

XINKEBIAO
SHUXUE
JIAOYU
JIAOCHENG



八年级

ZH 新课标 数学提高班

丁保荣 主编



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大學出版社

新课标数学

提 高 班

八年级

主 编 丁保荣
副主编 吴灿中 王鸿湘
编 委 刘智建 陈晓岚 罗大明
方利生 朱秀云 刘旭萍

浙江大學出版社



图书在版编目(CIP)数据

新课标数学提高班. 八年级 / 丁保荣主编. —杭州:
浙江大学出版社, 2006. 4(2008 重印)
ISBN 978-7-308-04701-2

I. 新... II. 丁... III. 数学课—初中—教学参考
资料 IV. G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 030299 号

新课标数学提高班·八年级

丁保荣 主编

责任编辑 沈国明

出版发行 浙江大学出版社

(杭州天目山路 148 号 邮政编码 310028)

(E-mail: zupress@mail. hz. zj. cn)

(网址: <http://www.zjupress.com>

<http://www.press.zju.edu.cn>)

电话: 0571—88925592, 88273066 (传真)

排 版 杭州求是图文制作有限公司

印 刷 杭州浙大同济教育彩印有限公司

开 本 787mm×960mm 1/16

印 张 14.5

字 数 320 千

版 印 次 2006 年 4 月第 1 版 2008 年 9 月第 11 次印刷

印 数 51001—56000

书 号 ISBN 978-7-308-04701-2

定 价 18.00 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话 (0571)88925591

前 言

中考是每位中学生求学路上的第一道重要关卡。如果能很好地闯过这一关,后面的求学之路会变得非常平畅。

新课程标准的全面实施,新课标下的中考试题出现了很大变化。“能力综合”型、“开放探索”型试题在中考试卷中占有越来越大的分值。对于在旧的学习模式下成长起来的中学生来说,这一变化恰恰是一道难关。分析 2005 年各地中考试卷可以看出,考查综合能力的“选拔型”试题,由知识立意,转向能力立意,在知识交汇点上命题,强调应用、创新意识的培养,用常规的课堂教学思维去解答,已明显力不从心。研究一下“数奥”试题,我们可以发现,这类题旨在考查学生对知识的理解深度和思维的综合创新能力。这一点恰恰是新课标素质教育中知识教学的核心内容,也是中考试题改革的精神实质。

对比中考和竞赛大纲,观察历年来数奥试题和近年来中考试卷的难题,不难看出,许多中考压轴题都能在“数奥”试题中看到“影子”,甚至某些题就是上一届数学奥林匹克题的翻版。因此我们学习和研究“数奥”试题不光是为了夺取“金牌”,更重要的是可以让我们站在一个更高的角度俯视课堂学习和中考,在学习和中考中脱颖而出。

基于以上原因,我们编写了这套丛书,将“数奥”和中考有机结合起来,借“他山之石”攻“此山之玉”,希望能为同学们找到一条通向成功的有效捷径。

本套丛书内容的难度定位略高于中考水平,相当于“数奥”中等难度,以新课标、新中考说明中的重、难点和被竞赛大纲加深、拓展的知识点为知识基础,结合各类典型竞赛例题,剖析知识的内涵,发掘思维的本质,介绍解决难题的开放性思维方法,培养和训练开放型的创新思维能力,对接考的经典“拔高”题,用“数奥”解题思维巧解中考难题,与教材同步训练,及时巩固,引导创新。丛书通过丰富的栏目实践以上目标:**【课程标准】**【赛点导入】公布了各章相关的新课标要求及竞赛大纲相应赛点,为你导航;**【例题分析】**给出范例的探索性分析,为你引路,并留下思索解答空间;**【同步训练】**与课本教材同步,引领你提前投入中考、数奥练兵。

本丛书知识讲解系统、题型全面,可作为新课标学习的同步提高,中考复习和竞赛辅导教材使用。

丁保荣

2006 年 5 月

目 录

上 册

第一章	平行线	(1)参考答案(152)
第二章	特殊三角形	(9)参考答案(155)
第三章	直棱柱	(22)参考答案(163)
第四章	样本与数据分析初步	(30)参考答案(164)
第五章	一元一次不等式	(40)参考答案(168)
第六章	图形与坐标	(46)参考答案(174)
第七章	一次函数	(52)参考答案(176)
第八章	课题学习(一)	(62)参考答案(183)

下 册

第九章	二次根式	(67)参考答案(186)
第十章	一元二次方程	(74)参考答案(189)
第十一章	频数及其分布	(81)参考答案(195)
第十二章	命题与证明	(94)参考答案(197)
第十三章	平行四边形	(104)参考答案(201)
第十四章	特殊平行四边形与梯形	(117)参考答案(209)
第十五章	课题学习(二)	(133)参考答案(218)
第十六章	期末测试竞赛模拟	(140)参考答案(222)



上册



第一章 平行线

【课程标准】

1. 知道两直线平行同位角相等,进一步探索平行线的性质.
2. 知道过直线外一点有且仅有一条直线平行于已知直线,会用三角尺和直尺过已知直线外一点画这条直线的平行线.
3. 体会两条平行线之间距离的意义,会度量两条平行线之间的距离.

【赛点导入】

掌握平行线的判定与性质,弄清它们的联系和区别,并能灵活综合地运用,主要体现在:

(1) 由角定角: 已知角的关系 $\xrightarrow{\text{判定}}$ 两条直线平行 $\xrightarrow{\text{性质}}$ 确定其他角的关系.

(2) 由线定线: 已知两直线平行 $\xrightarrow{\text{性质}}$ 角的关系 $\xrightarrow{\text{判定}}$ 确定其他两直线平行.

【例题分析】

【例 1】(宜昌市 04 年中考)如图 1-1 所示,已知 $AB \parallel CD$, 那么 $\angle A + \angle C + \angle AEC$ 等于

- A. 360° B. 270°
C. 200° D. 180°

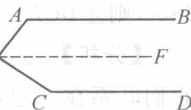


图 1-1

【分析】不要走入分别求 $\angle A$, $\angle C$ 和 $\angle AEC$ 的度数这个误区,要从平行线这个条件去考虑.

【例 2】(荆州市 04 年中考)如图 1-2 所示,若给出下列四个条件: ① $AC = BD$; ② $\angle DAC = \angle BCA$; ③ $\angle ABD = \angle CDB$; ④ $\angle ADB = \angle CBD$.

其中能使 $AD \parallel BC$ 的条件有

- A. ①② B. ③④
C. ②④ D. ①③④

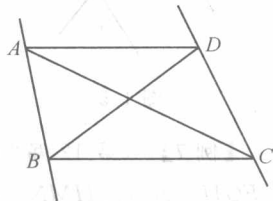


图 1-2

【分析】注意角的位置关系不能混淆,同时紧扣平行线



的识别.

【例 3】 (黄冈市 04 年中考) 如图 1-3 所示, 已知 $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别交 AB, CD 于点 E 和 F , EG 平分 $\angle BEF$, 若 $\angle 1 = 50^\circ$, 则 $\angle 2$ 等于 ()

- A. 50° B. 60°
C. 65° D. 70°

【分析】 注意图中线与线的位置关系, 角与角的位置关系.

【例 4】 (第 11 届“希望杯”邀请赛试题) 如图 1-4 所示, 已知平行直线 AB, CD 与相交直线 EF, GH 相交, 则图中的同旁内角共有

- A. 4 对 B. 8 对
C. 12 对 D. 16 对

【分析】 每一个“三线八角”基本图形都有两对同旁内角, 从对原图形进行分解入手.

【例 5】 (福州市 04 年中考) 如图 1-5 所示, 已知两条直线 a, b 被第三条直线 c 所截, 如果 $a \parallel b$, $\angle 1 = 70^\circ$, 那么 $\angle 2 =$ _____.

【分析】 充分利用条件 $a \parallel b$, 根据平行线特征, 得到 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, 较易得出 $\angle 2 = 110^\circ$.

【例 6】 (安徽 04 年中考) 如图 1-6 所示, 已知 $AB \parallel DE$, $\angle ABC = 80^\circ$, $\angle CDE = 140^\circ$, 则 $\angle BCD =$ _____.

【分析】 $\angle ABC$, $\angle CDE$ 和 $\angle BCD$ 表面上看很难联系上, 这里需要作一条辅助线把它们联系在一起, 也就是过 C 作 $CF \parallel DE$, 问题就迎刃而解了.

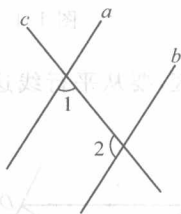


图 1-5

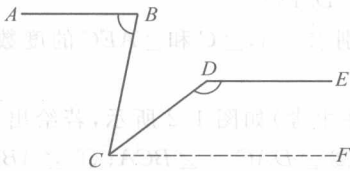


图 1-6

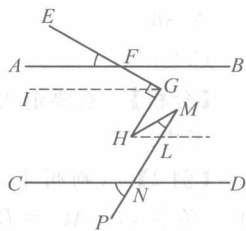


图 1-7

【例 7】 (第 12 届“希望杯”赛题) 如图 1-7 所示, 若直线 $AB \parallel CD$, $\angle EFA = 30^\circ$, $\angle FGH = 90^\circ$, $\angle HMN = 30^\circ$, $\angle CNP = 50^\circ$, 则 $\angle GHM$ 的大小是 _____.

【分析】 作平行线进行已知角和未知角的转化是角的转化的一种重要方法. 本题还用到了三角形外角的性质: 三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和.





【例 8】 如图 1-8 所示, 已知 AB 和 CD 被 EF 所截, $\angle EGB = 110^\circ$, $\angle GHC = 70^\circ$. 试判断 AB 与 CD 的位置关系.

【分析】 欲识别两直线是否平行, 可根据:

- (1) 同位角相等, 两直线平行;
- (2) 内错角相等, 两直线平行;
- (3) 同旁内角互补, 两直线平行.

本题综合运用了平行线的识别的有关知识解答此类题目. 要善于“由角定线”, 也就是根据角的相等或互补关系判断出两直线平行. 培养观察分析问题和解决问题的能力.

【例 9】 (天津市竞赛题) 如图 1-9 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $CE \perp AB$ 于 E , $DF \perp AB$ 于 F , $AC \parallel ED$, CE 是 $\angle ACB$ 的平分线. 求证: $\angle EDF = \angle BDF$.

【分析】 综合运用角平分线、垂直的定义、平行线的判定与性质等知识, 因图形复杂, 故需恰当分解图形.

【例 10】 如图 1-10 所示, 已知 $AB \parallel CD$, 分别探讨下面四个图形中, $\angle APC$ 与 $\angle PAB$, $\angle PCD$ 的关系.

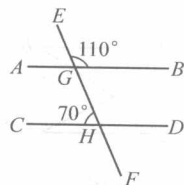


图 1-8

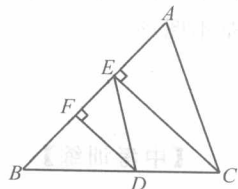


图 1-9

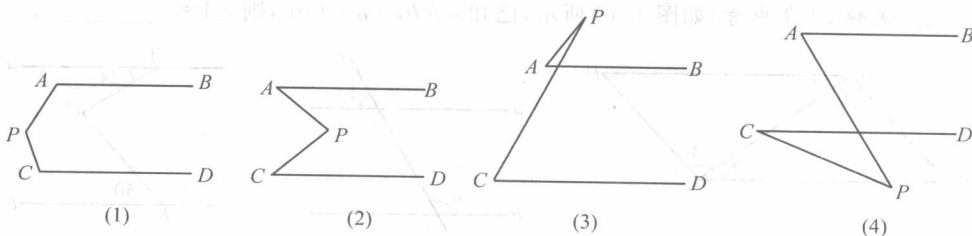


图 1-10

【分析】 本题因图形位置的不同, 故 $\angle APC$ 与 $\angle PAB$, $\angle PCD$ 的关系也不同.

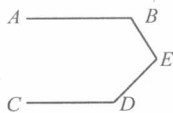
本题是一道探索性问题, 可以利用已知条件引出平行线, 通过平行线的特征与识别建立 $\angle APC$ 与 $\angle PAB$, $\angle PCD$ 之间的关系.

【例 11】 探究:

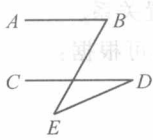
- (1) 见图 1-11a, 若 $AB \parallel CD$, 则 $\angle B + \angle D = \angle E$. 你能说明为什么吗?
- (2) 反之, 若 $\angle B + \angle D = \angle E$, 直线 AB 与 CD 有什么位置关系? 请证明.
- (3) 若将点 E 移至图 b 所示位置, 此时 $\angle B$ 、 $\angle D$ 、 $\angle E$ 之间有什么关系? 请证明.
- (4) 若将 E 点移至图 c 所示位置, 情况又如何?
- (5) 在图 d 中, 若 $AB \parallel CD$, $\angle E + \angle G$ 与 $\angle B + \angle F + \angle D$ 又有何关系?
- (6) 在图 e 中, 若 $AB \parallel CD$, 又应得到什么结论?



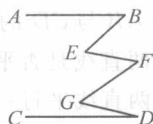
图a



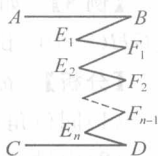
图b



图c



图d



图e

图 1-11

【分析】 已知 $AB \parallel CD$, 连结 AB 、 CD 的折线内折或外折, 或改变 E 点位置, 或增加折线的条数, 通过适当地改变其中的一个条件, 就能得出新的结论, 给我们创造性的思考留下了极大的空间. 解题的关键是过 E 点作 AB (或 CD) 的平行线, 把复杂的图形化归为基本图形.

同步训练

【中考训练】

1. (04 年中考) 如图 1-12 所示, 若 $\angle 1 = \angle 2$, 则下列结论一定成立的是 ()

- A. $AB \parallel CD$ B. $AD \parallel BC$ C. $\angle B = \angle D$ D. $\angle 3 = \angle 4$

2. (无锡 04 年中考) 如图 1-13 所示, 已知 $a \parallel b$, $\angle \alpha = 140^\circ$, 则 $\angle 1 =$ _____.

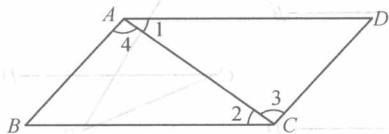


图 1-12

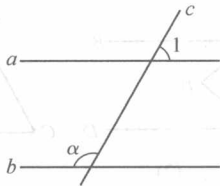


图 1-13

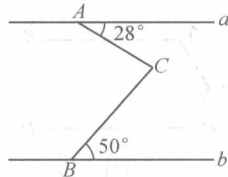


图 1-14

3. (贵阳 04 年中考) 如图 1-14 所示, 若直线 $a \parallel b$, 则 $\angle ACB =$ _____.

4. (无锡 04 年中考) 如图 1-15 所示, 两条直线 a, b 被第三条直线 c 所截, 如果 $a \parallel b$, $\angle 1 = 70^\circ$, 那么 $\angle \alpha =$ _____.

5. (宁波市 04 年中考) 如图 1-16 所示, 若 $AB \parallel CD$, CE 平分 $\angle ACD$ 交 AB 于 E , $\angle A = 118^\circ$, 则 $\angle AEC =$ _____.

6. (西宁市 04 年中考) 如图 1-17 所示, 若 $AD \parallel EG \parallel BC$, $AC \parallel EF$, 则图中与 $\angle 1$ 相等的角 (不含 $\angle 1$) 有 _____ 个; 若 $\angle 1 = 50^\circ$, 则 $\angle AHG =$ _____.



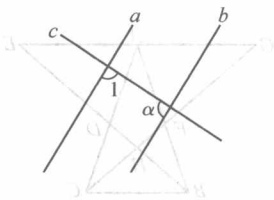


图 1-15



图 1-16

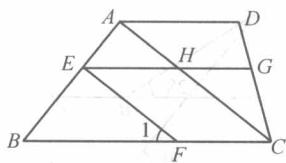


图 1-17

7. (徐州市 04 年中考) 如图 1-18 所示, 已知 $AB=CD$, $DE \perp AC$, $BF \perp AC$, E, F 是垂足, $DE=BF$, 求证: $AF=CE$, 且 $AB \parallel CD$.

8. (宁波市 05 年中考) 如图 1-19 所示, 若 $AB \parallel CD$, $\angle B=23^\circ$, $\angle D=42^\circ$, 则 $\angle E$ 等于

A. 23° B. 42° C. 65° D. 19°

9. (金华市 05 年中考) 图 1-20 是跷跷板的示意图, 支柱 OC 与地面垂直, 点 O 是横板 AB 的中点, AB 可以绕着点 O 上下转动, 当 A 端落地时, $\angle OAC=20^\circ$. 横板上下可转动的最大角度 (即 $\angle A'OA$) 是

A. 80° B. 60° C. 40° D. 20°

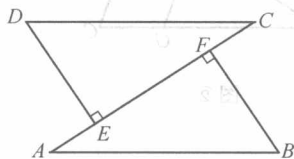


图 1-18

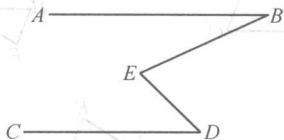


图 1-19

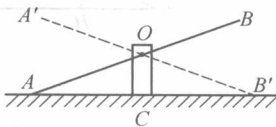


图 1-20

10. (潍坊市 05 年中考) 如图 1-21 所示, 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E, F 分别在 AB, BC, AC 上, 且 $EF \parallel AB$, 要使 $DF \parallel BC$, 只需再有下列条件中的 () 即可.

A. $\angle 1 = \angle 2$ B. $\angle 1 = \angle DFE$
C. $\angle 1 = \angle AFD$ D. $\angle 2 = \angle AFD$

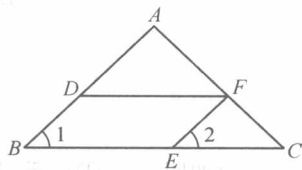


图 1-21

11. (浙江省 05 年中考) 如图 1-22 所示, 若直线 $a \parallel b$, 则 $\angle A =$ _____.

12. (大连市 05 年中考) 如图 1-23 所示, 已知 $AB \parallel CD$, $AB=CD$, 点 B, E, F, D 在一条直线上, $\angle A = \angle C$. 求证: $AE=CF$.

(说明: 证明过程中要写出每步的证明依据.)

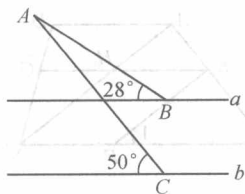


图 1-22

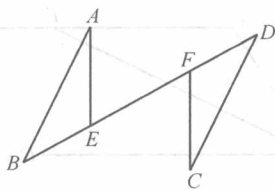


图 1-23

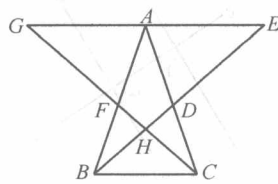
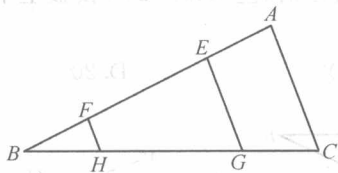


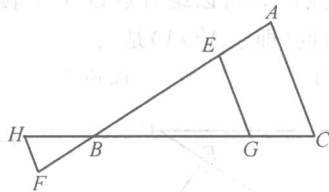
图 1-24

13. (宁波市 05 年中考) 如图 1-24 所示, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 过点 A 作 $GE \parallel BC$, 角平分线 BD 、 CF 相交于点 H , 它们的延长线分别交 GE 于点 E 、 G . 试在图中找出 3 对全等三角形, 并对其中一对全等三角形给出证明.

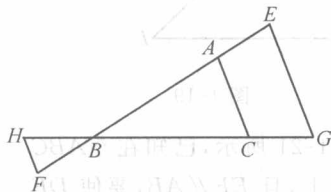
14. (长沙市 05 年中考) 已知点 E 、 F 在 $\triangle ABC$ 的边 AB 所在的直线上, 且 $AE=BF$, $FH \parallel EG \parallel AC$, FH 、 EG 分别交边 BC 所在的直线于点 H 、 G .



图①



图②



图③

图 1-25

(1) 如图 1-25①所示, 如果点 E 、 F 在边 AB 上, 那么 $EG+FH=AC$.

(2) 如图②所示, 如果点 E 在边 AB 上, 点 F 在 AB 的延长线上, 那么线段 EG 、 FH 、 AC 的长度关系是_____.

(3) 如图③所示, 如果点 E 在 AB 的反向延长线上, 点 F 在 AB 的延长线上, 那么线段 EG 、 FH 、 AC 的长度关系是_____.

对(1)(2)(3)三种情况的结论, 请任选一个给予证明.

【竞赛训练】

15. (第 12 届“希望杯”邀请赛试题) 若一个三角形的一个外角的平分线平行于三角形的一条边, 则此三角形肯定是 ()





A. 直角三角形

B. 等边三角形

C. 等腰三角形

D. 等腰直角三角形

16. (“数学新蕾”竞赛题)如图 1-26 所示,若 D, G 是 $\triangle ABC$ 中 AB 边上的任意两点, $DE \parallel BC, GH \parallel DC$, 则图中相等的角共有 ()

A. 4 对

B. 5 对

C. 6 对

D. 7 对

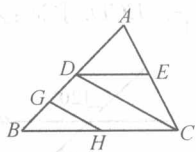


图 1-26

17. (第十二届“希望杯”邀请赛试题)平面内有 n 条直线 ($n \geq 2$), 这 n 条直线两两相交, 最多可以得到 a 个交点, 最少可以得到 b 个交点, 则 $a+b$ 的值是 ()

A. $n(n-1)$

B. $n^2 - n + 1$

C. $\frac{n^2 - n}{2}$

D. $\frac{n^2 - n + 2}{2}$

18. (美国数学邀请赛试题)如图 1-27 所示, 已知 BO 平分 $\angle CBA$, CO 平分 $\angle ACB$, 且 $MN \parallel BC$. 设 $AB = 12, BC = 24, AC = 18$, 则 $\triangle AMN$ 的周长为 ()

A. 30

B. 33

C. 36

D. 39

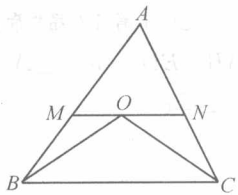


图 1-27

19. (第十届“希望杯”邀请赛试题)如图 1-28 所示, 若直线 $l_1 \parallel l_2$, $\triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle A = 90^\circ$, $\angle ABF = 25^\circ$, 则 $\angle ACE =$ _____.

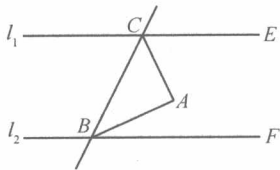


图 1-28

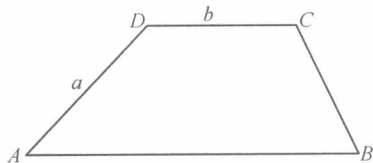


图 1-29

20. (第 5 届“希望杯”邀请赛试题)如图 1-29 所示, 如果在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle D = 2\angle B$, AD 和 CD 的长度分别为 a 和 b , 那么 AB 的长度为 _____.

21. (第 17 届江苏省竞赛题)若平面上 4 条直线两两相交且无三线共点, 则共有同旁内角 _____ 对.

22. (五城市联赛题)如图 1-30 所示, 如果直线 $a \parallel b$, 那么 $\angle x$ 的度数是 _____.

23. (第 2 届“希望杯”邀请赛试题)如图 1-31 所示, 若在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 9$, $\angle BAC = 120^\circ$, AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, AE 是 $\triangle ABD$ 的角平分线, $DF \parallel AB$ 交 AE 延长线于 F , 则 DF 的长为 _____.



24. (武汉市竞赛题) 如图 1-32 所示, 已知 $AB \parallel CD$, $\angle EAF = \frac{1}{4} \angle EAB$, $\angle ECF = \frac{1}{4} \angle ECD$. 求证: $\angle AFC = \frac{3}{4} \angle AEC$.

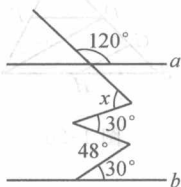


图 1-30

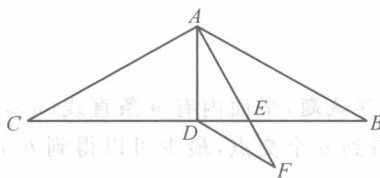


图 1-31

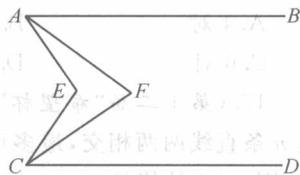


图 1-32

25. (吉林省竞赛题) 平面上有 10 条直线, 无任何三线共点. 要使他们出现 31 个交点, 怎样安排才能办到?

26. (第 12 届“希望杯”邀请赛试题) 如图 1-33 所示, 已知 $AB \parallel ED$, $\angle \alpha = \angle A + \angle E$, $\angle \beta = \angle B + \angle C + \angle D$, 求证: $\angle \beta = \angle 2\alpha$.

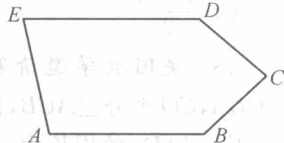


图 1-33



图 1-34



图 1-35





第二章 特殊三角形

【课程标准】

1. 了解等腰三角形的有关概念,探索并掌握等腰三角形的性质和一个三角形是等腰三角形的条件;了解等边三角形的概念并探索其性质.
2. 了解直角三角形的概念,探索并掌握直角三角形的性质和一个三角形是直角三角形的条件.
3. 体验勾股定理的探索过程,会运用勾股定理解决简单问题,会用勾股定理的逆定理判定直角三角形.

【赛点导入】

1. 善于发现、构造等腰三角形进而利用等腰三角形的性质为解题服务,是解几何题的常用技巧.常用的有:平行线+角平分线,角平分线+垂线,垂线+中线.
2. 勾股定理是现阶段求线段长度的主要方法,若图形缺乏直角条件,则可通过作辅助垂线的方法构造直角三角形,为勾股定理的应用创造条件.
3. 运用勾股定理的逆定理并通过代数计算方法证得直角,是证明两直线垂直的一种重要方法.

【例题分析】

【例 1】 (荆门市 04 年中考题)如图 2-1 所示,已知边长为 2 的正三角形 ABC 中, P_0 是 BC 边的中点,一束光线自 P_0 发出射到 AC 上的点 P_1 后,依次反射到 AB,BC 上的点 P_2 和 P_3 (反射角等于入射角),且 $1 < BP_3 < \frac{3}{2}$,则 P_1C 长的取值范围是 ()

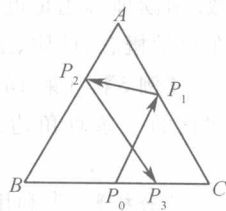


图 2-1

A. $1 < P_1C < \frac{7}{6}$ B. $\frac{5}{6} < P_1C < 1$

C. $\frac{3}{4} < P_1C < \frac{4}{5}$ D. $\frac{7}{6} < P_1C < 2$

【分析】 本题考查了学科知识渗透,并利用特殊点求线段的取值范围.

【例 2】 (第 18 届江苏省竞赛题)如图 2-2 所示,若梯子 AB 斜靠在墙面上, $AC \perp BC$, $AC = BC$,当梯子的顶端 A 沿 AC 方向下滑 x 米时,梯足 B 沿 CB 方向滑动 y 米,则 x

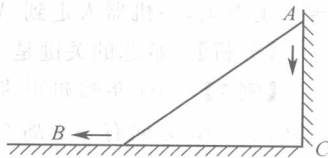


图 2-2



与 y 的大小关系是

()

A. $x=y$

B. $x>y$

C. $x<y$

D. 不确定

【分析】 设 $AC=BC=a$ 米,利用梯子下滑过程中 AB 的长度保持不变建立 a, x, y 的等式.

【例 3】 (第 17 届江苏省竞赛题)如图 2-3 所示,已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$, 在直线 BC 或 AC 上取一点 P , 使得 $\triangle PAB$ 是等腰三角形, 则符合条件的 P 点有 ()

A. 2 个

B. 4 个

C. 6 个

D. 8 个

【分析】 AB 既可作为腰, 也可作为底, 故分类讨论, 才能正确得出符合条件的 P 点的个数.

【例 4】 (04 年云南中考)阅读下题的解题过程:

图 2-3

已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边, 且满足 $a^2c^2 - b^2c^2 = a^4 - b^4$, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

【解】 $\because a^2c^2 - b^2c^2 = a^4 - b^4$

(A)

$\therefore c^2(a^2 - b^2) = (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$

(B)

$\therefore c^2 = a^2 + b^2$

(C)

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形

(D)

问: (1) 上述解题过程, 从哪一步开始出现错误? 请写出该步的代号 _____;

(2) 错误的原因为什么 _____;

(3) 本题正确的结论是 _____.

【分析】 由已知条件变形是等式的基本性质, 要注意两边同乘、同除一个不为零的数. 阅读理解题是近几年中考中常见的题型, 其考查的知识一是对文字的理解能力, 二是在数学概念、性质、定理中学生容易忽略的条件.

【例 5】 (第 15 届“希望杯”邀请赛试题) 一个直角三角形的三条边的长均为整数, 已知它的一条直角边的长是 18, 那么另一条直角边的长有 _____ 种可能, 它的最大值是 _____.

【分析】 先利用勾股定理建立方程, 再通过因式分解探寻另一直角边长的可能性.

【例 6】 (南宁市 04 年中考) 如图 2-4 所示, 一个机器人从 O 点出发, 向正东方向走 3m 到达 A_1 点, 再向正北方向走 6m 到达 A_2 点, 再向正西方向走 9m 到达 A_3 点, 再向正南方向走 12m 到达 A_4 点, 再向正东方向走 15m 到达 A_5 点, 按如此规律走下去, 当机器人走到 A_6 点时, 求此时机器人离 O 点的距离.

【分析】 解题的关键是寻找数字之间的关系, 确定 A_6 点的坐标.

【例 7】 (04 年锦州中考) 如图 2-5 所示, 一艘渔船在 A 处观测到北偏东 45° 方向有一小岛 C , 已知小岛 C 周围 4.8 海里范围内是水产养殖场. 渔船沿北偏东 30° 方向航行 10 海里到达 B 处, 在 B 处测得小岛 C 在北偏东 60° 方向, 这时渔船改变航线向正东 (即 BD) 方向航

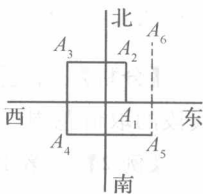


图 2-4





行,这艘渔船是否有进入养殖场的危险?

【分析】 构造直角三角形,看船在航行的过程中到小岛的最近距离与 4.8 比较.

【例 8】 (济南 04 年中考)如图 2-6①是用硬纸板做成的两个全等的直角三角形,两直角边的长分别为 a 和 b ,斜边长为 c . 图 2-6②是以 c 为直角边的等腰直角三角形. 请你开动脑筋,将它们拼成一个能证明勾股定理的图形.

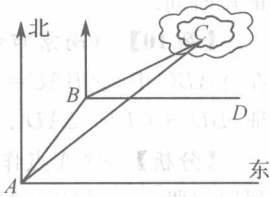


图 2-5

(1)画出拼成的这个图形的示意图,写出它是什么图形.

(2)用这个图形证明勾股定理.

(3)假设图①中的直角三角形有若干个,你能运用图 2-6①中所给的直角三角形拼出另一种能证明勾股定理的图形吗? 请画出拼后的示意图.(无需证明)

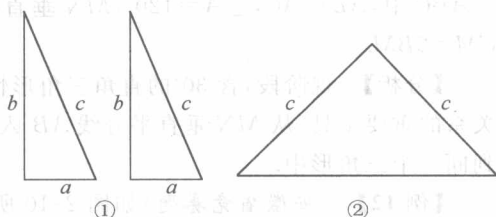


图 2-6

【分析】 本题是画图能力的拓展和创新,通过拼图来构成几何图形证明勾股定理,需要较高的想象能力和创新能力.

【例 9】 (淮安 04 年中考)如图 2-7 所示,一个无盖的正方体盒子的棱长为 10cm,顶点 C_1 处有一只昆虫甲,在盒子的内部顶点 A 处有一只昆虫乙(盒壁的厚度忽略不计).

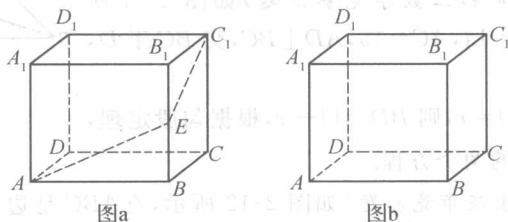


图 2-7

(1)假设昆虫甲在顶点 C_1 处静止不动,如图 a,在盒子的内部我们先取棱 BB_1 的中点 E,再连结 AE 、 EC_1 . 昆虫乙如果沿路径 $A \rightarrow E \rightarrow C_1$ 爬行,那么可以在最短的时间内捕捉到昆虫甲. 仔细体会其中的道理,并在图 b 中画一条路径,使昆虫乙从顶点 A 沿这条路径爬行,同样可以在最短的时间内捕捉到昆虫甲.

(2)如图 b,假设昆虫甲从顶点 C_1 以 1cm/s 的速度在盒子的内部沿 C_1C 向下爬行,同时昆虫乙从顶点 A 以 2cm/s 的速度在盒壁上爬行,那么昆虫乙至少需要多长时间才能捕捉到昆虫甲?

【分析】 对于(2),当昆虫甲从顶点 C_1 沿棱 C_1C 向顶点 C 爬行的同时,昆虫乙可以沿不同路径爬行,利用勾股定理建立时间的方程,通过比较得出昆虫乙捕捉到昆虫甲的



最短时间.

【例 10】 (南京市初二数学竞赛试题) 如图 2-8 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, D 是 BC 上的点, 求证: $BD^2 + CD^2 = 2AD^2$.

【分析】 过 A 点作 $\triangle ABC$ 的高 AE , 则 $AE = BE = CE$, 利用勾股定理 $AD^2 = AE^2 + ED^2$ 来证明.

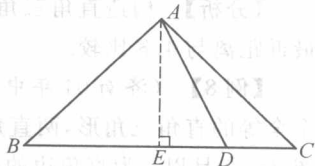


图 2-8

【例 11】 (上海市竞赛题) 如图 2-9 所示, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A = 120^\circ$, MN 垂直平分 AB . 求证: $CM = 2BM$.

【分析】 现阶段, 含 30° 的直角三角形性质是证明线段倍分关系的重要工具, 从 MN 垂直平分线 AB 入手, 将 CM, BM 转化到同一个三角形中.

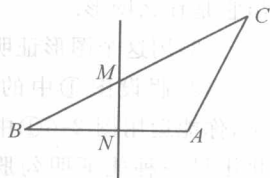


图 2-9

【例 12】 (安徽省竞赛题) 如图 2-10 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle A = 90^\circ$, $AB = AC$, D 为 AC 中点, $AE \perp BD$ 于 E , 延长 AE 交 BC 于 F . 求证: $\angle ADB = \angle CDF$.

【分析】 $\angle ADB$ 与 $\angle CDF$ 对应的三角形不全等, 因此, 需构造全等三角形, 而在等腰三角形中, 作顶角的平分线或底边上的高(中线)是一条常用辅助线.

【例 13】 (武汉市初三数学竞赛试题) 如图 2-11 所示, 已知 $AB = 13$, $BC = 14$, $AC = 15$, $AD \perp BC$, 交 BC 于 D , 求 AD 的长.

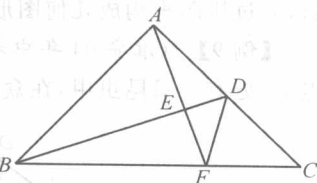


图 2-10

【分析】 若设 $CD = x$, 则 $BD = 14 - x$, 根据勾股定理, 可列出关于 AD 和 x 的两个方程.

【例 14】 (03 年重庆市竞赛题) 如图 2-12 所示, $\triangle ABC$ 是边长为 1 的等边三角形, $\triangle BDC$ 是顶角 BDC 为 120° 的等腰三角形, 以 D 为顶点作一个 60° 角, 角的两边分别交 AB 于 M , 交 AC 于 N , 连结 MN , 形成一个三角形, 求证: $\triangle AMN$ 的周长等于 2.

【分析】 欲证 $\triangle AMN$ 的周长等于 2, 只需证明 $MN = BM + CN$, 考虑用补短法证明.

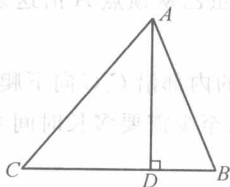


图 2-11

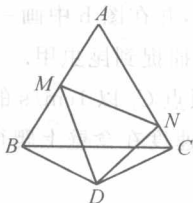


图 2-12

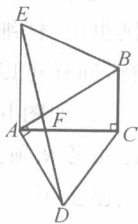


图 2-13

