = 16(\text{W}) > 0, \text{ 为吸收功率;}$$

$$P_5 = U_5 I_3 = -3 \times 2 = -6(\text{W}) < 0, \text{ 为发出功率;}$$

根据计算结果, 元件 1、2、5 为电源, 元件 3、4 为负载。

知识点 利用电压、电流的参考方向判别功率时, 必须给出各元件的电压、电流的参考方向。在电路分析过程中给定电压、电流的参考方向是非常必要的。此外还需注意的是: 对于一个完整的电路, 电路中一部分元件发出的功率一定等于另一部分元件吸收的功率, 这称为功率平衡。功率平衡可以作为验证所求得的电压、电流是否正确的一个判据。

1-12 图 1-10 所示的电路中, 试求电压 U_{ab} 。

解 利用 KVL, 有

$$U_{ab} = -3 + 2 \times \frac{3}{2+1} + 5 \times 0 + 8 = 7(\text{V})$$

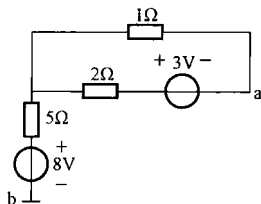


图 1-10 题 1-12 图

1-13 计算图 1-11 所示电路所有支路的电压和电流, 并利用功率平衡关系来校验计算结果是否正确。

解 图 1-11 (a): 图 1-11 (a) 中设各支路电流分别为 I_1 、 I_2 、 I_3 、 I_4 、 I_5 。

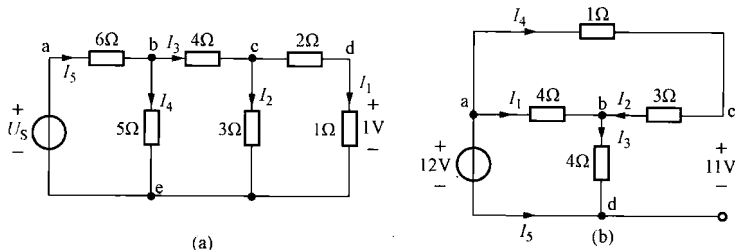


图 1-11 题 1-13 图

由 1Ω 电阻电压为 1V , $I_1 = 1/1 = 1(\text{A})$; 右侧网孔应用 KVL, 则 $U_{ce} = 2 \times I_1 + 1 = 3\text{V}$; 通过 3Ω 电阻在关联方向的伏安关系, 有 $I_2 = 3/3 = 1(\text{A})$; c 节点上应用 KCL 有

$$I_3 = I_2 + I_1 = 1 + 1 = 2(\text{A})$$

中间网孔应用 KVL, 则

$$U_{be} = 4 \times I_3 + U_{ce} = 4 \times 2 + 3 = 11\text{V}$$

通过 5Ω 电阻在关联方向的伏安关系, 有

$$I_4 = 11/5 = 2.2(\text{A})$$

b 节点上应用 KCL 有

$$I_5 = I_4 + I_3 = 2.2 + 2 = 4.2(\text{A})$$

左侧网孔应用 KVL

$$U_s = U_{ae} = 6 \times I_5 + U_{be} = 6 \times 4.2 + 11 = 36.2(\text{V})$$

下面求解各元件的功率

$$P_{1\Omega} = I_1^2 / 1 = 1(\text{W}), \text{为吸收功率};$$

$$P_{2\Omega} = I_1^2 \times 2 = 2(\text{W}), \text{为吸收功率};$$

$$P_{3\Omega} = U_{ce}^2 / 3 = 3(\text{W}), \text{为吸收功率};$$

$$P_{4\Omega} = I_3^2 \times 4 = 16(\text{W}), \text{为吸收功率};$$

$$P_{5\Omega} = U_{be}^2 / 5 = 24.2(\text{W}), \text{为吸收功率};$$

$$P_{6\Omega} = I_5^2 \times 6 = 105.84(\text{W}), \text{为吸收功率};$$

$$P_{U_s} = U_s \times I_5 = 36.2 \times 4.2 = 152.04(\text{W}), \text{为发出功率}.$$

所有电阻吸收的功率相加为 $1 + 2 + 3 + 16 + 24.2 + 105.84 = 152.04\text{W}$

可见, $\sum P_{\text{吸收}} = \sum P_{\text{发出}} = 152.04\text{W}$, 所以电路功率平衡。

图 1-11 (b): 图 1-11 (b) 中设各支路电流分别为 I_1 、 I_2 、 I_3 、 I_4 、 I_5 。

b 节点上应用 KCL 有 $I_3 = I_1 + I_2$ (1)

左侧网孔应用 KVL 有 $4I_1 + 4I_3 = 12$ (2)

假想回路应用 KVL 有 $3I_2 + 4I_3 = 11$ (3)

联立式 (1)~式 (3), 解得

$$I_1 = 1\text{A}, I_2 = 1\text{A}, I_3 = 2\text{A}$$

上侧网孔应用 KVL

$$1 \times I_4 + 3I_2 - 4I_1 = 0, \text{ 则 } I_4 = 1\text{A}$$

a 节点上应用 KCL, 有

$$I_5 = -I_1 - I_4 = -2\text{A}$$

由各电阻伏安关系, 各支路电压分别为

$$U_{ab} = 4I_1 = 4\text{V}, U_{cb} = 3I_2 = 3\text{V}, U_{ac} = 1 \times I_4 = 1\text{V}, U_{bd} = 4I_3 = 8\text{V}$$

各元件功率分别为

$$P_{1\Omega} = I_4^2 \times 1 = 1\text{W}, \text{ 为吸收功率}; P_{4\Omega} = I_3^2 \times 4 = 16\text{W}, \text{ 为吸收功率};$$

$$P_{4\Omega} = I_1^2 \times 4 = 4\text{W}, \text{ 为吸收功率}; P_{3\Omega} = I_2^2 \times 3 = 3\text{W}, \text{ 为吸收功率};$$

$$P_{12\text{V}} = 12 \times I_5 = -24\text{W}, \text{ 关联方向下 } P < 0, \text{ 元件发出功率}.$$

所有电阻吸收的功率相加为 $1+4+3+16=24(\text{W})$

可见, $\sum P_{\text{吸收}} = \sum P_{\text{发出}} = 24\text{W}$, 所以电路功率平衡。

1-14 在图 1-12 所示的电路中, 若电流 $I=0$, 试求电阻元件 R 的数值。

解 设电阻 R 的电压、电流的参考方向如图 1-12 所示。

应用 KVL, 有

$$U_R = 10I + 2 = 2\text{V}$$

$$I_R = I_{ab} = \frac{6 - 10 \times I - 2}{10} = 0.4(\text{A})$$

所以

$$R = \frac{U_R}{I_R} = \frac{2}{0.4} = 5(\Omega)$$

1-15 试求图 1-13 所示电路中的电压 U_{ab} 、 U_{ac} 和 U_{ad} 。

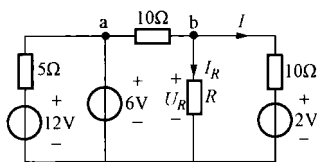


图 1-12 题 1-14 图

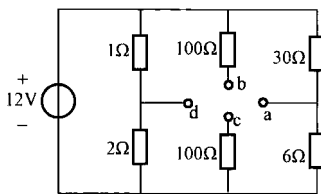


图 1-13 题 1-15 图

解 U_{ab} 为 30Ω 电阻上的电压

$$U_{ab} = -\frac{12}{30+6} \times 30 = -10(\text{V})$$

U_{ac} 为 6Ω 电阻上的电压

$$U_{ac} = \frac{12}{30+6} \times 6 = 2(\text{V})$$

在包含 30Ω 电阻和 1Ω 电阻的假想回路中应用 KVL

$$U_{ad} = \frac{12}{1+2} \times 1 - \frac{12}{30+6} \times 30 = 4 - 10 = -6(\text{V})$$

1-16 分压供电线路如图 1-14 所示, 各段电压及电流均在图中标明, 试求各电阻数值。

解 在图 1-14 中设电流 I_1 、 I_2 、 I_3 , 由 KCL, 有

$$I_3 = 5 + 15 = 20(\text{mA})$$

$$I_2 = I_3 + 5 = 25(\text{mA})$$

$$I_1 = I_2 + 10 = 35(\text{mA})$$

由 KVL, 有

$$R_1 I_1 = 400 - 350 \quad \text{即 } R_1 = \frac{400 - 350}{I_1} = \frac{50}{35} = 1.428(\text{k}\Omega)$$

$$R_2 I_2 = 350 - 210 \quad \text{即 } R_2 = \frac{350 - 210}{I_2} = \frac{140}{25} = 5.6(\text{k}\Omega)$$

$$R_3 I_3 = 210 - 180 \quad \text{即 } R_3 = \frac{210 - 180}{I_3} = \frac{30}{20} = 1.5(\text{k}\Omega)$$

$$R_4 I_4 = 180 - 0 \quad \text{即 } R_4 = \frac{180}{I_4} = \frac{180}{5} = 36(\text{k}\Omega)$$

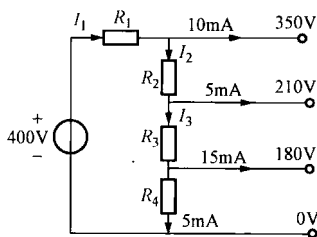


图 1-14 题 1-16 图

1-17 在图 1-15 所示电路中, 已知电压 $U_{ab}=5\text{V}$, 试求电源电压 U_s 。

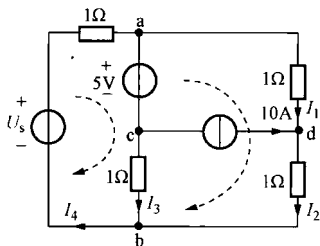


图 1-15 题 1-17 图

解 在图 1-15 中设电流 I_1 、 I_2 、 I_3 、 I_4 , 假定回路的绕行方向。

对于 d 点列写 KCL 方程, 有

$$I_1 + 10 = I_2$$

对于右侧回路列写 KVL 方程, 有

$$1 \times I_1 + 1 \times I_2 = U_{ab} = 5\text{V}$$

联立两式, 解得

$$I_2 = 7.5\text{A}$$

由于 $U_{ab}=5\text{V}$, $U_{ac}=5\text{V}$, 所以 $U_{cb}=0\text{V}$, $I_3=0\text{A}$

对于 b 点列写 KCL 方程, 有

$$I_4 = I_2 + I_3 = 7.5 + 0 = 7.5(\text{A})$$

对于左侧回路列写 KVL 方程, 可解得

$$U_s = 1 \times I_4 + U_{ab} = 7.5 + 5 = 12.5(\text{V})$$

知识点 KCL、KVL 在电路分析过程中体现了结构约束, 是集中参数电路普遍适用的分析电路的最基本的方法。但是, 在利用 KCL、KVL 进行电路分析时, 只能根据不同电路具体的已知情况, 通过分析, 找到合适的节点和回路, 列出适合的方程, 进而获得所求响应。

1-18 在图 1-16 所示电路中, 已知电流 $I=-2\text{A}$, $U_{ab}=6\text{V}$, 试求电阻元件 R_1 和 R_2 的数值。

解 在图 1-16 中设电流 I_1 、 I_2 、 I_3 、 I_4 , 各回路中假定回路绕行方向如图 1-17 所示。在图 1-17 (a) 中应用 KVL, 有

$$6I + 4I_1 + 24 = 0$$

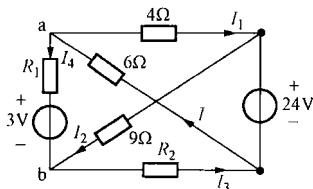


图 1-16 题 1-18 图

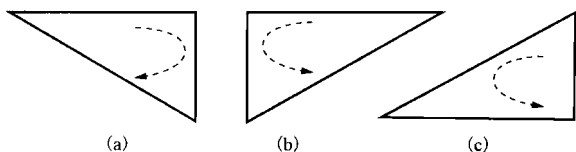


图 1-17 题 1-18 解图

因此

$$I_1 = \frac{-24 - 6 \times (-2)}{4} = -3 \text{ (A)}$$

a 点应用 KCL, 有

$$I_4 = I - I_1 = -2 - (-3) = 1 \text{ (A)}$$

又

$$U_{ab} = R_1 \times I_4 + 3$$

则

$$R_1 = \frac{U_{ab} - 3}{I_4} = \frac{6 - 3}{1} = 3 \text{ (}\Omega\text{)}$$

在图 1-17 (b) 中应用 KVL, 有

$$U_{ab} - 9I_2 - 4I_1 = 0$$

解得

$$I_2 = \frac{6 - 4 \times (-3)}{9} = 2 \text{ (A)}$$

b 点应用 KCL, 有

$$I_3 = I_2 + I_4 = 2 + 1 = 3 \text{ (A)}$$

在图 1-17 (c) 中应用 KVL, 有

$$9I_2 + R_2 I_3 - 24 = 0$$

解得

$$R_2 = \frac{24 - 9 \times 2}{3} = 2 \text{ (}\Omega\text{)}$$

1-19 试求图 1-18 所示电路中的两个受控源各自发出的功率。

解 1Ω 电阻与 2A 理想电流源串联其电流也为 2A , 其电压为

$$U = 1 \times 2 = 2 \text{ (V)}$$

4Ω 电阻与 4V 理想电压源并联其电压也为 4V , 其电流为

$$I = 4/4 = 1 \text{ (A)}$$

电流控制电压源功率为

$$P_{3I} = 3I \times 2 = 3 \times 2 = 6 \text{ (W)} \quad \text{非关联方向 } P > 0, \text{ 元件发出 } 6\text{W 功率;}$$

电压控制电流源功率为

$$P_{0.25U} = 4 \times 0.25U = 4 \times 0.25 \times 2 = 2 \text{ (W)} \quad \text{关联方向 } P > 0, \text{ 元件吸收 } 2\text{W 功率。}$$

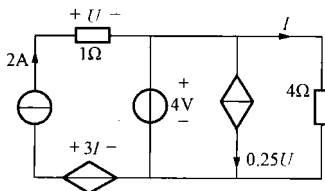


图 1-18 题 1-19 图

知识点 本题中出现了受控源, 对于含有受控源的电路分析需要注意以下几点:

(1) 受控电源与独立电源虽然都是电源, 但它们却有本质的不同。独立电源作用于电路时, 将引起电路中各部分的电压、电流, 因而独立电源是电路能量的提供者。而受控电源在电路中却不能单独地引起电压、电流, 它的电压或电流

要受到电路中其他支路电压或电流的控制。如果控制量存在,受控电源就存在;当控制量为零时,则受控电源也为零,因此受控电源仅表示这种控制与被控制的关系。

(2) 独立电压源的电压和独立电流源的电流都是确定的时间函数,与所连接的电路无关。而受控电压源的电压和受控电流源的电流都是受控于控制支路的电压或电流,一般情况下是未知的,要由控制支路的电压或电流的数值以及控制系数决定。

(3) 受控电压源和受控电流源的受控支路特性,分别与独立电压源和独立电流源的特性有相同之处,就是受控电压源的电压与自己支路的电流无关,受控电流源的电流与自己支路的电压无关。

另外,本题中还要注意理想电源的特性应用。理想电流源对外提供一定的电流,与其串联的元件电流等于理想电流源的电流;理想电压源对外提供一定的电压,与其并联元件电压等于理想电压源电压。

1-20 试求图 1-19 所示电路中的电压 U 。

解 在图 1-19 中对节点①列写 KCL 方程,有

$$-10 - I + 3I + U/3 = 0$$

对图中所选择的回路中列 KVL 方程,有

$$2I + U = 0$$

联立以上两个方程,解得

$$U = -15\text{V}$$

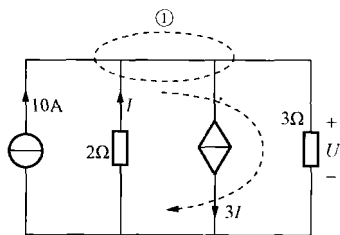


图 1-19 题 1-20 图

知识点 KCL 应用时经常把等电位点作为一点,如本

题中的节点①;应用 KCL、KVL 时要注意列写独立的方程,独立的 KCL 方程的个数为 $n-1$ (n 为电路中的节点数),独立 KVL 方程的个数为 $b-n+1$ (b 为电路中的支路数)。但是,在具体电路分析时并不是所有独立方程都能用到,例如本题求解电压 U 时,只用了一个 KCL 方程和一个 KVL 方程。

1-21 图 1-20 所示电路中,已知 $U_s = -23\text{V}$, $U_1 = 2\text{V}$,试求电阻元件 R 中流过的电流 I 及电阻元件 R 的数值。

解 图 1-21 为图 1-20 所示电路的图,图中标识出求解本题所需要的节点、支路、回路。在中间网孔中列 KVL 方程,有

$$4I_1 + U_1 - 10U_1 = 0$$

解得

$$I_1 = \frac{9U_1}{4} = \frac{9 \times 2}{4} = 4.5(\text{A})$$

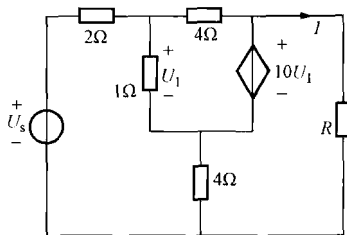


图 1-20 题 1-21 图

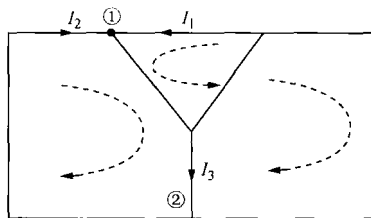


图 1-21 题 1-21 解图

节点①列 KCL, 有

$$I_2 = \frac{U_1}{1} - I_1 = -2.5 \text{ A}$$

左侧网孔中列 KVL, 有

$$2I_2 + U_1 + 4I_3 - U_s = 0$$

可解得

$$I_3 = \frac{U_s - U_1 - 2I_2}{4} = \frac{-23 - 2 - 2 \times (-2.5)}{4} = -5 \text{ (A)}$$

节点②列 KCL, 有

$$I = I_2 - I_3 = -2.5 - (-5) = 2.5 \text{ (A)}$$

右侧网孔中列 KVL, 有

$$I \times R - 4I_3 - 10U_1 = 0$$

则

$$R = \frac{10U_1 + 4I_3}{I} = \frac{10 \times 2 + 4 \times (-5)}{2.5} = 0(\Omega)$$

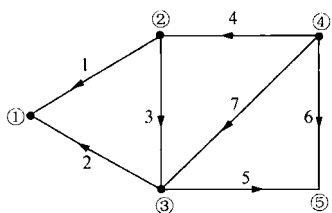


图 1-22 题 1-22 图

1-22 试写出图 1-22 所示有向图的关联矩阵 $\mathbf{A}$ 和用关联矩阵 $\mathbf{A}$ 表示的 KCL 方程。

解 选择节点③作为参考节点, 关联矩阵

$$\mathbf{A} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{4} \\ \textcircled{5} \end{array}$$

$\mathbf{A}$ 表示的 KCL 方程为

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

知识点 关联矩阵是描述节点与支路关系的矩阵 (它的元素只有 0, -1, 1 三种), 包括增广关联矩阵 (也称为全关联矩阵) $\mathbf{A}_s$ 和关联矩阵 (降阶关联矩阵) $\mathbf{A}$; 全关联矩阵描述了图中所有节点与支路的关系, 而降阶关联矩阵描述了图中 $n-1$ 个节点与支路的关系; 为保证所描述 KCL 方程独立一般采用降阶关联矩阵。

1-23 图 1-23 所示某网络的无向拓扑图, 其树支和连支各是多少? 在下列给出的支路集合中, 哪些可构成某一树的树支集合?

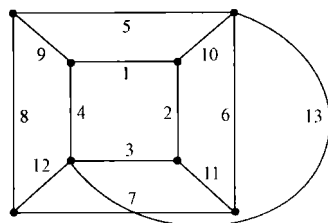


图 1-23 题 1-23 图

- (1) $\{2, 4, 10, 7, 8, 13\}$ (2) $\{2, 3, 11, 9, 5, 8, 13\}$