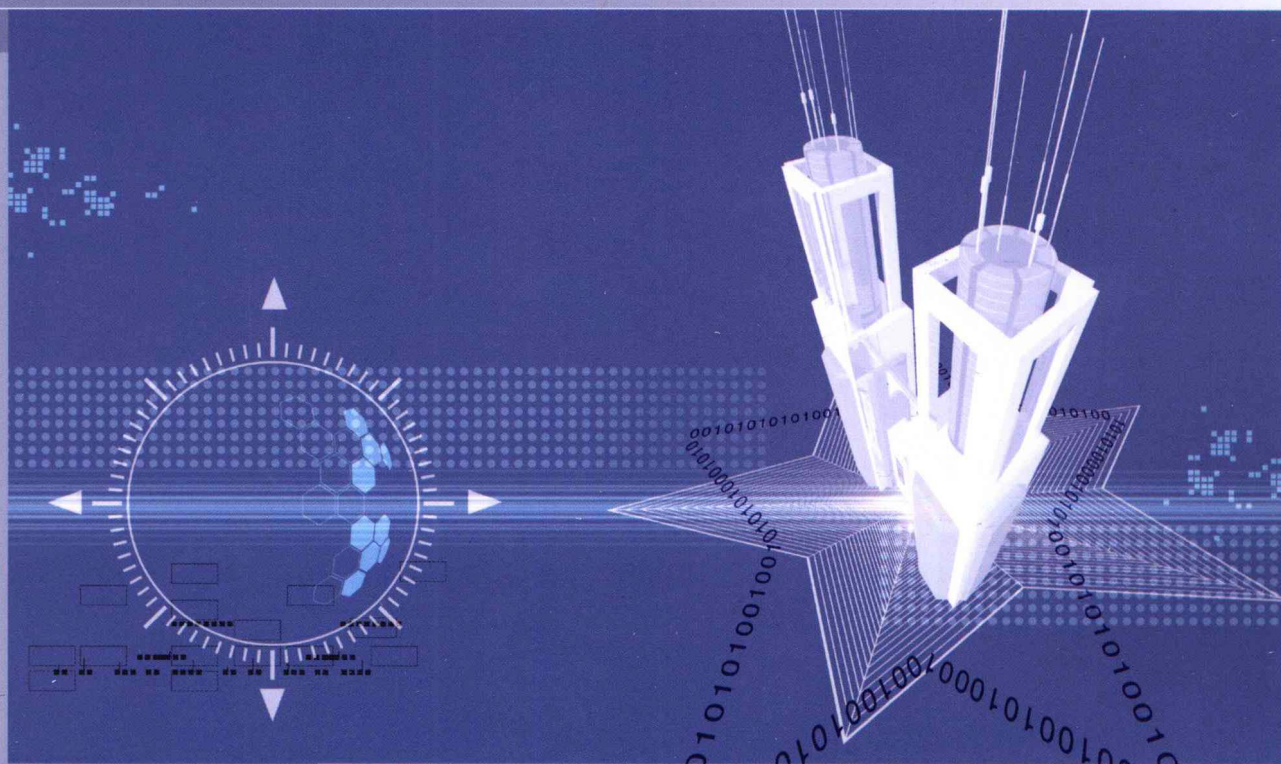




21世纪高等院校规划教材·电子信息

数字电路与逻辑设计 学习指导及题解



◎ 陈利永 刘诗笺 编著



中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

21 世纪高等院校规划教材·电子信息

数字电路与逻辑设计

学习指导及题解

陈利永 刘诗笺 编著

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

内 容 简 介

本书主要介绍“数字电路与逻辑设计”课程的基本内容、基本概念,各种分析和计算方法,以及这些概念和方法在解题中的应用。本书按数字逻辑基础、门电路、组合逻辑电路、时序逻辑电路、脉冲产生和整形电路、数-模和模-数转换器的顺序来编写。每个部分的内容包括理论提要,典型习题的解析和 Multisim 或 Quartus II 软件仿真的方法。本书部分的习题解答配有仿真实验验证的程序,以帮助学生掌握使用 Multisim 软件验证结论,达到将仿真实验结果与理论知识联系起来的目的。

本书在附录部分安排了本课程的期末练习题。另外,附录中还介绍了基于 Verilog HDL 语言程序设计仿真实验的方法,介绍了用 Verilog HDL 语言设计简单的数字系统,并在 Quartus II 软件上实现波形仿真,所选择的实验内容都是本书复习题的内容,以帮助学生掌握编写 Verilog HDL 程序的方法和技巧。

本书适合作为计算机和电子信息类专业本科生学习“数字电路与逻辑设计”课程的辅助教材,也可作为研究生入学考试的复习参考书。

图书在版编目(CIP)数据

数字电路与逻辑设计学习指导及题解/陈利永,刘诗笺编著. —北京:中国铁道出版社,2009.1
21世纪高等院校规划教材.电子信息
ISBN 978-7-113-09589-5

I. 数… II. ①陈…②刘… III. ①数字电路—电子技术—高等学校—教学参考资料②数字电路—逻辑设计—高等学校—教学参考资料 IV. TN79

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第005264号

书 名: 数字电路与逻辑设计学习指导及题解
作 者: 陈利永 刘诗笺 编著

策划编辑: 秦绪好 杨 勇

责任编辑: 王占清

编辑部电话: (010) 63583215

编辑助理: 鲍 闻

封面设计: 付 巍

封面制作: 白 雪

责任印制: 李 佳

出版发行: 中国铁道出版社(北京市宣武区右安门西街8号 邮政编码: 100054)

印 刷: 北京市彩桥印刷有限责任公司

版 次: 2009年1月第1版 2009年1月第1次印刷

开 本: 787mm×1092mm 1/16 印张: 9.25 字数: 214千

印 数: 5 000册

书 号: ISBN 978-7-113-09589-5/TP·3137

定 价: 16.00元

版权所有 侵权必究

本书封面贴有中国铁道出版社激光防伪标签,无标签者不得销售

凡购买铁道版的图书,如有缺页、倒页、脱页者,请与本社计算机图书批销部调换。

随着信息科学时代的到来,计算机已从单纯的计算工具发展成为信息处理及复杂控制系统的主要组成部分。当今世界,计算机已经渗透到科研、生产和管理的各个领域,对人们的生活和生产实践产生了深刻的影响。为了适应计算机技术普及和应用的需要,有必要对计算机专业的基础课“数字电路与逻辑设计”教材的内容进行更新,及时向学生介绍“数字电路与逻辑设计”领域最新的知识和技术。

本书的主要内容包括:第1章数字逻辑基础,第2章门电路,第3章组合逻辑电路,第4章时序逻辑电路,第5章脉冲产生和整形电路,第6章数-模和模-数转换器。每章的内容包括理论提要,典型习题的解析和 Multisim 或 Quartus II 软件仿真的方法。本书部分的习题解答都配有仿真实验验证的程序,以帮助学生掌握用 Multisim 软件进行习题结论的验证,达到将仿真实验结果与理论知识联系起来的目的。

本书在附录部分首先安排了一套数字电路与逻辑设计的期末练习题,另外,附录部分还介绍了基于 Verilog HDL 语言程序设计仿真实验的方法,介绍了用 Verilog HDL 语言设计简单的数字系统,并在 Quartus II 软件上实现波形仿真,所选择的实验都来自本书的练习题,这些内容可以帮助学生掌握编写 Verilog HDL 程序的方法和技巧。

本书的特色:对每个习题的解答进行了详细的数理逻辑分析,以强化学生数理逻辑的分析思路和根据所分析的逻辑表达式来搭建电路的能力。为了帮助学生掌握“数字电路与逻辑设计”课程的重点,本书在叙述的过程中注意引导学生对逻辑设计思路的理解,强化设计推理的过程,注意引导学生使用开放性的思维方法,利用不同的芯片来搭建相同的逻辑电路,掌握一题多解的方法,以加深学生对基本概念和基础知识的理解,培养分析问题和解决问题的能力,提高学生的综合素质。

本书在不同的章节中增加了 Multisim 软件或 Quartus II 软件波形仿真的内容,引导学生用 Multisim 或者 Quartus II 软件进行习题结论的波形仿真,引导学生用 Multisim 或者 Quartus II 软件对习题解答的结论进行验证,做到理论联系实际,以加深学生的感性认识,提高学习的效率。本书适合作为高等学校计算机和电子信息类专业本科“数字电子与逻辑设计”课程的配套教材,也可作为研究生入学考试的复习参考书。

说明:为了便于上机实习,本书保留了 Multisim 和 Quartus II 软件界面中的国外电气图形符号,但正文中的其他插图均使用了国家标准图形符号。

本书由闽江学院计算机科学系陈利永教授、刘诗笺老师编写。在此感谢闽江学院的院长助理兼教务处处长黄高宪教授对作者在闽江学院所从事的教学改革的支持,感谢福建师范大学数学与计算机科学学院院长吴子文教授对作者在福建师范大学工作期间所从事教学改革的支持;感谢福建师范大学计算机科学系陈家祯老师和叶锋老师为作者使用 Quartus II 软件所提供的帮助;感谢福建师范大学协和学院蔡银河老师为作者提供 Multisim 软件和使用该软件所提供的帮助;感谢福建师范大学协和学院陈祖武老师、陈清华老师,闽江学院的郑明老师、张祖昌老师认真校对本书的习题答案和源程序;感谢闽江学院陈昕老师为作者绘制电路图所提供的帮助。

限于作者的水平,书中的舛误疏漏之处在所难免,敬请广大读者批评指正。

编者

2008年8月8日于闽江学院

第 1 章 数字逻辑基础	1
1.1 数字逻辑基础的理论提要	1
1.2 典型习题的解析	2
1.3 用 Multisim 软件进行数字逻辑基础仿真实验的方法	13
第 2 章 门电路	18
2.1 门电路的理论提要	18
2.2 典型习题的解析	18
2.3 用 Multisim 软件进行门电路分析仿真实验的方法	25
第 3 章 组合逻辑电路	29
3.1 组合逻辑电路理论提要	29
3.2 典型习题的解析	29
3.3 用 Quartus II 软件进行数字逻辑电路仿真实验的方法	56
第 4 章 时序逻辑电路	71
4.1 时序逻辑电路的理论概要	71
4.2 典型习题的解析	72
4.3 用 Quartus II 软件进行时序逻辑电路仿真实验的方法	103
第 5 章 脉冲产生和整形电路	110
5.1 脉冲产生和整形电路的理论概要	110
5.2 典型习题的解析	110
5.3 用 Multisim 软件进行脉冲产生和整形电路的仿真实验	115
第 6 章 数-模和模-数转换器	116
6.1 数-模和模-数转换器理论概要	116
6.2 典型习题的解析	116
附录 A 数字电路与逻辑设计期末练习题	120
附录 B 基于 Verilog HDL 的数字电路设计实验	132

第 1 章 数字逻辑基础

1.1 数字逻辑基础的理论提要

数字电路和逻辑设计课程所研究的问题是处理数字信号电路。为了研究数字电路，必须先了解数字信号的描述方法。数字信号通常用数字量来表示，数字量的计数方法称为数制。

数制规定了数字量每一位的组成方法和从低位到高位进位的方法，在小数点左边第一位为 0 位的前提下，任意进制的数字量均可以表示成 $D = \sum k_i N^i$ 的形式。式中的 k_i 称为第 i 位的系数，不同进制的数字量 k_i 的取值不同，（二进制数 k_i 的取值为 0 或 1，十进制数 k_i 的取值为 0~9 这十个数中的某个数，十六进制数 k_i 的取值为 0~9 和 A~F 这 16 个数中的某个数）； N 称为计数的基数，不同进制的数字量 N 的取值也不同（二进制数 $N=2$ ，十进制数 $N=10$ ，十六进制数 $N=16$ ）； N^i 称为第 i 位的权。

由于式 $D = \sum k_i N^i$ 的右边是按照十进制的计数方法来计算的，所以，利用该式可以实现任意进制数到十进制数的转换。

十进制数转换成二进制数的方法：整数部分“除 2 取余”，小数部分“乘 2 取整”。十进制数转换成十六进制数的方法：整数部分“除 16 取余”，小数部分“乘 16 取整”。

二进制数转十六进制的法则：“四位变一位”。十六进制数转二进制数的法则：“一位变四位”，变化的规则遵循 8421 码。

数字电路所研究的逻辑问题只有分析电路和设计电路两大类，分析和设计电路的数学基础是逻辑代数。逻辑代数的基本公式和定理，逻辑函数的化简方法和逻辑函数不同的表示方法是本章学习的重点。

逻辑代数所介绍的基本逻辑关系有与（ $Y = AB$ ）、或（ $Y = A + B$ ）、非（ $Y = \bar{A}$ ）三种。除了基本逻辑关系外，还有复合逻辑关系与非（ $Y = \overline{AB}$ ）、或非（ $Y = \overline{A + B}$ ）、与或非（ $Y = \overline{AB + CD}$ ）、异或（ $Y = A \oplus B$ ）、同或（ $Y = \overline{A \oplus B}$ ）五种。

逻辑代数中许多的关系式和定理与普通代数中相关的公式和定理形式相同，不需要特别记忆。与普通代数相关的公式和定理形式不同，需要特别记忆的基本关系式为

$$\begin{array}{cccc} 1 + 1 = 1 & 1 + A = 1 & \bar{0} = 1 & \bar{1} = 0 \\ A \cdot A = A & \bar{A} \cdot A = 0 & A + A = A & \bar{A} + A = 1 \end{array}$$

分配律： $A + BC = (A + B)(A + C)$

德·摩根定理： $\overline{A + B} = \bar{A} \bar{B}$ $\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$

还原律： $\bar{\bar{Y}} = Y$

表示逻辑函数关系的方法有表达式、真值表、卡诺图、逻辑图和工作波形图五种。逻辑表达式有标准与或式，最小项和的形式和最简与或式等几种类型，学生要熟练地掌握逻辑函数几种表示方法相互转换的关系，要熟练地掌握利用公式或卡诺图对逻辑表达式进行化简的方法。

用公式进行逻辑函数化简时，常用的几个公式如下：

$$A + AB = A$$

$$A + \overline{AB} = A + B$$

$$A(A + B) = A$$

$$AB + \overline{AC} + BC = AB + \overline{AC}$$

$$AB + \overline{AC} + BCD = AB + \overline{AC}$$

分析数字电路的步骤是：从给定的逻辑图出发，写出逻辑表达式，根据逻辑表达式列出真值表，根据实际情况对真值表中的0和1进行赋值，并说明电路所能实现的逻辑功能。

设计数字电路的步骤是：将给定的逻辑问题抽象成真值表，根据真值表列出逻辑问题的标准与或式，利用公式或卡诺图对逻辑问题的标准与或式进行化简得到最简与或式，选择合适的器件搭建能够实现逻辑问题的逻辑图。

1.2 典型习题的解析

【习题 1-1】数字信号和模拟信号的主要差别是什么？数字电路和模拟电路研究的内容有什么不同？数字电路与模拟电路相比较有什么特点？

【解】模拟电路所研究的问题是处理模拟信号的电路。模拟信号的特点是：信号的变化在幅度和时间上均是连续的。

数字电路与逻辑设计课程所研究的问题是处理数字信号的电路。数字信号的特点是：信号的变化在幅度和时间上均是离散的。

处理数字信号的数字电路与模拟电路比较具有：电路的结构简单，易于制造，便于集成；工作准确可靠，精度高，抗干扰能力强；不仅能够完成数值计算，而且还可以完成逻辑运算；可利用压缩技术减少数据量，便于信号的传输等特点。

【习题 1-2】比较 $(351)_{10}$ ， $(A5)_{16}$ ， $(11001100)_2$ 三个数的大小。

【解】要比较三个数的大小，首先将三个数化成同一进制的数，利用数制位权和的表达式可以将任意进制的数化成十进制数。

$$(A5)_{16} = 10 \times 16^1 + 5 \times 16^0 = (165)_{10}$$

$$(11001100)_2 = (CC)_{16} = 12 \times 16^1 + 12 \times 16^0 = (204)_{10}$$

根据上面的计算结果可得 $(351)_{10} > (11001100)_2 > (A5)_{16}$ 。

【习题 1-3】将十进制数 137.53 转换成二进制数和十六进制数，要求二进制数保留小数点后四位，十六进制数保留小数点后二位有效数字。

【解】进制转换的运算过程如图 1-1 所示。

由图 1-1 可得 $(137.53)_{10} = (10001001.1000)_2 = (89.88)_{16}$ 。

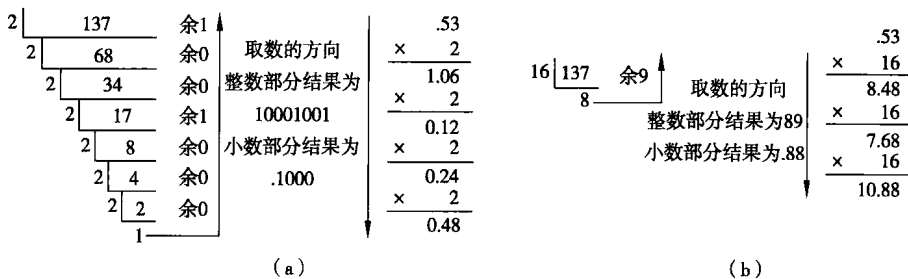


图 1-1 习题 1-3 进制转换图

【习题 1-4】利用逻辑函数的基本公式和定理证明下列各恒等式。

- (1) $\overline{A+BC+D} = \overline{A}(\overline{B+C})\overline{D}$
- (2) $\overline{AB+\overline{A}B+C} = (A\oplus B)C$
- (3) $A+\overline{A}(B+C) = A+\overline{B}C$
- (4) $\overline{AB}+AB+\overline{A}B+\overline{A}\overline{B} = 1$
- (5) $AB+BCD+\overline{AC}+\overline{BC} = AB+C$
- (6) $\overline{AB}+BD+DCE+D\overline{A} = \overline{AB}+D$
- (7) $AB(C+D)+D+(A+B)(\overline{B+C})\overline{D} = A+B\overline{C}+D$
- (8) $\overline{A\oplus B} \overline{B\oplus C} \overline{C\oplus D} = \overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D} + ABCD$
- (9) $ABC+\overline{A}\overline{B}C+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\overline{B}C = A\oplus B\oplus C$
- (10) $AB(A\oplus B\oplus C) = ABC$

【证明】

- (1) 根据德·摩根定理 $\overline{A+B} = \overline{A} \overline{B}$ 和 $\overline{AB} = \overline{A+B}$, 可得

$$\overline{A+BC+D} = \overline{A(BC)D} = \overline{A}(\overline{B+C})\overline{D}$$

则命题得证。

- (2) 根据德·摩根定理 $\overline{A+B} = \overline{A} \overline{B}$ 和 $\overline{AB} = \overline{A+B}$, 可得

$$\begin{aligned} \overline{AB+\overline{A}B+C} &= \overline{AB(\overline{A}B)C} = (\overline{A+B})(A+B)C \\ &= (\overline{AB}+\overline{A}\overline{B})C = (A\oplus B)C \end{aligned}$$

则命题得证。

- (3) 根据德·摩根定理 $\overline{A+B} = \overline{A} \overline{B}$, $\overline{AB} = \overline{A+B}$ 和 $A+A=A$ 可得

$$A+\overline{A}(B+C) = A+A+\overline{B+C} = A+\overline{B}C$$

则命题得证。

- (4) 根据异或和同或的逻辑关系式及 $A+\overline{A}=1$ 的关系, 可得

$$\begin{aligned} \overline{AB}+AB+\overline{A}B+\overline{A}\overline{B} &= \overline{AB}+\overline{A}\overline{B}+AB+\overline{A}B \\ &= A\oplus B+\overline{A\oplus B} = 1 \end{aligned}$$

则命题得证。

- (5) 根据 $AB+\overline{AC}+BCD = AB+\overline{AC}$ 和 $A+\overline{AB} = A+B$ 的关系, 可得

$$\begin{aligned} AB+BCD+\overline{AC}+\overline{BC} &= AB+\overline{AC}+\overline{BC} \\ &= AB+(\overline{A+B})C = AB+\overline{ABC} = AB+C \end{aligned}$$

则命题得证。

(6) 根据 $AB + \overline{AC} + BCD = AB + \overline{AC}$ 和 $\overline{A} + A = 1$ 的关系, 可得

$$\begin{aligned}\overline{AB} + BD + DCE + D\overline{A} &= \overline{AB} + BD + AD + DCE + D\overline{A} \\ &= \overline{AB} + D(B + A + CE + \overline{A}) = \overline{AB} + D\end{aligned}$$

则命题得证。

(7) 根据 $A + \overline{AB} = A + B$ 和 $A + AB = A$ 的关系可得

$$\begin{aligned}AB(C + D) + D + (A + B)(\overline{B} + \overline{C})\overline{D} &= ABC + D + (A + B)(\overline{B} + \overline{C}) \\ &= ABC + D + \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} \\ &= ABC + D + A(\overline{B} + \overline{C}) + \overline{BC} \\ &= A(BC + \overline{BC}) + D + \overline{BC} = A + \overline{BC} + D\end{aligned}$$

则命题得证。

(8) 根据 $\overline{A \oplus B} = \overline{A} \overline{B} + AB$ 和 $A\overline{A} = 0$ 的关系可得

$$\begin{aligned}\overline{A \oplus B} \overline{B \oplus C} \overline{C \oplus D} &= (\overline{A} \overline{B} + AB)(\overline{B} \overline{C} + BC)(\overline{C} \overline{D} + CD) \\ &= (\overline{A} \overline{B} \overline{C} + ABC)(\overline{C} \overline{D} + CD) = \overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D} + ABCD\end{aligned}$$

则命题得证。

(9) 根据 $A \oplus B = \overline{AB} + \overline{AB}$ 和 $\overline{A \oplus B} = \overline{A} \overline{B} + AB$ 的关系可得

$$\begin{aligned}ABC + \overline{AB} \overline{C} + \overline{ABC} + \overline{A} \overline{BC} &= A(BC + \overline{B} \overline{C}) + \overline{A}(\overline{BC} + \overline{BC}) \\ &= A(\overline{B \oplus C}) + \overline{A}(B \oplus C) = A \oplus B \oplus C\end{aligned}$$

则命题得证。

(10) 根据 $A \oplus B = \overline{AB} + \overline{AB}$ 和 $A\overline{A} = 0$ 的关系可得

$$\begin{aligned}AB(A \oplus B \oplus C) &= AB((\overline{AB} + \overline{AB}) \oplus C) \\ &= AB((\overline{AB} + \overline{AB})C + (\overline{AB} + \overline{AB})\overline{C}) \\ &= AB((\overline{AB} + \overline{A} \overline{B})C + (\overline{AB} + \overline{AB})\overline{C}) \\ &= AB(ABC + \overline{A} \overline{BC} + \overline{ABC} + \overline{AB} \overline{C}) \\ &= ABC\end{aligned}$$

则命题得证。

【习题 1-5】用逻辑代数的基本公式, 将下列逻辑函数式化成最简与或式。

(1) $Y = \overline{AB} + B + \overline{AB}$

(2) $Y = \overline{A} + B + \overline{C} + \overline{ABC}$

(3) $Y = \overline{ABC} + \overline{AB}$

(4) $Y = \overline{ABCD} + \overline{ABD} + \overline{ACD}$

(5) $Y = \overline{A} \overline{BD} + \overline{A} \overline{C} + \overline{BC} \overline{D} + \overline{BD} + \overline{BD}$

(6) $Y = \overline{A} \overline{B} + \overline{AB} \overline{AC} + \overline{B}$

(7) $Y = \overline{ABC} \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}$

(8) $Y = A + (\overline{B} + \overline{C})(A + B + C)(A + \overline{B} + C)$

(9) $Y = AC(\overline{CD} + \overline{AB}) + BC(B + \overline{AD} + \overline{CE})$

(10) $Y = \overline{AC} + \overline{ABC} + \overline{ACD} + \overline{CD}$

【解】

(1) 根据 $A + AB = A$ 和 $A + \overline{A}B = A + B$, 可得

$$Y = \overline{A}B + B + \overline{A}B = B + \overline{A}B = A + B$$

(2) 根据德·摩根定理 $\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$ 和 $A + \overline{A} = 1$, 可得

$$Y = \overline{A} + B + \overline{C} + \overline{ABC} = \overline{ABC} + \overline{ABC} = 1$$

(3) 根据德·摩根定理 $\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$ 和 $A + \overline{A} = 1$, 可得

$$Y = \overline{ABC} + \overline{AB} = A + \overline{B} + \overline{C} + \overline{A} + B = 1$$

(4) 根据德·摩根定理 $\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$ 和 $A + \overline{A} = 1$, 可得

$$\begin{aligned} Y &= \overline{ABCD} + \overline{ABD} + \overline{ACD} = \overline{ABCD} + A(B + \overline{C})D \\ &= \overline{ABCD} + \overline{ABCD} = A(\overline{BC} + \overline{BC})D = AD \end{aligned}$$

(5) 根据德·摩根定理 $\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$ 和 $AB + \overline{AC} + BC = AB + \overline{AC}$, 可得

$$\begin{aligned} Y &= \overline{A} \overline{BD} + \overline{A} \overline{C} + \overline{BC} \overline{D} + \overline{BD} + \overline{BD} = \overline{A} \overline{BD} \overline{A} \overline{C} \overline{BC} \overline{D} + \overline{B} \overline{D} + \overline{BD} \\ &= (A + B + \overline{D})(A + C)(\overline{B} + C + D) + \overline{B} \overline{D} + \overline{BD} \\ &= \overline{A} \overline{B} + \overline{A} D + \overline{A} C + \overline{B} C + \overline{C} \overline{D} + \overline{B} \overline{D} + \overline{BD} \\ &= (\overline{A} \overline{B} + \overline{B} C + \overline{A} C) + (\overline{B} D + \overline{C} \overline{D} + \overline{B} C) + (\overline{A} \overline{B} + \overline{BD} + \overline{AD}) \\ &= \overline{A} \overline{B} + \overline{C} \overline{D} + \overline{B} \overline{D} + \overline{BD} \end{aligned}$$

上述解的过程可以用 Multisim 软件中的逻辑转换器 (Logic Converter) 来验证, 验证的方法如图 1-2 所示。

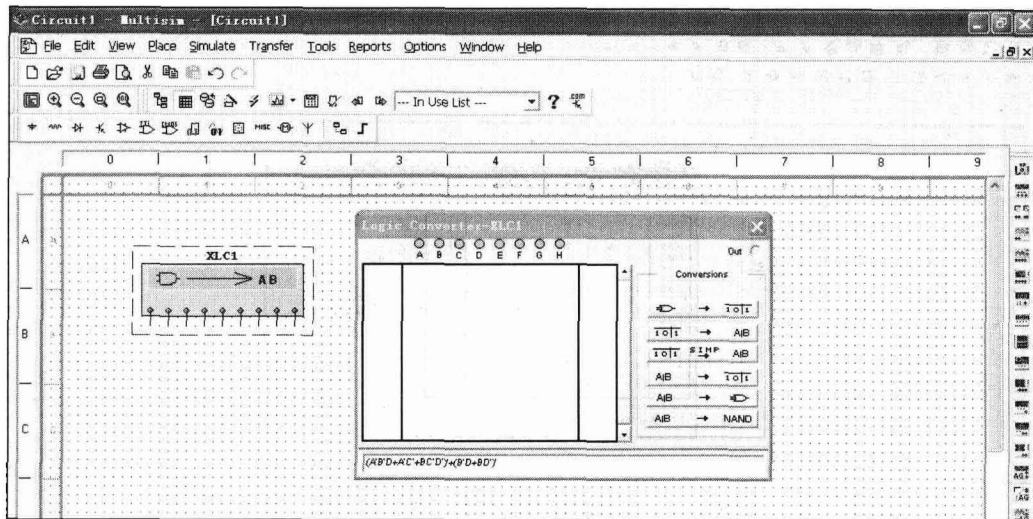


图 1-2 逻辑转换器的工作面板

图 1-2 所示的逻辑转换器可在 Multisim 软件的分析仪器工具栏中找到, 单击逻辑转换器的图标即可将逻辑转换器拖入工作界面, 双击逻辑转换器的图标即可打开逻辑转换器的面板, 表达式的输入/输出窗口在面板的下方, 在该窗口中输入要化简的表达式

$$(A'B'D + A'C' + BC'D') + (B'D + BD)'$$

注意: 逻辑 \overline{A} 用 A' 来表示。

然后单击工作面板右边的从表达式到真值表的转换按钮，即可实现将表达式转换成真值表的操作，转换的结果如图 1-3 所示。

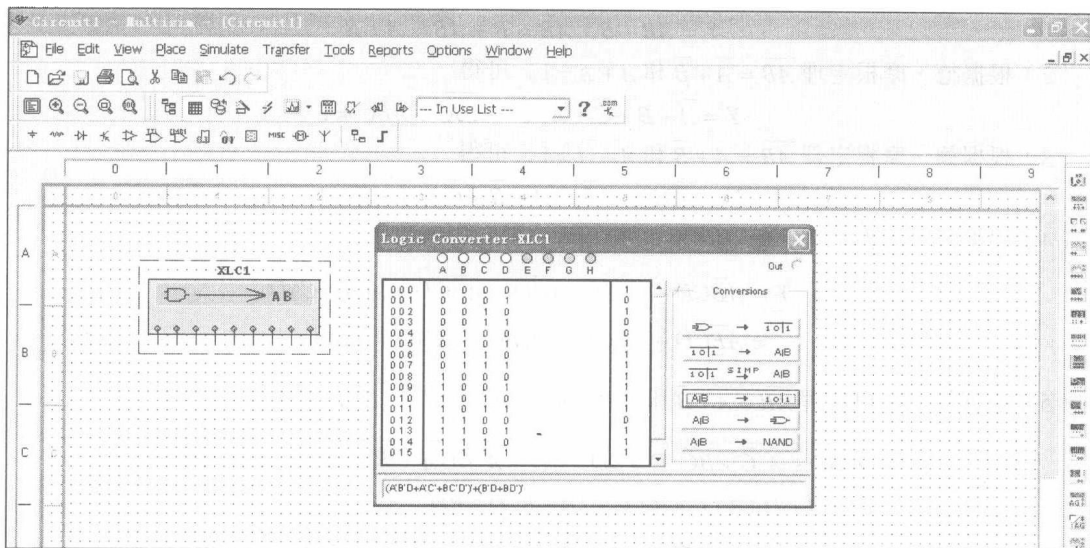


图 1-3 表达式转换成真值表的结果

再次单击工作面板右边的真值表到最简与或式的转换按钮，即可实现将真值表转换成最简与或式的操作，结果显示在面板下方的表达式输入/输出窗口上，转换的结果如图 1-4 所示。

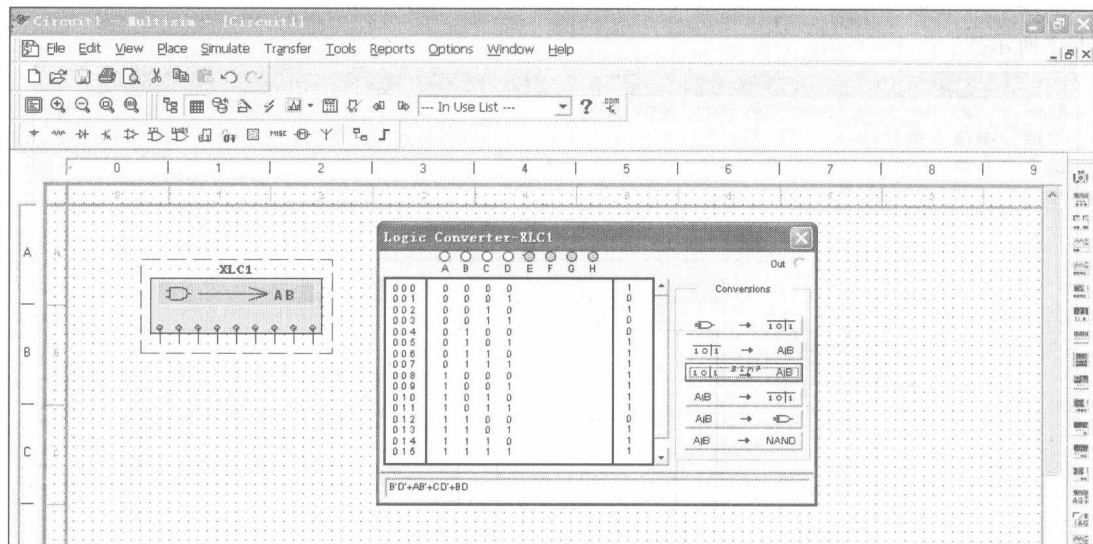


图 1-4 真值表转换成最简与或式的结果

图 1-4 中所示的表达式输入/输出窗口上所显示的结果为 $B'D + AB + CD + BD$ ，验证了理论推导的正确性。

(6) 根据 $A\bar{A} = 0$ 和 $A + AB = A$ ，可得

$$\begin{aligned}
 Y &= \overline{A} \overline{B} + AB \overline{AC} + B = (\overline{AB} + AB)(\overline{AC}B) \\
 &= (\overline{AB})(\overline{AC}B) = \overline{AB}(\overline{A} + C) = \overline{AB} + \overline{AB}C = \overline{AB}
 \end{aligned}$$

(7) 根据 $AA = A$ 和 $A + AB = A$, 可得

$$\begin{aligned} Y &= \overline{ABC} \overline{AB+BC+AC} = (\overline{A+B+C})(\overline{AB} \overline{BC} \overline{AC}) \\ &= (\overline{A+B+C})(\overline{A+B})(\overline{B+C})(\overline{C+A}) \\ &= [(\overline{A+B}) + (\overline{A+C}) + (\overline{B+C})](\overline{A+B})(\overline{B+C})(\overline{C+A}) \\ &= (\overline{A+B})(\overline{B+C})(\overline{C+A}) \\ &= (\overline{A} \overline{B} + \overline{A} \overline{C} + \overline{B} \overline{C})(\overline{C+A}) = (\overline{A} \overline{C} + \overline{B})(\overline{C+A}) \\ &= \overline{A} \overline{C} + \overline{A} \overline{B} + \overline{B} \overline{C} \end{aligned}$$

(8) 根据 $AA = A$, $A\overline{A} = 0$ 和 $A + AB = A$, 可得

$$\begin{aligned} Y &= A + (\overline{B+C})(A+B+C)(A+\overline{B+C}) \\ &= A + (\overline{B+C})(A+C)(1+B+\overline{B}) = A + \overline{BC}(A+C) \\ &= A + \overline{ABC} + \overline{BC} = A + \overline{BC} \end{aligned}$$

(9) 根据德·摩根定理 $\overline{AB} = \overline{A+B}$, $A\overline{A} = 0$ 和 $A + AB = A$, 可得

$$\begin{aligned} Y &= AC(\overline{CD} + \overline{AB}) + BC(\overline{\overline{B+AD+CE}}) \\ &= BC(\overline{BAD+CE}) = BC\overline{BAD} \overline{CE} = BC(\overline{B+AD})(\overline{C+E}) \\ &= ABCD(\overline{C+E}) = ABCD\overline{E} \end{aligned}$$

(10) 根据 $AB + \overline{AC} + BC = AB + \overline{AC}$ 和 $A + AB = A$, 可得

$$\begin{aligned} Y &= \overline{AC} + ABC + \overline{ACD} + CD = \overline{AC} + ABC + \overline{ACD} + (A + \overline{A})CD \\ &= \overline{AC} + ABC + \overline{ACD} + ACD + \overline{ACD} = \overline{AC} + AC + \overline{ACD} \\ &= A + \overline{ACD} = A + CD \end{aligned}$$

上述解的正确性都可以利用 Multisim 软件的逻辑转换器来验证, 请读者自己完成。

【习题 1-6】将下列各逻辑表达式写成最小项和的形式。

(1) $Y = \overline{ABCD} + ABD + \overline{ACD}$

(2) $Y = \overline{ABC} + AB + \overline{AC}$

(3) $Y = \overline{BCD} + AB + \overline{ACD}$

(4) $Y = A + AB + \overline{AC}$

(5) $Y = AD + \overline{AB} \overline{D} + \overline{ACD}$

【解】

(1) 根据最小项的定义和 $A + \overline{A} = 1$ 及 $A + A = 1$ 的关系, 可得

$$\begin{aligned} Y &= \overline{ABCD} + ABD + \overline{ACD} = \overline{ABCD} + AB(C + \overline{C})D + A(B + \overline{B})\overline{CD} \\ &= \overline{ABCD} + ABCD + \overline{ABCD} + \overline{ABCD} + \overline{AB} \overline{CD} \\ &= m_9 + m_{11} + m_{13} + m_{15} = \sum_m (9, 11, 13, 15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) Y &= \overline{ABC} + AB + \overline{AC} = \overline{ABC} + AB(C + \overline{C}) + A(B + \overline{B})\overline{C} \\ &= \overline{ABC} + ABC + \overline{ABC} + \overline{ABC} + \overline{AB} \overline{C} \\ &= m_5 + m_7 + m_6 + m_4 = \sum_m (4, 5, 6, 7) \end{aligned}$$

(3) 在熟练掌握上述的方法之后, 根据缺一个变量, 该变量在相应的位置上可以分别取“1”和“0”的特点, 采用下面介绍的标记方法可以简化计算。

$$\begin{aligned}
 Y &= \overline{BCD} + AB + \overline{ACD} = m_{(0-1)010} + m_{1(00-1)} + m_{1(0-1)01} \\
 &= m_{0010} + m_{1010} + m_{1100} + m_{1101} + m_{1110} + m_{1111} + m_{1001} + m_{1101} \\
 &= m_2 + m_{10} + m_{12} + m_{13} + m_{14} + m_{15} + m_9 + m_{13} = \sum_m (2,9,10,12,13,14,15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad Y &= A + AB + \overline{AC} = m_{1(00-1)} + m_{1(0-1)} + m_{0(0-1)0} \\
 &= m_4 + m_5 + m_6 + m_7 + m_6 + m_7 + m_0 + m_2 = \sum_m (0,2,4,5,6,7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \quad Y &= AD + \overline{AB} \overline{D} + \overline{ACD} = m_{1(00-1)1} + m_{10(0-1)0} + m_{1(0-1)01} \\
 &= m_{1001} + m_{1011} + m_{1101} + m_{1111} + m_{1000} + m_{1010} + m_{1001} + m_{1101} \\
 &= m_9 + m_{11} + m_{13} + m_{15} + m_8 + m_{10} + m_9 + m_{13} = \sum_m (8,9,10,11,13,15)
 \end{aligned}$$

【习题 1-7】用卡诺图化简下列各逻辑表达式。

$$(1) \quad Y = ABC + AB\overline{D} + \overline{AC} + B\overline{D}$$

$$(2) \quad Y = ABC\overline{D} + \overline{AB} \overline{D} + \overline{A} BC + AB\overline{D}$$

$$(3) \quad Y = \overline{ABC} + AB\overline{D} + ACD + \overline{ABD}$$

$$(4) \quad Y = ABCD + \overline{ABD} + \overline{ACD} + AB\overline{D}$$

$$(5) \quad Y = BC + \overline{AB} \overline{D} + \overline{ABC} + \overline{BCD}$$

$$(6) \quad Y(A, B, C, D) = \sum_m (0,2,5,6,7) + \sum_d (1,8,9,10,11)$$

$$(7) \quad Y(A, B, C, D) = \sum_m (1,3,5,7,9) + \sum_d (2,4,6,8,10)$$

$$(8) \quad Y(A, B, C, D) = \sum_m (0,2,4,5,7,13) + \sum_d (8,9,10,11,14,15)$$

$$(9) \quad Y(A, B, C, D) = \sum_m (1,2,4,12,14) + \sum_d (5,6,7,8,9,10)$$

$$(10) \quad Y(A, B, C, D) = \sum_m (0,2,3,4,5,6,11,12) + \sum_d (8,9,10,13,14,15)$$

【解】

(1) 表达式 $Y = ABC + AB\overline{D} + \overline{AC} + B\overline{D}$ 的卡诺图如图 1-5 (a) 所示, 根据图 1-5 (a) 可得化简的结果为 $Y = B\overline{D} + BC + \overline{AC}$ 。

(2) 表达式 $Y = ABC\overline{D} + \overline{AB} \overline{D} + \overline{A} BC + AB\overline{D}$ 的卡诺图如图 1-5 (b) 所示, 根据图 1-5 (b) 可得化简的结果为 $Y = \overline{AD} + \overline{ABC}$ 。

(3) 表达式 $Y = \overline{ABC} + AB\overline{D} + ACD + \overline{ABD}$ 的卡诺图如图 1-5 (c) 所示, 根据图 1-5 (c) 可得化简的结果为 $Y = B\overline{D} + AC$ 。

(4) 表达式 $Y = ABCD + \overline{ABD} + \overline{ACD} + AB\overline{D}$ 的卡诺图如图 1-5 (d) 所示, 根据图 1-5 (d) 可得化简的结果为 $Y = B\overline{D} + BC + \overline{ACD}$ 。

(5) 表达式 $Y = BC + \overline{AB} \overline{D} + \overline{ABC} + \overline{BCD}$ 的卡诺图如图 1-5 (e) 所示, 根据图 1-5 (e) 可得化简的结果为 $Y = \overline{AB} + C\overline{D} + BC + \overline{AB} \overline{D}$ 。

(6) 表达式 $Y(A, B, C, D) = \sum_m (0,2,5,6,7) + \sum_d (1,8,9,10,11)$ 的卡诺图如图 1-5 (f) 所示, 根据图 1-5 (f) 可得化简的结果为 $Y = \overline{B} \overline{D} + \overline{ABC} + \overline{ABD}$ 。

(7) 表达式 $Y(A, B, C, D) = \sum_m (1,3,5,7,9) + \sum_d (2,4,6,8,10)$ 的卡诺图如图 1-5 (g) 所示, 根据图 1-5 (g) 可得化简的结果为 $Y = \overline{AD} + \overline{B} \overline{CD}$ 。

(8) 表达式 $Y(A, B, C, D) = \sum_m (0,2,4,5,7,13) + \sum_d (8,9,10,11,14,15)$ 的卡诺图如图 1-5 (h) 所示, 根据图 1-5 (h) 可得化简的结果为 $Y = \overline{B} \overline{D} + BD + \overline{A} \overline{C} \overline{D}$ 。

(9) 表达式 $Y(A, B, C, D) = \sum_m (1,2,4,12,14) + \sum_d (5,6,7,8,9,10)$ 的卡诺图如图 1-5 (i) 所示, 根据图 1-5 (i) 可得化简的结果为 $Y = B\overline{D} + \overline{AB} + C\overline{D} + \overline{A} \overline{C} \overline{D}$ 。

(10) 表达式 $Y(A, B, C, D) = \sum_m(0, 2, 3, 4, 5, 6, 11, 12) + \sum_d(8, 9, 10, 13, 14, 15)$ 的卡诺图如图 1-5 (j) 所示, 根据图 1-5 (j) 可得化简的结果为 $Y = A + \bar{D} + \bar{B}\bar{C} + \bar{B}C$ 。

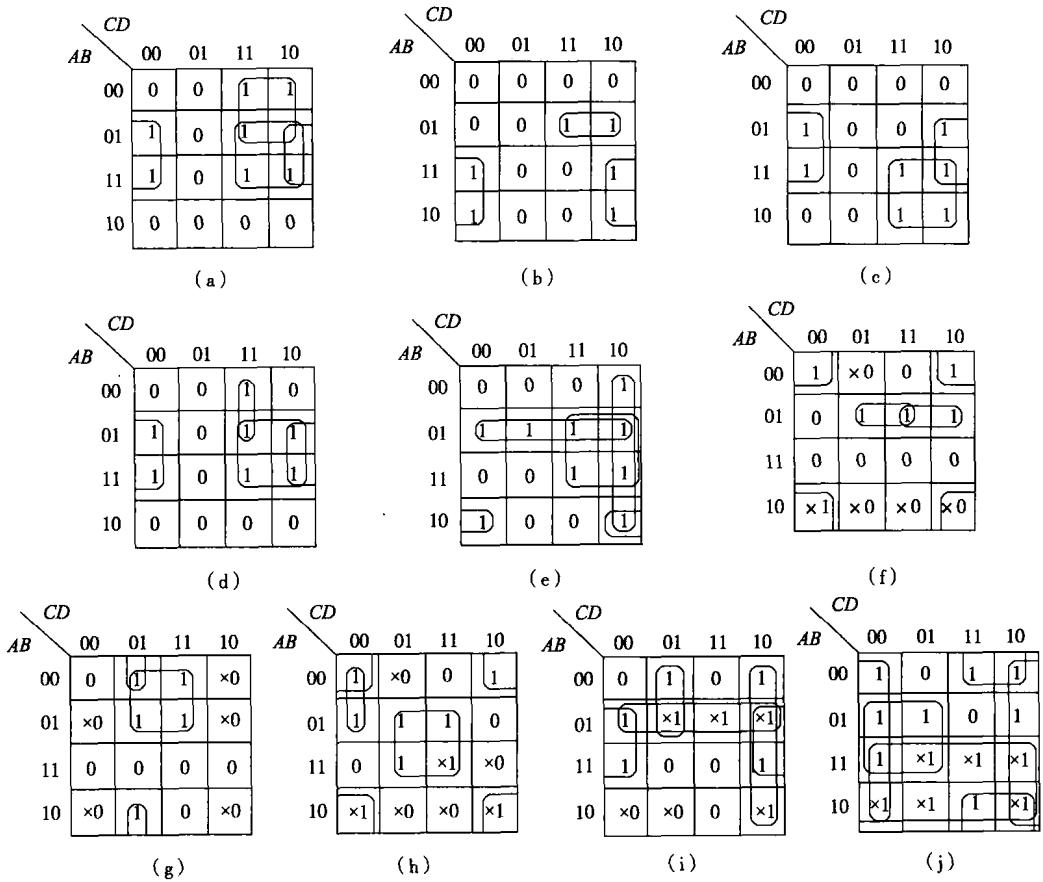


图 1-5 习题 1-7 的卡诺图

【习题 1-8】写出图 1-6 所示电路的逻辑表达式, 列出真值表, 在“1”和“0”表示数值 1 和 0 的情况下, 说明电路的逻辑功能, 画出电路的工作波形图。

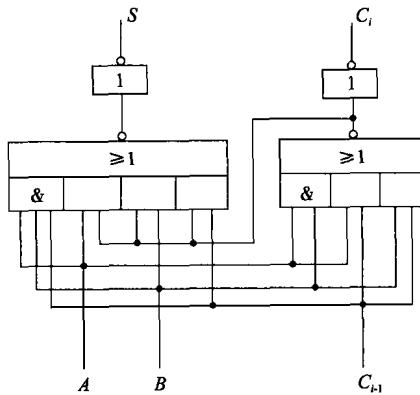


图 1-6 习题 1-8 的逻辑图

【解】根据图 1-6 可得

$$\begin{aligned} \overline{C_i} &= \overline{AB + AC_{i-1} + BC_{i-1}} \\ S &= ABC_{i-1} + A\overline{C_i} + B\overline{C_i} + C_{i-1}\overline{C_i} = ABC_{i-1} + (A + B + C_{i-1})\overline{C_i} \\ C_i &= \overline{\overline{C_i}} = \overline{\overline{AB + AC_{i-1} + BC_{i-1}}} = AB + AC_{i-1} + BC_{i-1} \end{aligned}$$

根据电路的逻辑表达式可得如表 1-1 所列的真值表。

表 1-1 图 1-6 所示电路的真值表

A	B	C_{i-1}	AB	AC_{i-1}	BC_{i-1}	ABC_{i-1}	$A+B+C_{i-1}$	S	C_i
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

在“1”和“0”表示数值 1 和 0 的情况下，电路可实现的逻辑功能是一位加法器，其中的输出信号 S 为一位加法器的和，输出信号 C_i 为一位加法器的进位信号。根据表 1-1 可得图 1-6 所示电路的工作波形图，如图 1-7 所示。

【习题 1-9】写出图 1-8 所示电路的逻辑表达式，并列真值表，在 A_2A_1 和 B_2B_1 表示两个二进制数的前提下，说明电路所能够实现的逻辑功能。

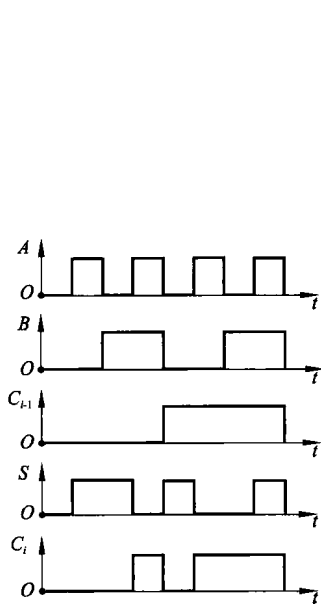


图 1-7 习题 1-8 的工作波形图

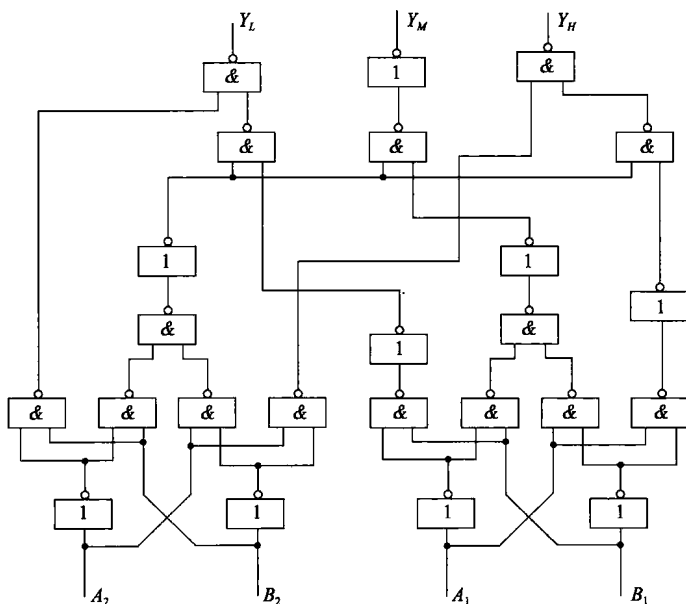


图 1-8 习题 1-9 的逻辑图

【解】为了写出图 1-8 所示电路的逻辑图，在图 1-8 所示的电路中添加图 1-9 所示的辅助变量。

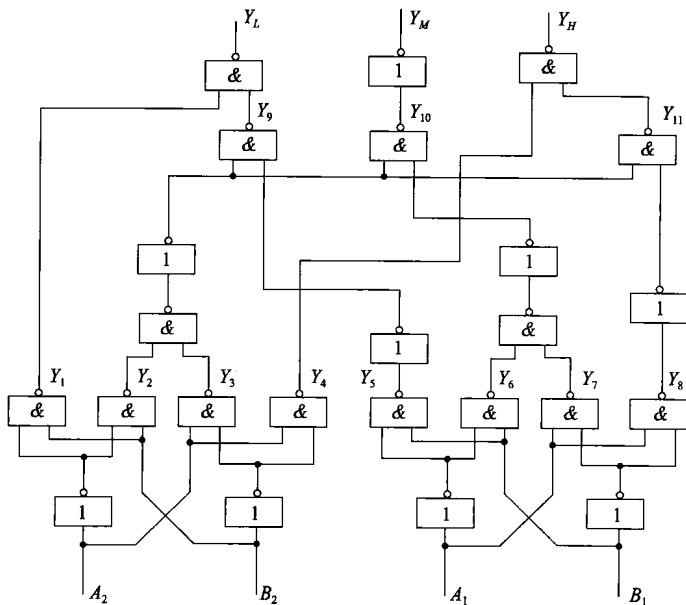


图 1-9 添加辅助字符后的电路

$$Y_L = \overline{Y_1 Y_9} = \overline{Y_1 Y_2 Y_3 \overline{Y_5}} = \overline{Y_1} + Y_2 Y_3 \overline{Y_5} = \overline{A_2 B_2} + \overline{A_2 B_2} \overline{A_2 B_2} \overline{A_1 B_1}$$

$$= \overline{A_2 B_2} + (A_2 + \overline{B_2})(\overline{A_2} + B_2) \overline{A_1 B_1} = \overline{A_2 B_2} + (A_2 B_2 + \overline{A_2} \overline{B_2}) \overline{A_1 B_1}$$

$$Y_M = \overline{Y_{10}} = \overline{Y_2 Y_3 Y_6 Y_7} = \overline{A_2 B_2 A_2 B_2 A_1 B_1 A_1 B_1}$$

$$= (A_2 + \overline{B_2})(\overline{A_2} + B_2)(A_1 + \overline{B_1})(\overline{A_1} + B_1) = (A_2 B_2 + \overline{A_2} \overline{B_2})(A_1 B_1 + \overline{A_1} \overline{B_1})$$

$$= A_2 B_2 A_1 B_1 + A_2 B_2 \overline{A_1} \overline{B_1} + \overline{A_2} \overline{B_2} A_1 B_1 + \overline{A_2} \overline{B_2} \overline{A_1} \overline{B_1}$$

$$Y_H = \overline{Y_4 Y_{11}} = \overline{Y_4 Y_2 Y_3 \overline{Y_8}} = \overline{Y_4} + Y_2 Y_3 \overline{Y_8} = \overline{Y_4} + \overline{A_2 B_2} \overline{A_2 B_2} A_1 \overline{B_1}$$

$$= A_2 \overline{B_2} + (A_2 + \overline{B_2})(\overline{A_2} + B_2) A_1 \overline{B_1} = A_2 \overline{B_2} + (A_2 B_2 + \overline{A_2} \overline{B_2}) A_1 \overline{B_1}$$

习题 1-9 所示电路的真值表如表 1-2 所列。

表 1-2 习题 1-9 所示电路的真值表

$A_2 A_1 B_2 B_1$	Y_L	Y_M	Y_H	$A_2 A_1 B_2 B_1$	Y_L	Y_M	Y_H
0 0 0 0	0	1	0	1 0 0 0	0	0	1
0 0 0 1	1	0	0	1 0 0 1	0	0	1
0 0 1 0	1	0	0	1 0 1 0	0	1	0
0 0 1 1	1	0	0	1 0 1 1	1	0	0
0 1 0 0	0	0	1	1 1 0 0	0	0	1
0 1 0 1	0	1	0	1 1 0 1	0	0	1
0 1 1 0	1	0	0	1 1 1 0	0	0	1
0 1 1 1	1	0	0	1 1 1 1	0	1	0

当 $A_2 A_1$ 和 $B_2 B_1$ 分别表示两个二进制数的前提下，图 1-8 所示的电路可实现的逻辑功能是两位二进制数的数值比较器，其中输出 Y_L 表示 A 小于 B ，输出 Y_M 表示 A 等于 B ，输出 Y_H 表示 A 大于 B 。

【习题 1-10】设每个学期学生必须参加 4 门课程的考试，4 门课程的学分积点为：A 课程考试通过的积点为 4 分，B 课程考试通过的积点为 3 分，C 课程考试通过的积点为 2 分，D 课程考试

通过的积点为 1 分，任何课程考试不通过的积点都为 0 分，规定每个学生每个学期的考试积点必须大等于 8 学分才允许升级，否则留级，请用与非门器件设计一个学生升、留级情况的判断电路。

【解】设用“1”表示课程考试通过，用“0”表示课程未通过，用“1”表示该学生升级，用“0”表示该学生留级，根据学生升、留级的规定可得学生升、留级情况判断电路的真值表如表 1-3 所列。

表 1-3 学生升、留级情况判断电路的真值表

A B C D	Y	A B C D	Y
0000	0	1000	0
0001	0	1001	0
0010	0	1010	0
0011	0	1011	0
0100	0	1100	0
0101	0	1101	1
0110	0	1110	1
0111	0	1111	1

根据表 1-3 可得学生升、留级情况判断电路的卡诺图如图 1-10 (a) 所示，由图 1-10 (a) 可得

$$Y = ABC + ABD = \overline{ABC} \overline{ABD}$$

根据 Y 的表达式搭建的电路如图 1-10 (b) 所示。用 Multisim 软件仿真的结果如图 1-11 所示。

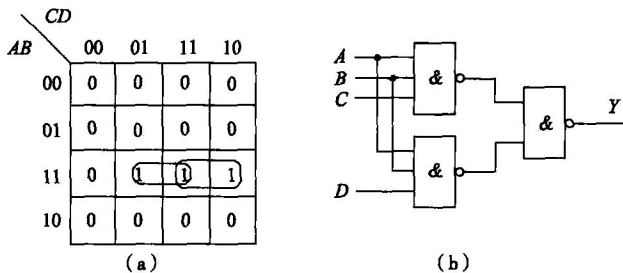


图 1-10 习题 1-10 的图

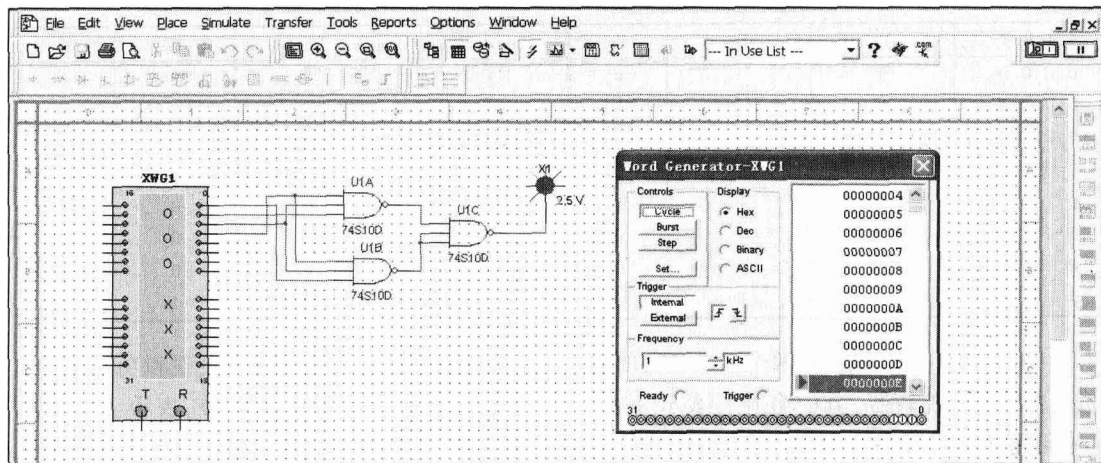


图 1-11 习题 1-10 仿真实验的结果