



21世纪 高等职业教育通用教材

应用高等数学基础

—— 一元微积分与微分方程

翟向阳 主编
赵焕宗 主审

上海交通大学出版社

21 世纪高等职业教育通用教材

应用高等数学基础

——一元微积分与微分方程

主 编 翟向阳

主 审 赵焕宗

上海交通大学出版社

内 容 提 要

本书是为适应高等职业教育短学制(二年制)、少学时(58~68学时)的教学要求而编写的。全书共6章,内容包括函数、极限与连续性、微分学、微分学的应用、一元函数积分学、常微分方程、Matlab软件的应用等。本书以掌握概念、强化应用为重点,引入了计算机解题的方法,提供了大量的应用实例与习题。书中每章开头有学习要点,章末有小结、习题和自测练习题。

图书在版编目(CIP)数据

应用高等数学基础:一元微积分与微分方程/翟向阳
主编. —上海:上海交通大学出版社, 2005(2006重印)
ISBN 7-313-04118-7

I. 应... II. 翟... III. ①微积分②微分方程
IV. O17

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第091114号

应用高等数学基础

——一元微积分与微分方程

翟向阳 主编

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路877号 邮编:200030)

电话:64071208 出版人:张天蔚

昆山市亭林印刷有限责任公司印刷 全国新华书店经销

开本:880mm×1230mm 1/32 印张:8.375 字数:234千字

2005年9月第1版 2006年1月第2次印刷

印数:3,051-7,100

ISBN 7-313-04118-7/O·181 定价:14.00元

版权所有 侵权必究

21 世纪高等职业技术教育通用教材

编 审 委 员 会

主 任 名 单

(以姓氏笔画为序)

编审委员会顾问

白同朔 詹平华

编审委员会名誉主任

王式正 叶春生

编审委员会主任

闵光太 潘立本

编审委员会常务副主任

东鲁红

编审委员会副主任

王永祥 王俊堂 王继东 牛宝林

东鲁红 冯伟国 朱家建 朱懿心

吴惠荣 房世荣 郑桂富 赵祥大

秦士嘉 黄 斌 黄永刚 常立学

薛志兴

序

发展高等职业技术教育,是实施科教兴国战略、贯彻《高等教育法》与《职业教育法》、实现《中国教育改革与发展纲要》及其《实施意见》所确定的目标和任务的重要环节;也是建立健全职业教育体系、调整高等教育结构的重要举措。

近年来,年轻的高等职业教育以自己鲜明的特色,独树一帜,打破了高等教育界传统大学一统天下的局面,在适应现代社会人才的多样化需求、实施高等教育大众化等方面,做出了重大贡献。从而在世界范围内日益受到重视,得到迅速发展。

我国改革开放不久,从1980年开始,在一些经济发展较快的中心城市就先后开办了一批职业大学。1985年,中共中央、国务院在关于教育体制改革的决定中提出,要建立从初级到高级的职业教育体系,并与普通教育相沟通。1996年《中华人民共和国职业教育法》的颁布,从法律上规定了高等职业教育的地位和作用。目前,我国高等职业教育的发展与改革正面临着很好的形势和机遇;职业大学、高等专科学校和成人高校正在积极发展专科层次的高等职业教育;部分民办高校也在试办高等职业教育;一些本科院校也建立了高等职业技术学院,为发展本科层次的高等职业教育进行探索。国家学位委员会1997年会议决定,设立工程硕士、医疗专业硕士、教育专业硕士等学位,并指出,上述学位与工程学硕士、医学科学硕士、教育学硕士等学位是不同类型的同一层次。这就为培养更高层次的一线岗位人才开了先河。

高等职业教育本身具有鲜明的职业特征,这就要求我们在改革课程体系的基础上,认真研究和改革课程教学内容及教学方法,努力加强教材建设。但迄今为止,符合职业特点和需求的教材却还不多。由泰州职业技术学院、上海第二工业大学、金陵职业大学、扬州职业大学、彭城职业大学、沙洲职业工学院、上海交通高等职业技术学校、上海交通

大学技术学院、上海汽车工业总公司职工大学、立信会计高等专科学校、江阴职工大学、江南学院、常州技术师范学校、苏州职业大学、锡山职业教育中心、上海商业职业技术学院、潍坊学院、上海工程技术大学等百余所院校长期从事高等职业教育、有丰富教学经验的资深教师共同编写的《21世纪高等职业技术教育通用教材》，将由上海交通大学出版社等陆续向读者朋友推出，这是一件值得庆贺的大好事，在此，我们表示衷心的祝贺。并向参加编写的全体教师表示敬意。

高职教育的教材面广量大，花色品种甚多，是一项浩繁而艰巨的工程，除了高职院校和出版社的继续努力外，还要靠国家教育部和省（市）教委加强领导，并设立高等职业教育教材基金，以资助教材编写工作，促进高职教育的发展和改革。高职教育以培养一线人才岗位与岗位群能力为中心，理论教学与实践训练并重，二者密切结合。我们在这方面的改革实践还不充分。在肯定现已编写的高职教材所取得的成绩的同时，有关学校和教师要结合各校的实际情况和实训计划，加以灵活运用，并随着教学改革的深入，进行必要的充实、修改，使之日臻完善。

阳春三月，莺歌燕舞，百花齐放，愿我国高等职业教育及其教材建设如春天里的花园，群芳争妍，为我国的经济建设和社会发展作出应有的贡献！

叶春生

前 言

《应用高等数学基础——一元微积分与微分方程》是为适应高职教育短学制、少学时的教学需要而编写的。全书共 6 章,内容包括:函数、极限与连续性,微分学,微分学的应用,一元函数积分学,常微分方程,Matlab 软件的应用等。参考教学时数为 58 学时,Matlab 软件的应用与上机训练需另加 8~10 学时。

本书的主要特点在于:适应高职教育的教学需要,以掌握概念、强化应用为重点,要求学生掌握基本的微积分计算方法,对较为复杂的计算则要求学生会用计算机软件来解决。在一元函数积分学部分,以定积分为主线,不定积分作为计算定积分的工具引入,突出了积分的应用价值。书中增加了实际应用方面的例题和习题。每章开头有学习要点,章末有小结,除习题外,还提供了学生的自测练习题。

本书由翟向阳研究员任主编,徐玲、章朝庆、沈纓任副主编,赵焕宗副教授任主审。参加本书编写的有:丁仰彰、刘大瑾、刘志林、施荣盛、徐琳、贺向阳、章朝庆、翟向阳、薛学铭(以姓氏笔画为序)。本书在编写过程中得到泰州职业技术学院、上海第二工业大学、上海交通高等职业技术学校、江阴职业技术学院、上海交通大学以及其他兄弟院校领导和同行的大力支持,在此一并致谢。

高职少学时高等数学教材的编写是一种新的尝试,书中不当之处恳请同行专家和读者指正,以便再版时更正。

编 者

2005 年 4 月

微积分引论

作为变量数学的主要部分,微积分产生于试图解决那些需要微积分解决的实际问题的过程中,即先有问题后有微积分。

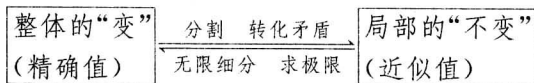
17世纪后半叶,牛顿(Newton)和莱布尼兹(Leibniz)在总结和发展的前人大量研究成果的基础上,从不同的研究角度几乎同时建立了微积分,开创了近代自然科学研究的新时代。应该说,在他们大体完成这个伟大的发现之前,经过了一个多世纪许多人的努力。16世纪中期的欧洲处于资本主义萌芽时期,生产力得到很大发展。当时主要的经济部门如采掘、纺织、航海、造船、军械以及交通运输等都提出了与数学有关的问题,要解决这些问题,单用原来的初等数学方法就不够了。笛卡儿和费马的解析几何思想,把变量引进了数学,开拓了变量数学的领域,加速了微积分的诞生。求积问题、求切线问题以及求函数的极值和运动的变化率是促使微积分产生的实际问题。在吸收和改进阿基米德方法的过程中,开普勒、费马、巴罗、沃利斯等一批数学家在运用“无穷”思想、无穷小方法及运算、切线构造等方面进行了大量微积分的先驱性工作,出现不少极其成功的富有启发性的方法。我国魏晋时刘徽提出的“割圆术”,包含着微积分“无限细分,无限求和”的思想方法。隋代用一块块长方形条石砌成的弧形曲线的大石拱桥——赵州桥,是微积分“以直代曲”(或“不变代变”)基本思想的生动原型。微积分学说终究不是各种特例及其方法的堆砌,自觉地意识到要完成一个伟大的发现,并实际去完成它的,是牛顿和莱布尼兹。微积分发明后,经过整个18世纪数学家的努力,到18世纪末19世纪初,以微积分为核心的分析学已经建立起来,微积分在力学、物理、科学技术上的应用获得了很大成功。19世纪的数学家们重建微积分的理论基础,用极限的观点揭露无穷小的本质,创造了 $\varepsilon-\delta$ 语言,由柯西、维尔斯特拉斯等人完成了微积分的严密化,从而使微积分能够更好地、更有效地解决实际问题。随着科学

技术的进一步发展,数学已经进入纤维丛时代,数学的分支内容变得越来越丰富。

本书将从微积分的典型问题引入相关的概念、原理和方法,尽管这些问题的实际意义不同,但在解决问题的过程中,所遇到的矛盾和解决矛盾的方法却有共同之处:

(1) 问题所遇到的矛盾都具有量“变”与“不变”的矛盾。

(2) 解决矛盾的方法都是通过在很小的局部上以“不变代变”(在几何上就是“以直代曲”),得出所求量的近似值;然后通过“无限细分”,即用极限方法,由一系列近似值的变化趋势得出所求量的精确值。可以用下面的方框图来表达上述过程:



这就是微积分的基本分析方法。如果局限于初等数学方法只能得出所求量的近似值,原因是这里都遇到了变化着的量(即变量)。变量和函数在数量关系上反映了客观世界的运动和变化,它是微积分研究的对象,而由一系列近似值的变化趋势来认识和确定精确值的极限方法,是微积分解决问题的重要方法。

先有问题,后有微积分。现在这句话对读者而言,应当把它倒过来,学习微积分,为了解决实际问题。进入信息化时代,过去认为比较繁杂、技巧性强的数值计算可以用先进的计算机软件来完成,应当倡导使用先进的计算工具。然而,任何时候计算机都不能完全代替人的思维,问题的解决往往取决于对问题的分析和转化、提出解决问题的思路和解决方案的可行性。因此,读者学习微积分要立足“弄清概念,掌握思想,学会应用”,重点是学会运用微积分的思想和方法分析实际问题。

目 录

微积分引论	(1)
第 1 章 函数、极限与连续性	(1)
1.1 函数的有关概念	(2)
1.1.1 数轴上的区间、点的邻域	(2)
1.1.2 映射	(3)
1.1.3 函数的定义	(3)
1.1.4 函数的表示法	(5)
1.1.5 初等函数	(7)
1.1.6 建立函数关系举例	(14)
1.2 函数的极限	(18)
1.2.1 一元函数的极限	(18)
1.2.2 两个重要极限	(28)
1.2.3 无穷小及其性质	(35)
1.3 函数的连续性	(39)
1.3.1 一元函数的连续性	(39)
1.3.2 闭区间上一元连续函数的性质	(44)
小结	(48)
习题 1	(50)
自测题 1	(54)

第 2 章 微分学	(57)
2.1 导数概念	(57)
2.1.1 两个引例	(57)
2.1.2 导数的定义	(59)
2.1.3 利用定义求导数	(63)
2.1.4 可导与连续的关系	(64)
2.2 导数的计算	(66)
2.2.1 基本初等函数的导数公式	(67)
2.2.2 函数的和、差、积、商求导法则	(67)
2.2.3 复合函数的求导法则	(70)
2.2.4 隐函数的导数	(74)
2.2.5 高阶导数	(77)
2.3 微分的概念及计算	(78)
2.3.1 微分的概念	(78)
2.3.2 微分的计算	(81)
小结	(86)
习题 2	(87)
自测题 2	(90)
第 3 章 微分学的应用	(92)
3.1 中值定理	(92)
3.2 未定式的定值法	(97)
3.2.1 罗必塔法则 I ($\frac{0}{0}$ 型)	(97)
3.2.2 罗必塔法则 II ($\frac{\infty}{\infty}$ 型)	(98)

3.3 一元函数的图形	(101)
3.3.1 函数单调性的判定法	(101)
3.3.2 函数的极值	(104)
3.3.3 曲线的凹向和拐点	(109)
3.3.4 函数图形的描绘	(113)
3.4 函数的最大值和最小值及其应用问题	(117)
小结	(123)
习题 3	(127)
自测题 3	(130)
第 4 章 一元函数积分学	(133)
4.1 定积分的概念	(133)
4.1.1 两个引例	(133)
4.1.2 定积分的定义	(136)
4.1.3 积分区间为无限的广义积分	(138)
4.1.4 定积分的几何意义	(139)
4.2 定积分的基本性质	(141)
4.3 微积分学的基本定理	(143)
4.3.1 原函数的概念	(143)
4.3.2 积分上限的函数及其导数	(145)
4.3.3 牛顿—莱布尼兹公式 (微积分基本定理, 积分形式)	(148)
4.4 不定积分的概念与基本公式	(151)
4.4.1 不定积分的概念	(151)
4.4.2 不定积分的基本积分公式	(153)
4.4.3 不定积分的性质	(155)
4.5 积分法	(157)

4.5.1	第一类换元积分法	(158)
4.5.2	第二类换元积分法	(165)
4.5.3	定积分的换元积分法	(168)
4.5.4	分部积分法	(170)
4.6	定积分的应用	(174)
4.6.1	微元分析法	(174)
4.6.2	平面图形的面积	(175)
4.6.3	旋转体的体积	(179)
*4.6.4	功、引力和液体的静压力	(183)
4.6.5	定积分在经济工作中的应用	(186)
	小结	(187)
	习题4	(188)
	自测题4	(192)
第5章	常微分方程	(195)
5.1	微分方程的一般概念	(195)
5.2	一阶微分方程	(197)
5.2.1	可分离变量的一阶微分方程	(198)
5.2.2	一阶线性微分方程	(200)
5.3	二阶线性微分方程	(203)
5.3.1	二阶线性微分方程解的结构	(204)
5.3.2	二阶常系数齐次线性微分方程	(205)
5.3.3	二阶常系数非齐次线性微分方程	(208)
5.4	微分方程应用举例	(211)
	小结	(213)
	习题5	(215)
	自测题5	(217)

第 6 章 Matlab 软件的应用	(218)
6.1 软件简介和使用	(218)
6.1.1 建立与运行程序(文件)	(218)
6.1.2 变量、矩阵的运算和表示	(219)
6.1.3 Matlab 语句	(222)
6.2 应用软件求极限	(222)
6.2.1 函数与方程的 Matlab 操作	(222)
6.2.2 求极限的 Matlab 操作	(224)
6.3 应用软件求导数	(226)
6.4 应用软件求极值	(228)
6.5 描绘函数的图形	(229)
6.6 积分计算	(232)
6.6.1 定积分的 Matlab 操作	(232)
6.6.2 不定积分的 Matlab 操作	(233)
6.7 解常微分方程	(235)
习题 6	(236)
习题答案	(238)
自测题答案	(243)
附录 初等数学常用公式	(246)

第 6 章 Matlab 软件的应用	(218)
6.1 软件简介和使用	(218)
6.1.1 建立与运行程序(文件)	(218)
6.1.2 变量、矩阵的运算和表示	(219)
6.1.3 Matlab 语句	(222)
6.2 应用软件求极限	(222)
6.2.1 函数与方程的 Matlab 操作	(222)
6.2.2 求极限的 Matlab 操作	(224)
6.3 应用软件求导数	(226)
6.4 应用软件求极值	(228)
6.5 描绘函数的图形	(229)
6.6 积分计算	(232)
6.6.1 定积分的 Matlab 操作	(232)
6.6.2 不定积分的 Matlab 操作	(233)
6.7 解常微分方程	(235)
习题 6	(236)
习题答案	(238)
自测题答案	(243)
附录 初等数学常用公式	(246)

第1章 函数、极限与连续性

本章学习要点

(1) 理解函数的概念,了解分段函数,知道数列是自变量为正整数 n 的函数,能熟练地求函数的定义域和函数值。

(2) 熟练掌握六类基本初等函数的解析表达式、定义域、主要性质和图形。

(3) 了解复合函数、初等函数的概念,会建立简单应用问题的函数关系式。

(4) 了解极限的概念,知道函数极限的描述性定义,会求左、右极限。

(5) 了解无穷小量的概念、运算性质及其与无穷大量的关系,知道无穷小量的比较关系。

(6) 掌握极限的四则运算法则。

(7) 熟练掌握用两个重要极限求一些极限的方法。

(8) 了解函数连续性的定义,会求函数的连续区间。

(9) 了解函数间断点的概念,会求函数间断点并判别间断点的类型。

(10) 记住初等函数在其有定义的区间内连续的性质,知道闭区间上连续函数的性质。

本章主要介绍函数、函数的极限与连续性。它们是高等数学中最基本的概念。函数的概念是现实世界中变量依从关系的数学描述,是高等数学主要的研究对象;极限方法是研究变量的一种基本方法,它揭示了函数的变化趋势,又是建立微积分学的其他基本概念(如导数、定积分等)的基础;函数的连续性与极限概念密切相关,它反映了函数变化的一种重要性态。

1.1 函数的有关概念

1.1.1 数轴上的区间, 点的邻域

1.1.1.1 区间

众所周知, 实数与数轴上的点具有一一对应关系, 即任意给定一个实数, 总可以在数轴上找到唯一的一点与之对应; 反之, 数轴上的每一点, 也必定唯一对应于一个实数。基于上述一一对应关系, 可以将一个实数 a 和数轴上与之对应的点 a 不加区别地看待。

在数学上常用数轴上的区间表示一个变量的变化范围。也可以把数轴上的区间看作是数轴上满足某种条件的所有点构成的集合。下面介绍一些常用的区间记号。

设 a, b 是两个实数, 且 $a < b$, 我们把满足 $a \leq x \leq b$ 的实数 x 的集合称为闭区间, 表示为 $[a, b]$; 把满足 $a < x < b$ 的实数 x 的集合称为开区间, 表示为 (a, b) ; 把满足 $a \leq x < b$ 及 $a < x \leq b$ 的实数 x 的集合, 都称为半开半闭区间, 分别表示为 $[a, b)$ 及 $(a, b]$, 这里的实数 a 与 b 称为相应区间的端点。以上区间均为有限区间。

我们还把满足 $x \geq a, x > a, x \leq b, x < b$ 的实数 x 的集合分别表示为 $[a, +\infty), (a, +\infty), (-\infty, b], (-\infty, b)$, 而实数集 \mathbf{R} 也可表示为 $(-\infty, +\infty)$ 。这些出现 $+\infty$ 或 $-\infty$ 的区间都称为无穷区间。要注意的是, “ $+\infty$ ”(读作正无穷大)、“ $-\infty$ ”(读作负无穷大)是引用的记号, 不能作为数看待, 也不能使用闭区间符号。有时, $+\infty$ 和 $-\infty$ 统一记为 ∞ 。

1.1.1.2 邻域

所谓点 x_0 的 δ 邻域, 是指以 x_0 为中心的开区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ 。点 x_0 为该邻域的中心, δ 为该邻域的半径, 在数轴上表示如图 1.1 所示。

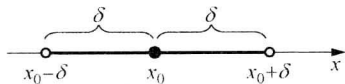


图 1.1