

信号与系统基础

陈从颜 翟军勇 编著
费树岷 主审



机械工业出版社
China Machine Press

TN911.6
154



21世纪高等院校
与电气学科系列

TN911.6
154

信号与系统基础

陈从颜 翟军勇 编著
费树岷 主审



机械工业出版社
China Machine Press

本书主要包括 7 章：绪论、连续时间信号和系统、连续时间信号的傅里叶分析、连续 LTI 系统的复频域分析、离散时间信号和系统、离散 LTI 系统的 Z 域分析、系统的状态变量分析等。

本书重点突出，层次分明，注重知识的系统性、针对性和先进性；注重理论与实践联系，培养工程应用能力。另外，本书还配有完整的电子课件，便于教学。

本书可作为普通高等院校自动化、电气工程、测控技术与仪器、电子科学与技术、微电子学以及光信息科学与技术等专业的本科生教材，也可作为相关工程技术人员的学习参考用书。

版权所有，侵权必究。

本书法律顾问 北京市展达律师事务所

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统基础/陈从颜, 翟军勇编著. —北京: 机械工业出版社, 2009. 2
(21 世纪高等院校电子信息与电气学科系列规划教材)

ISBN 978-7-111-25570-3

I. 信… II. ①陈… ②翟… III. 信号系统—高等学校—教材 IV. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 177551 号

机械工业出版社(北京市西城区百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑: 盛东亮

北京慧美印刷有限公司印刷

2009 年 2 月第 1 版第 1 次印刷

184mm × 260mm · 12.25 印张

标准书号: ISBN 978-7-111-25570-3

定价: 23.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

本社购书热线: (010)68326294

随着信息技术的迅猛发展,培养“适应 21 世纪时代需求的、有创新能力的复合型人才”已成为当前高等院校教育工作的重点。新型的人才培养模式应以基础扎实,拓宽专业口径为着眼点,突出培养学生的科学研究能力和工程设计能力。“编写精品教材,创建精品课程”是实现新型培养模式的基本保证。为进一步配合全国高校提高教育教学质量,共享优质教学资源,推动电子电气类精品课程的建设工作,机械工业出版社华章分社将与“教育部高等学校电子信息与电气学科教学指导委员会委员、教学名师和知名教授”一起建设“高等院校电子信息与电气学科系列规划教材”,从高校的教学改革出发,在对电子电气类课程的课程体系和教学内容深入研讨的基础上,建设具有先进性、创新性、实用性的精品教材和教学资源体系,使该系列教材成为“立足专业规范,面向新需求,成就高质量”的精品。

该系列教材的出版以新的教改精神和人才培养模式作为指导,这样不仅能够保证教材质量,而且有利于促进学科的发展。根据教育部高等学校电子信息与电气学科教学指导委员会制定的“专业规范和基本要求、学科发展和人才培养的目标”,确定教材特色如下:

- 教材的编写要以教育部高等学校电子信息与电气学科教学指导委员会制定的“专业规范和基本要求”为依据,以培养满足国家和社会需要的高素质人才为目标,系统整合教学改革成果,使教材结构体系具有渐进性,体现教学规律和学生的认识规律,使教材的结构完整,内容具有系统性、科学性和准确性,理论阐述严谨、正确。
- 教材的知识体系和内容结构具有较强的逻辑性,利于培养学生的科学思维能力;根据教学内容、学时、教学大纲的要求,优化知识结构,充分体现新知识、新技术、新工艺、新成果;既要加强基础理论,也要强化实践内容;理论的阐述、实验内容和习题的选取都应紧密联系实际,使学生做到运用理论处理实际问题,培养学生分析问题和解决问题的能力。

为做好该系列教材的出版工作,我们聘请了东南大学王志功教授为编审委员会顾问,天津大学孙雨耕教授为编审委员会主任,以及清华大学、北京大学、浙江大学、上海交通大学、电子科技大学、华中科技大学、西安电子科技大学、北京邮电大学、吉林大学等国内重点大学的教授为编审委员会副主任委员和委员,从根本上保证了教材的质量。我们将在今后的出版工作中广泛征询和听取一线教师的反馈意见和建议,逐步改进和完善该系列教材,积极推动高等院校教学改革和教材建设。

“21世纪高等院校电子信息与电气学科系列规划教材”

编审委员会

编审委员会顾问：王志功(东南大学)

编审委员会主任：孙雨耕(天津大学)

编审委员会副主任：倪光正(浙江大学)

彭启琮(电子科技大学)

张晓林(北京航空航天大学)

戴先中(东南大学)

编审委员会委员：

陈洪亮(上海交通大学)

马西奎(西安交通大学)

华成英(清华大学)

王成华(南京航空航天大学)

姜建国(上海交通大学)

李哲英(北京联合大学)

尹项根(华中科技大学)

邓建国(西安交通大学)

刘新元(北京大学)

吴建强(哈尔滨工业大学)

孟 桥(东南大学)

郭树旭(吉林大学)

陈鹤鸣(南京邮电大学)

王泽忠(华北电力大学)

陆文娟(清华大学)

蔺志青(北京邮电大学)

石光明(西安电子科技大学)

黄瑞光(华中科技大学)

FOREWORD

前言

“信号与系统”是电子信息与电气学科类专业的一门重要专业基础课，它的基本任务是研究确定性信号通过线性时不变系统进行传输、处理的基本理论和基本分析方法。

随着高等教育改革的发展，包括“信号与系统”在内的许多课程无论在内容上还是在授课形式上都发生了很大的变化。一方面，“信号与系统”的课程结构面临调整，课时在不断压缩，许多高等院校的电子信息与电气学科类专业如自动化、电气、光电信息等已由 96 课时、64 课时压缩至 48 课时；另一方面，“信号与系统”这一学科领域的理论与实践研究快速发展，许多新的分析方法和应用技术日益增多，相应的教材亦需要不断调整，需要提炼旧的知识，增添新的内容。

本书就是根据这些课程变化和需求，系统而简明地介绍了信号与线性时不变系统的基本概念、原理和方法，并依照如下主题思路编写：①适应课程改革创新形势下 48 学时的授课计划；②针对自动化、电气、光电信息等专业的本科生培养计划，而关于通信专业的内容有所压缩；③考虑到与后续课程的关系，如“自动控制原理”等课程，本书尽量精简掉一些内容重复的章节；④引入国外知名大学关于信号与系统课程设置的特色和最新变化，处理好经典理论与最新技术的相互融合。

“信号与系统”主要由两部分内容组成：连续时间信号和系统，离散时间信号和系统。本教材采用先连续后离散的布局安排知识，先集中精力学好连续信号与系统分析的内容，再通过类比理解离散信号与系统分析的知识。状态分析方法则结合两大块内容综合给出，从而建立完整的信号与系统的概念。在内容安排上考虑到连续时间内容和离散时间内容的相互独立性，也可采用先离散后连续的方式授课。

在本书第 1 章“绪论”中，对信号与系统的概念、信号的性质以及系统的分析方法作了简单介绍，强调的是对信号与系统概念的总体理解。第 2 章讨论了连续时间信号与系统时域分析的有关内容。第 3 章主要研究了傅里叶分析方法，以及它在线性时不变连续系统频域分析中的应用。第 4 章将频域的概念推广到复频域，得到基于拉普拉斯变换的线性时不变连续系统的复频域分析方法。第 5 章介绍离散时间信号与系统的时域分析。第 6 章重点讨论离散时间系统的 Z 变换分析法。最后，第 7 章介绍了系统在状态空间中的描述方法，讨论了连续系统和离散系统的状态方程变换解和时域解法。

全书在取材上非常注意内容和结构的完整性，以信号变换为主要工具，着重于信号分析和系统分析，加强了与信号处理和系统设计的联系，增加和增强了一些在工程上有着广泛应用背景的基本概念和分析方法。本书还采用不同的方法来校验例子的结果，这种验证大部分

借助 MATLAB 完成。有些课后习题也需要验证结果,所用到的 MATLAB 程序可参照例题中程序稍加修改而成。

本书第 1~4 章由陈从颜编写,第 5~7 章由翟军勇编写。费树岷教授对本书初稿提出了建议,并给出了审阅意见。孟桥教授也提出了一些非常有益的观点。在编写过程中,编者参考了众多国内外相关教材,吸取了各自的长处。这对于本书的编写有极大的帮助,在此谨向这些教材的编著者致以衷心的感谢!

由于编者学识有限和时间仓促,本书难免会出现错误和疏漏之处,恳请读者给予批评指正,以供编者今后进一步修改和提高。

编者

2008 年 9 月

教学内容	学习要点及教学要求	课时安排
第1章 绪论	- 理解信号与系统的概念 - 掌握信号的两个性质 - 了解系统分析的思想	2 课时
第2章 连续时间信号和系统	- 掌握连续时间信号的变换运算 - 理解连续时间信号的时域表示 - 弄清连续时间系统的性质 - 熟悉微分方程的建立与求解 - 掌握卷积积分的计算及其性质 - 掌握连续线性时不变系统分析的概念	7 课时
第3章 连续时间信号的傅里叶分析	- 理解周期信号的最佳近似 - 掌握傅里叶级数和频谱分析 - 学会求解周期信号的稳态响应 - 理解傅里叶变换的定义 - 熟练掌握傅里叶变换的性质 - 弄清 LTI 系统的傅里叶变换分析方法 - 掌握抽样信号与抽样定理	12 课时
第4章 连续 LTI 系统的复频域分析	- 理解拉普拉斯变换与收敛域 - 熟练掌握拉普拉斯变换的性质 - 掌握拉普拉斯逆变换方法 - 弄清系统函数及其在连续 LTI 系统分析中的应用 - 学会分析连续时间 LTI 系统的稳定性 - 了解系统方框图和信号流图	9 课时
第5章 离散时间信号和系统	- 掌握离散时间信号的变换运算 - 掌握常见离散时间信号及其性质 - 学会计算离散信号的卷积和 - 对比连续系统理解离散 LTI 系统的性质 - 了解差分方程式的建立与求解 - 掌握复指数信号作用下离散 LTI 系统的分析	6 课时
第6章 离散 LTI 系统的 Z 域分析	- 掌握 Z 变换定义和常见函数的 Z 变换 - 熟练掌握 Z 变换的性质及其应用 - 掌握逆 Z 变换的计算方法 - 学会离散 LTI 系统的 Z 域分析方法 - 了解离散时间系统模拟	9 课时
第7章 系统的状态变量分析	- 了解状态变量与状态空间模型的概念 - 了解连续系统状态方程的建立和求解 - 了解离散系统状态方程的建立和求解 - 了解系统的状态变量分析法的 MATLAB 实现	3 课时
教学总课时建议		48 课时

说明：1. 本教材的篇幅相对其他同类教材有所缩减，相应的授课计划推荐为安排每周3课时，在一个长学期内讲授完毕本课程的内容（约48课时）。其中连续时间信号和系统部分为该书重点内容，约占27课时，分别讨论时域分析、傅里叶级数、傅里叶变换和拉普拉斯变换；离散时间信号和系统部分可以对比连续部分进行学习，授课时间可以缩减，约占15课时，主要介绍时域分析和Z变换；其他课时用于介绍绪论和系统状态变量分析。相关配套仿真实验的课时另行单独安排。不同专业根据不同的教学要求和计划教学课时数可酌情对教材内容进行适当调整。

2. 第7章为课程的选讲内容，相关知识将会在“自动控制原理”课程中讲述。

SIGN DECLARATION

符号说明

t	连续时间自变量
$f(t)$	连续时间信号
n	离散时间自变量
$f[n]$	离散时间信号
T_0	连续时间信号的周期
f_0	连续时间信号的频率
ω_0	连续时间信号的角频率
$\delta(t)$	时域狄拉克函数、单位冲激函数 $\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \\ \delta(t) = 0 \quad t \neq 0 \end{cases}$
$u(t)$	时域单位阶跃函数 $u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$
$\text{rect}(t/T)$	矩形脉冲函数 $\text{rect}(t/T) = \begin{cases} 1 & t < T/2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$
$\text{sinc}(x)$	抽样函数 $\text{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$
$\text{sgn}(t)$	符号函数 $\text{sgn}(t) = \begin{cases} -1 & t < 0 \\ +1 & t > 0 \end{cases}$
$\delta_T(t)$	以 T 为周期的单位冲激序列信号
$\delta[n]$	单位冲激序列,或单位样值序列,定义为 $\delta[n] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$
$u[n]$	单位阶跃序列,定义为 $u[n] = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$
s	复变量, $s = \sigma + j\omega$
ω	连续频率自变量
$F(\omega)$	连续频率函数
FS	傅里叶级数
FT 或 $F[\cdot]$	傅里叶变换
IFT 或 $F^{-1}[\cdot]$	傅里叶逆变换
LT 或 $L[\cdot]$	拉普拉斯变换
ILT 或 $L^{-1}[\cdot]$	拉普拉斯逆变换
ZT 或 $Z[\cdot]$	Z 变换
IZT 或 $Z^{-1}[\cdot]$	逆 Z 变换
*	对连续信号表示卷积;对离散信号表示卷积和
j	虚数单位
I	单位阵
A^{-1}	矩阵 A 的逆
$\Phi(t)$	连续时间系统的状态转移矩阵
$\Phi[k]$	离散时间系统的状态转移矩阵

CONTENTS

目录

出版说明

前言

教学建议

符号说明

第 1 章 绪论	1
1.1 信号与系统的概念	1
1.1.1 信号	1
1.1.2 系统	2
1.2 信号的两个性质	3
1.2.1 奇偶性	3
1.2.2 周期信号	4
1.3 系统的分析	5
1.4 本章小结	6
习题	6

第 2 章 连续时间信号和系统	8
2.1 连续时间信号的变换运算	8
2.1.1 时间变换	8
2.1.2 信号幅度变换	10
2.2 连续时间信号的时域表示	11
2.2.1 指数函数	11
2.2.2 单位阶跃函数	13
2.2.3 单位冲激函数	14
2.3 连续时间系统的性质	15
2.3.1 线性	15
2.3.2 时不变特性	16
2.3.3 因果性	17
2.3.4 稳定性	17
2.4 微分方程式的建立与求解	18
2.4.1 微分方程的经典解	18
2.4.2 微分方程的解与系统响应的关系	20
2.5 卷积积分	21
2.5.1 卷积积分	21
2.5.2 卷积的图解计算	22
2.6 卷积积分的性质	23

2.6.1 普通函数与冲激函数的卷积积分	23
2.6.2 卷积积分的微分与积分	24
2.6.3 卷积的代数运算性质	24
2.7 线性时不变系统响应的进一步分析	26
2.7.1 模态与稳定性的关系	26
2.7.2 复指数函数激励下的稳态响应	28
2.8 本章小结	30
习题	30

第 3 章 连续时间信号的傅里叶分析	35
3.1 周期信号的最佳近似	35
3.2 傅里叶级数和频谱	36
3.2.1 复指数形式傅里叶级数	37
3.2.2 三角函数形式傅里叶级数	37
3.2.3 频谱	38
3.3 周期信号的稳态响应	44
3.4 傅里叶变换的定义	45
3.5 傅里叶变换的性质	49
3.5.1 线性	49
3.5.2 时间尺度变换特性	50
3.5.3 时间平移特性	51
3.5.4 对称性	52
3.5.5 频移特性	53
3.5.6 卷积定理	55
3.5.7 时域微分特性	56
3.5.8 时域积分特性	57
3.5.9 频域微分	58
3.5.10 能量谱和功率谱	58
3.6 LTI 系统的傅里叶变换分析	60
3.6.1 连续系统的频率响应	60
3.6.2 无失真传输	62
3.6.3 理想滤波器	63
3.7 抽样信号与抽样定理	64
3.7.1 抽样信号	64
3.7.2 抽样定理	66

3.8 本章小结	67	5.3.3 离散时间系统的卷积和	117
习题	68	5.3.4 卷积和的性质	117
第4章 连续 LTI 系统的复频域分析	73	5.4 离散时间信号的性质	118
4.1 拉普拉斯变换与收敛域	73	5.5 离散 LTI 系统的性质	119
4.1.1 拉普拉斯变换的定义	73	5.6 差分方程式的建立与求解	121
4.1.2 拉普拉斯变换的收敛域	74	5.7 复指数信号作用下系统的响应	124
4.1.3 常见函数的拉普拉斯变换	76	5.8 本章小结	126
4.2 拉普拉斯变换的性质	77	习题	126
4.3 拉普拉斯逆变换	85	第6章 离散 LTI 系统的 Z 域分析	129
4.4 连续 LTI 系统的复频域分析	89	6.1 Z 变换定义	129
4.4.1 微分方程的拉普拉斯变换求解法	89	6.2 常见函数的 Z 变换	130
4.4.2 电路的 s 域模型	91	6.3 Z 变换的性质	133
4.5 系统函数	93	6.4 逆 Z 变换	138
4.5.1 连续时间 LTI 系统的系统函数	94	6.5 离散 LTI 系统的 Z 域分析	142
4.5.2 系统函数与系统时域特性的关系	95	6.5.1 利用 Z 变换求解差分方程	142
4.5.3 系统函数与系统频域特性的关系	97	6.5.2 离散时间系统函数 $H(z)$	144
4.6 连续时间 LTI 系统的稳定性	99	6.5.3 $H(z)$ 的零极点分布与系统时域特性的关系	145
4.6.1 稳定性的概念	99	6.5.4 系统函数的零极点分布与系统稳定性的关系	146
4.6.2 系统稳定性的判断	100	6.6 离散时间系统模拟	147
4.7 系统方框图和信号流图	101	6.6.1 离散时间系统的连接方式	147
4.7.1 系统的方框图	101	6.6.2 离散时间系统的模拟	148
4.7.2 系统模拟	102	6.7 本章小结	150
4.7.3 信号流图与梅森公式	103	习题	150
4.8 本章小结	105	第7章 系统的状态变量分析	154
习题	105	7.1 状态变量与状态空间模型	154
第5章 离散时间信号和系统	109	7.2 连续系统状态方程的建立	156
5.1 离散时间信号的变换	109	7.2.1 LTI 系统状态方程的一般形式	156
5.1.1 时间变换	109	7.2.2 由电路图建立状态方程	157
5.1.2 幅值变换	110	7.2.3 由模拟方框图建立状态方程	158
5.2 常见离散时间信号	111	7.3 连续系统状态方程的求解	160
5.2.1 单位冲激序列 $\delta[n]$	111	7.3.1 用拉普拉斯变换法求解状态方程	160
5.2.2 单位阶跃序列 $u[n]$	111	7.3.2 用时域法求解状态方程	161
5.2.3 正弦序列	112	7.4 离散系统状态方程的建立	164
5.2.4 指数序列	113	7.4.1 离散时间系统状态方程的一般形式	164
5.3 卷积和	114	7.4.2 由差分方程建立状态	165
5.3.1 离散时间信号的冲激序列表示	114		
5.3.2 卷积和的定义	115		

方程	164	时间系统状态方程和	
7.4.3 由系统方框图建立状态		输出方程	172
方程	165	7.6.3 利用 MATLAB 求解离散	
7.5 离散系统状态方程的求解	167	时间系统状态方程和	
7.5.1 离散状态方程的时域求解 ...	167	输出方程	173
7.5.2 离散状态方程的变换域		7.7 本章小结	174
求解	168	习题	174
7.6 系统的状态变量分析法的 MATLAB		部分习题参考答案	176
实现	171	参考文献	185
7.6.1 系统状态方程的 MATLAB			
实现	171		
7.6.2 利用 MATLAB 求解连续			

绪 论

本章主要讨论信号与系统的基本概念。对于信号, 主要从连续时间和离散时间的角度介绍信号、信号的建模, 以及信号的两个性质。对于系统, 则是通过简要讨论几个实际系统及其建模过程来建立系统的概念。

1.1 信号与系统的概念

1.1.1 信号

信号的概念是十分广泛的, 各种声音、图像、位移、速度、加速度、温度、压力、角度等都是信号。例如加载到收音机扬声器中的电压就是一个实际的物理信号。由于电压随着时间变化, 这个信号便是一个时间函数。信号可以看作对实际生活中感兴趣的物理量进行建模所得到的数学函数。在自动控制系统中, 系统包含着各类传感器信号和控制信号, 设计控制器时必须考虑信号的特性——频带、幅度和相位等。因此, 在通信系统中, 对于传输信号的具体电路和设备的要求, 也必然取决于信号的特性。随着信号的特性日趋复杂, 信号处理方式和系统设备也日益复杂。

从广义上讲, 信号就是随着某自变量的变化而变化的物理量。这个自变量可以是时间、频率、空间坐标或者其他物理量。只有变化的量, 才能携带信息。在数学描述上, 信号可以表示为一个或多个变量的函数。所以在信号分析中, 信号和函数两词常常相互通用。例如, 一个人的体温值, 由于其随着时间不断变化, 可以表示为一个时间函数。再例如, 如图 1-1 所示的无线电振幅调制信号 $f(t)$, 也是一个时间函数。同样, 一幅灰度图像可以用灰度随二维空间坐标的变化而变化的函数来表示, 这个信号就是一个二维函数。

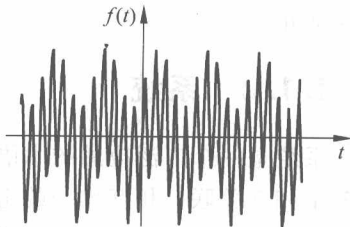


图 1-1 调制信号的波形

不失一般性, 约定本书所讨论的信号限于一个独立变量。本书主要讨论的信号类型是时间信号, 时间信号可以分为以下两大类。

第一类信号为确定的时间函数, 即在某一时间间隔内, 对于一切时间值, 除了若干不连续点外, 该信号都有确定的函数值, 则称信号为连续时间信号, 简称连续信号。例如图 1-2a 所示的信号即为一个连续时间信号。连续时间信号又可以分为两种。若连续时间信号的幅值是连续的, 且对随时间变化的幅值没有限制, 这种信号称为连续幅值信号。连续时间信号的幅值也可以是离散的(只取某些规定值), 这种信号称为离散幅值信号。例如数/模

转换器的输出信号就是一个离散幅值连续信号。假设数/模转换器的输出信号是 8 位的数字量, 则其输出幅值共有 $2^8 = 256$ 种可能性。

第二类信号称为离散时间信号, 简称为离散信号。离散信号在时间上是离散的, 只在某些不连续的指定瞬间给出函数值。离散时间信号如图 1-2b 所示。图中信号 $f(t_k)$ 只在 $t_k = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots$ 一些离散时刻上有确定的函数值。还可以从另外一个角度理解离散时间信号, 可以将其看作对连续时间信号 $f(t)$ 的采样而得, 即仅在 $t = t_k$ 时刻采样, 从而得到离散序列 $f(t_k)$ 。例如, 计算机要处理一个连续时间信号 $f(t)$, 由于只能处理数字信号而不能处理连续信号, 故必须对连续信号进行采样从而转换为数字序列。如果对信号 $f(t)$ 的采样时间间隔为 T_s , 计算机可以得到一个数字序列 $f(kT_s)$, 其中 $k = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots$ 。这个数字序列即为离散时间信号。离散时间信号的时间间隔可以是均匀的, 也可以是不均匀的, 不过一般都采用均匀间隔。离散时间信号一般表示为 $f[n]$ 的形式。

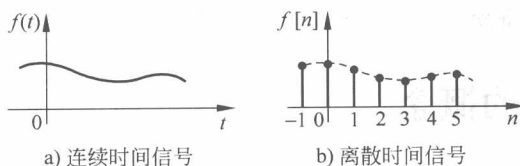


图 1-2 连续时间信号与离散时间信号

上述讨论的都是确定性信号。和上述确定性信号相对应的是随机信号, 这种信号往往具有不确定性, 而本书只对确定性信号展开讨论。

对于一个携带信息的信号而言, 其特性首先表现在它的时间特性, 即信号随时间变化的快慢。所谓变化快慢指两个方面: 一是信号波形相对时间的变化速率, 二是同一形状波形重复出现的周期大小。信号的另外一个特性是频率特性, 这是本书要详细讨论的重要内容之一。通过傅里叶分析法可以找出一个信号的频谱, 并根据频谱分析信号的频带和能量分布区间。信号的时间函数和频谱都能够表示信号的信息和特点, 它们之间又是密不可分的。例如, 变化剧烈的信号频率高, 变化缓慢的信号频率低。有关信号的这些特性, 将会在第 3 章中详细介绍。

1.1.2 系统

系统是一个广泛应用的术语, 这里首先给出适合于本书讨论的系统的定义: 系统是一个由若干相互关联、相互作用的组件按照一定规律连接组合而成, 用来达到某种特定功能的有机整体。从输入、输出关系来讲, 系统是存在因果关系的整体。这里的“因”是指系统的输入信号; “果”是系统的输出信号; “关系”则是描述系统模型的各种数学方程式(系统的模型)。我们常常将输入信号和输出信号分别简称为输入和输出, 或者激励和响应。

系统的例子很多, 例如自动控制系统、通信系统、机械系统, 等等。系统的含义也很广泛, 既包括组成单元为巨大设备, 甚至把人也包括进去的庞大系统, 也包括仅由几个电子元件组成的简单电路系统。一个社会的经济市场也可以看作一个系统, 由诸如生产力、生产资料和生产工具等基本单元组成。对于读者熟悉的自动控制系统, 它通常包括被控对象、传感器、比较器、放大单元、执行机构等。

如果系统中的所有信号是连续的, 则称系统为连续时间系统。如果系统中的所有信号是

离散的, 则称系统为离散时间系统。如果不考虑系统内部信号的变化形式, 只考虑系统的输入、输出信号, 也可以将离散时间系统理解为只产生和处理离散时间信号的系统。在实际工作中, 连续时间信号和离散时间信号会在一些系统中同时出现。同时含有这两种信号的系统称为混合系统, 或称为采样数据系统。数字计算机采集控制系统就是一个混合系统。

在本书中, 信号和系统的概念是指描述系统的模型而非物理实体, 这个模型是描述这些物理实体的数学函数或者数学方程以及后面将要涉及的方框图等。对于如图 1-3 所示的电路而言, 其物理实体是由一个电压源、一个电阻器和一个电感器串联而成的实际电路, 当把电压源、电阻和电感看作理想元件时, 就可以应用电路理论建立描述这个电路的微分方程。

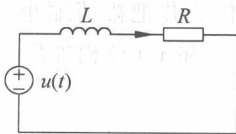


图 1-3 RL 电路

1.2 信号的两个性质

本节介绍信号与系统理论中两个常用的重要性质。

1.2.1 奇偶性

这里首先给出信号的偶函数和奇函数的概念。根据定义, 一个函数 $x(t)$ 是偶函数, 则有

$$x(t) = x(-t) \quad (1-1)$$

偶函数波形是关于纵坐标轴对称的, 即 $t < 0$ 时的波形是 $t > 0$ 时的波形关于纵坐标的镜像。例如, 由于 $\cos\omega_0 t = \cos(-\omega_0 t)$, 因此 $x(t) = \cos\omega_0 t$ 是偶函数。

奇函数满足

$$x(t) = -x(-t) \quad (1-2)$$

奇函数是关于原点对称的。例如, 由于 $\sin\omega_0 t = -\sin(-\omega_0 t)$, 故 $x(t) = \sin\omega_0 t$ 就是一个奇函数。任何信号都可分解为偶分量与奇分量, 即

$$x(t) = x_e(t) + x_o(t) \quad (1-3)$$

式中, $x_e(t)$ 表示偶分量, $x_o(t)$ 表示奇分量。利用式(1-1)和式(1-2), 用 $-t$ 替代式(1-3)中的 t , 则有

$$x(-t) = x_e(t) - x_o(t) \quad (1-4)$$

将式(1-3)和式(1-4)分别相加、相减后除以 2, 便得到信号 $x(t)$ 的偶分量和奇分量:

$$x_e(t) = \frac{1}{2}[x(t) + x(-t)], \quad x_o(t) = \frac{1}{2}[x(t) - x(-t)] \quad (1-5)$$

偶函数和奇函数的性质可以归纳为以下六点:

- 1) 两个偶函数之和仍然是偶函数;
- 2) 两个奇函数之和仍然是奇函数;
- 3) 一个偶函数与一个奇函数之和既不是偶函数, 也不是奇函数;
- 4) 两个偶函数之积仍然是偶函数;
- 5) 两个奇函数之积为偶函数;
- 6) 一个偶函数和一个奇函数之积为奇函数。

关于这些性质的证明比较容易, 作为习题 1-2 请读者自行证明。

离散时间信号的奇偶性与连续时间信号类似, 这里不再赘述。

[例 1-1] 考虑如图 1-4a 所示的波形信号 $x(t)$, 试找出信号的奇、偶分量。

解: 首先绘出反转信号 $x(-t)$ 的波形, 如图 1-4b 所示。根据式 (1-5), 将两个波形相加并把幅值缩小一半便可得到偶分量 $x_e(t)$, 如图 1-4c 所示。同样将 $x(t)$ 和 $x(-t)$ 两个波形相减并把幅值缩小一半得到奇分量 $x_o(t)$, 如图 1-4d 所示。为了验证上述结果, 可以把 $x_e(t)$ 和 $x_o(t)$ 相加后与原波形比较。

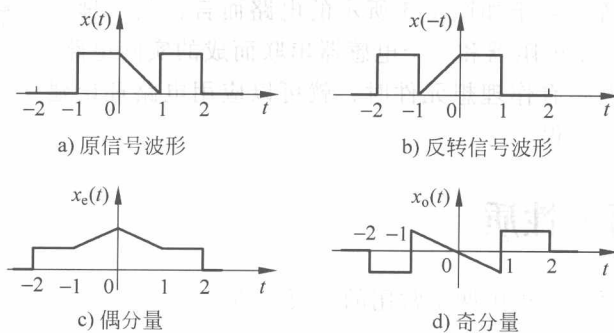


图 1-4 例 1-1 中的信号波形

1.2.2 周期信号

用确定的时间函数所表示的信号, 按照其波形的变化规律又可分为周期信号和非周期信号。首先讨论连续时间周期信号。根据定义, 一个连续时间信号 $x(t)$ 是周期的, 当且仅当对一切时间变量 t 满足

$$x(t) = x(t + T), \quad T > 0 \quad (1-6)$$

其中 T 即为信号的周期。不存在周期的信号称为非周期信号。可以看出, 周期信号还满足 $x(t) = x(t + nT)$, 这里 n 为任意整数。我们将满足 $x(t) = x(t + T)$ 的最小正数 T 称为信号 $x(t)$ 的基本周期, 记作 T_0 。若 T_0 的时间单位为 s, 则基频 f_0 的单位为 Hz, 角频率 ω_0 的单位为 rad/s, 相应的定义分别为

$$f_0 = \frac{1}{T_0}, \quad \omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

余弦信号和正弦信号都是典型的周期信号。钟摆的运动以及交流电源的电压信号也是周期性的, 它们都可以近似地用正弦信号建模。工程中处理的信号大都是周期性的, 例如方波信号、时钟脉冲信号、锯齿波脉冲信号等。我们需要对周期信号给予足够的重视。

多个连续时间周期信号之和仍为周期信号的条件是: 各个信号周期之间的比值为有理数。如果 N 个连续时间信号之和是周期信号, 其基本周期可采取下面的方法计算:

1) 求两个周期的比值, 即 T_{01}/T_{0i} , $2 \leq i \leq N$, 用两个整数之比来表示。 T_{01} 是第一个信号的周期, T_{0i} 是其他 $N-1$ 个信号周期之一。如果这些比值中有一个不是有理数, 则这 N 个连续时间信号的叠加不是周期信号。

2) 消去分子与分母的公约数。

3) N 个信号之和的基本周期为 $T_0 = kT_{01}$, 其中 k 为各个分母的最小公倍数。

[例 1-2] 已知三个周期信号为 $x_1(t) = \sin(2t/3)$, $x_2(t) = 2\cos(3t)$, $x_3(t) = 5.5\sin(2\pi t)$,

试根据所给信号判断 $x_4(t) = x_1(t) + x_2(t)$ 和 $x_5(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t)$ 的周期性。

解：为了判断信号 $x_4(t) = x_1(t) + x_2(t)$ 的周期，必须找出 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的周期比值是否为有理数。由于

$$T_{01} = \frac{2\pi}{\omega_{01}} = \frac{2\pi}{2/3} = 3\pi(\text{s}), \quad T_{02} = \frac{2\pi}{\omega_{02}} = \frac{2\pi}{3}(\text{s}), \quad \frac{T_{01}}{T_{02}} = \frac{3\pi}{2\pi/3} = \frac{9}{2}$$

两个周期之比为有理数，说明信号 $x_4(t)$ 是一个周期信号，其周期为 $T_0 = 2 \times 3\pi = 6\pi(\text{s})$ 。如果在信号 $x_4(t)$ 上再叠加上信号 $x_3(t)$ ，便构成了信号 $x_5(t)$ ，需要考察信号 $x_1(t)$ 和 $x_3(t)$ 的周期之比是否为有理数：

$$T_{03} = \frac{2\pi}{\omega_{03}} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1(\text{s}), \quad \frac{T_{01}}{T_{03}} = \frac{3\pi}{1} = 3\pi$$

显然，信号 $x_1(t)$ 与 $x_3(t)$ 周期比值为无理数，这说明信号 $x_5(t)$ 不是一个周期信号。

离散信号的周期定义与连续信号的周期性并无区别。一个离散时间信号 $x[n]$ 具有周期性，同样需满足条件

$$x[n] = x[n + N] \quad (1-7)$$

这里 n 和 N 都是整数，其中 N 就是该信号的周期。

需要注意的是，如何保证一个连续信号经过采样后所得到的离散信号仍具有周期性，有关内容将会在第5章中加以讨论。

1.3 系统的分析

要分析一个系统，首先要建立描述该系统基本特性的数学模型，然后借助于数学方法（或数值仿真）求解，并对所得到的结果赋予实际物理含义。对于实际的系统，不可能得到绝对精确的数学模型，因为这要涉及太多的参数，而且这些参数可能会随时间变化或者包含噪声。为了减少分析的复杂性，需要尽可能地简化系统，建立精确的数学模型。

在本书中，系统的概念是指描述系统的模型，而非物理实体本身，这个模型是数学方程以及后面将要涉及的方框图等。

首先，信号与系统是密不可分的。一方面，系统的特定功能就是实现特定的输入、输出信号之间的变换关系；另一方面，任何的信号改变都是通过系统来实现的。因此，信号与系统的关系通常可以用如图1-5所示的框图表示。在下面的关系式中， $x(t)$ 为输入或称激励， $y(t)$ 为输出或称响应，它们之间的这种变换关系可表示为

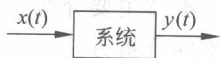


图1-5 系统的方框图

$$x(t) \rightarrow y(t) \quad (1-8)$$

这表示“ $x(t)$ 产生了 $y(t)$ ”。这是单输入、单输出系统的情况，复杂的系统可以有多个输入和多个输出。系统的功能和特性就是通过某种激励产生对应的响应来体现。

前面曾经介绍，系统可以分为连续时间系统和离散时间系统，除此之外，系统还可以按照其特性分为线性系统 and 非线性系统两大类。所谓线性系统，是指满足叠加性和齐次性的系统。齐次性要求：当输入改变为原来输入的 k 倍时，系统的输出也相应地改变为原来输出的 k 倍，这里 k 为任意常数。叠加性要求：当有几个输入同时作用到系统时，系统总的输出为各个输入单独作用到系统所产生的输出之和。关于线性性质，在后面章节中有更深入的讨论。不具有线性的系统称为非线性系统。