高等数学（二）

第一分册 线性代数
第二分册 概率统计
（合订本）

高等教育自学考试同步辅导/同步训练

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书

程士珍 杨胜友 白志慧 吴中元/主编

（经济管理类公共课）

M F E B

同心出版社

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书

高等教育自学考试同步辅导/同步训练

（经济管理类公共课）

高等数学（二）

第一分册线性代数
第二分册概率统计
合订本

编著 程士珍 杨胜友
白志慧 吴中元

同心出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学.2,线性代数和概论统计/程士珍等编著
—北京:同心出版社,2002.5(2002.9重印)
ISBN 7-80593-609-9

Ⅰ.高… Ⅱ.程… Ⅲ.①线性代数—高等教育—自学考试—自学参考资料②概率论—高等教育—自学考试—自学参考资料③数理统计—高等教育—自学考试—自学参考资料 Ⅳ.013

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第026136号

同心出版社出版、发行
(北京市朝阳区和平里西街21号)
邮编:100013　电话:(010)84276223
北京交通印务实务公司印刷　新华书店经销
2002年5月第1版　2002年9月第2次印刷
880×1230毫米　32开本　印张:15.125
字数:421千字

定价:18.00元

说　　明

本书是全国高等教育自学考试指定教材《高等数学（二）第一分册线性代数》和《高等数学（二）第二分册概率统计》（经济管理类公共课）的配套辅导用书。

编写依据：

1. 全国高等教育自学考试指导委员会颁布的《高等数学（二）第一分册线性代数自学考试大纲》和《高等数学（二）第二分册概率统计自学考试大纲》；

2. 全国高等教育自学考试指导委员会组编的指定教材《高等数学（二）第一分册线性代数》（姚慕生、高汝熹主编，武汉大学出版社出版）和《高等数学（二）第二分册概率统计》（唐国兴主编，武汉大学出版社出版）。

本书特点：

1. 本书在编写过程中，严格以考试大纲为依据，以指定教材为基础。充分体现“在考查课程主体知识的同时，注重考查能力尤其是应用能力”的新的命题指导思想。

2. 全书完全依照指定教材的结构，以章为单位。每章设“内容提要”、“例题分析”、“同步练习”、“参考答案”四部分。“内容提要”主要是对该章内容的总结归纳。“例题分析”归纳出考试题型，提供了解题思路。“同步练习”则根据考试大纲对各知识点不同能力层次的要求，将知识点及知识点下的细目经各种主要考试题型的形式编写，覆盖全部考核内容，适当突出重点章节，并且加大重点内

容的覆盖密度。“参考答案”是对“同步练习”中所有试题的解答。

3. 两套模拟试题综合了考试大纲和教材对应试者的要求，可用于检验应试者的学习效果。

本书可供参加高等教育自学考试集体或个人自学使用，也可供相关专业人士参加其他考试使用。

编写高质量的全国高等教育自学考试辅导用书，是社会助学的一个重要环节。毫无疑问，这是一项艰难而有意义的工作，需要社会各方面的关怀和支持，使它在使用中不断提高和日臻完善。

敬请读者批评指正。

编　者

2002 年 5 月

目　　录

线性代数

概 率 统 计

第一章 行 列 式

内容提要

1. n 阶行列式的概念

定义 1

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{j_1 j_2 \cdots j_n} (-1)^{\tau(j_1 j_2 \cdots j_n)} a_{1j_1} a_{2j_2} \cdots a_{nj_n}$$

其中 $\sum\limits_{j_1 j_2 \cdots j_n}$ 表示对所有 n 元排列求和，故共有 $n!$ 项，由于行下标已顺排，而列下标是任一个 n 元排列，故每项由取自不同行不同列的 n 个元素的乘积组成，每项的符号决定于 $(-1)^{\tau(j_1 j_2 \cdots j_n)}$，即若列下标 $j_1 j_2 \cdots j_n$ 是奇排列时，则附加负号，否则附加正号.

2. 行列式的性质

(1) 行列式的行与列(按原顺序)互换，其值不变，因此行列式对行成立的性质对列也适用.

(2) 和一行有关的性质：

行列式中某行(列)元素全为零，则行列式的值为零.

行列式中某行(列)元素有公因子 $k(k \neq 0)$，则可将 k 提到行列式的外面，或数乘行列式等于用这个数乘该行列式的任意一行(列).

行列式中某行(列)元素均是两元素之和，则可拆开成两个行列式之和，如

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{i1}+b_{i1} & a_{i2}+b_{i2} & \cdots & a_{in}+b_{in} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{i1} & b_{i2} & \cdots & b_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

(3) 和两行(列) 有关的性质：

行列式中某两行(列) 互换,行列式的值反号；

行列式中某两行(列) 元素对应相等或对应元素成比例,则行列式的值为零；

行列式的某行(列) 的 k 倍加到另一行(列),行列式的值不变.

3. 行列式按行(列) 展开

设 D 为 n 阶行列式,则有

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}A_{kj} = a_{i1}A_{k1} + a_{i2}A_{k2} + \cdots + a_{in}A_{kn}$$

$$= \begin{cases} D, & i = k \\ 0, & i \neq k \end{cases} \qquad (i = 1,2,\cdots,n)$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij}A_{ik} = a_{1j}A_{1k} + a_{2j}A_{2k} + \cdots + a_{nj}A_{nk}$$

$$= \begin{cases} D, & j = k \\ 0, & j \neq k \end{cases} \qquad (j = 1,2,\cdots,n)$$

4. 克莱姆法则

(1) 如果线性非齐次方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

的系数行列式 $D \neq 0$,则方程组有惟一解：

$$x_i = D_i/D,\quad i = 1,2,\cdots,n$$

其中 D_i 是 D 中第 i 列元素(即 X_i 的系数)换成方程中右端常数项 b_1,b_2,…,b_n 所构成的行列式.

(2) 如果线性齐次方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = 0 \end{cases}$$

的系数行列式 $D \neq 0$,则方程组只有唯一零解.

若齐次线性方程组有非零解,则其系数行列式 $D = 0$.

例题分析

例 1 判断题

(1) 以下乘积是否是元素为 a_{ij} 的 5 阶行列式 D 的项?如果是项,试添上应取的符号.

(A)$a_{31}a_{45}a_{12}a_{24}a_{53}$,( )

(B)$a_{45}a_{54}a_{42}a_{12}a_{33}$,( )

(C)$a_{53}a_{21}a_{32}a_{45}a_{14}$,( )

(D)$a_{13}a_{32}a_{24}a_{45}a_{54}$,( )

(2) 以下乘积是否是行列式

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{vmatrix}$$

的项?如果是项,试添上应取的符号.

(A)$a_3b_2c_1d_3$,( )

(B)$a_3b_4d_1c_2$,( )

(C)$b_2d_3c_4a_1$,( )

(D)$b_{i1}c_{i2}a_{i3}d_{i4}$,( );其中 $i_k \in \{1,2,3,4\}$,($k = 1,2,3,4$)

解 根据 n 阶行列式的定义

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{j_1j_2\cdots j_n} (-1)^{\tau(j_1j_2\cdots j_n)} a_{1j_1}a_{2j_2}\cdots a_{nj_n}$$

加以判断.

(1)(A) 将 $a_{31}a_{45}a_{12}a_{24}a_{53}$ 重新排列成行下标为顺排的形式

$$a_{31}a_{45}a_{12}a_{24}a_{53} = a_{12}a_{24}a_{31}a_{45}a_{53}$$

由于列下标为 24153 是一个 5 元排列,所以(A) 是 5 阶行列式 D 的项,且 $\tau(24153) = 2 + 0 + 2 + 0 + 0 = 4$ 即 24153 的逆序数是 4,故(A) 项应添上正号.

(B)$a_{45}a_{54}a_{42}a_{12}a_{33}$ 不是 5 阶行列式 D 的项. 这是因为它缺少第二行的元素,而第 4 行又取了两个元素,所以它不是不同行不同列元素的乘积.

(C)$a_{53}a_{21}a_{32}a_{45}a_{14} = a_{14}a_{21}a_{32}a_{45}a_{53}$ 它的行下标是顺排,列下标是 41253 是 5 元排列,因此(C) 是 5 阶行列式的项且 $\tau(41253) = 1 + 1 + 2 + 0 + 0 = 4$,故取正号.

(D)$a_{13}a_{32}a_{24}a_{45}a_{54} = a_{13}a_{24}a_{32}a_{45}a_{54}$ 它的行下标是顺排,列下标是 34254 不是 5 元排列,这里 4 重复 2 次,1 没出现,故(D) 不是 5 阶行列式的项.

故答案:(A)√,取正号;(B)×;(C)√,取正号;(D)×.

(2) 为方便起见令 $X_{1j} = a_j, X_{2j} = b_j, X_{3j} = c_j, X_{4j} = d_j, j = 1, 2, 3, 4$,则

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} & X_{14} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & X_{24} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & X_{34} \\ X_{41} & X_{42} & X_{43} & X_{44} \end{vmatrix}$$

(A)$a_3b_2c_1d_3 = X_{13}X_{21}X_{31}X_{43}$,它的行下标是顺排 1234,但列下标 3113 不是 4 元排列,故(A) 不是已知行列式的项

(B)$a_3b_4d_1c_2 = X_{13}X_{24}X_{41}X_{32} = X_{13}X_{24}X_{32}X_{41}$ 它的行下标是顺排

1234，列下标 3421 是 4 元排列，所以(B) 是已知行列式的项，且 $\tau(3421)=3+2+0+0=5$，故(B) 取负号.

(C)$b_2d_3c_4a_1=X_{22}X_{43}X_{34}X_{11}=X_{11}X_{22}X_{34}X_{43}$ 它的行下标是顺排 1234，列下标是 1243 是 4 元排列，所以(C) 是已知行列式的项，且 $\tau(1243)=0+0+1+0=1$，故(C) 取负号.

(D)$b_{i1}c_{i2}a_{i3}d_{i4}=X_{2i_1}X_{3i_2}X_{1i_3}X_{4i_4}=X_{1i_3}X_{2i_1}X_{3i_2}X_{4i_4}$ 它的行下标是顺排 1234，列下标是 $i_3i_1i_2i_4$，当 $i_3i_1i_2i_4$ 是 4 元排列时，(D) 是已知行列式的项，应取符号为 $(-1)^{\tau(i_3i_1i_2i_4)}$；若 $i_3i_1i_2i_4$ 不是 4 元排列，则(D) 不是已知行列式的项.

故答案：(A)×；(B)√，取负号；(C)√，取负号；(D) 当 $i_3i_1i_2i_4$ 不是 4 元排列时，×；当 $i_3i_1i_2i_4$ 是 4 元排列时，√，其应取符号为 $(-1)^{\tau(i_3i_1i_2i_4)}$.

例 2　填空题

(1) 设 D 是一个元素为 a_{ij} 的 n 阶行列式，则

(A)D 的项 $a_{1j_1}a_{2j_2}\cdots a_{nj_n}$ 应取符号________；

(B)D 的项 $a_{i_1j_1}a_{i_2j_2}\cdots a_{i_nj_n}$ 应取符号________.

(2) 设 D 是一个元素为 a_{ij} 的 n 阶行列式，则

(A) D 本质上是用运算符号和元素 a_{ij} 表示的一个________；

(B)D 的项数是________；

(C)D 的每一项都是________的乘积；

(D) D 的项 $a_{1i_1}a_{2i_2}\cdots a_{ni_n}$ 的符号是________，其中 $\tau(i_1,i_2,\cdots,i_n)$ 表示________.

解　(1)(A)D 的项 $a_{1j_1}a_{2j_2}\cdots a_{nj_n}$ 的行下标是顺排 $12\cdots n$，它的列下标为 $j_1j_2\cdots j_n$，所以应取符号 $\underline{(-1)^{\tau(j_1j_2\cdots j_n)}}$；

(B)D 的项 $a_{i_1j_1}a_{i_2j_2}\cdots a_{i_nj_n}$ 应取符号 $\underline{(-1)^{\tau(i_1i_2\cdots i_n)+\tau(j_1j_2\cdots j_n)}}$.

(2)(A) 由于 $D=\sum\limits_{j_1j_2\cdots j_n}(-1)^{\tau(j_1j_2\cdots j_n)}a_{1j_1}a_{2j_2}\cdots a_{nj_n}$ 所以 D 本质上是用运算符号和元素 a_{ij} 表示的一个<u>代数和</u>；

(B) 由于 $\sum\limits_{j_1j_2\cdots j_n}$ 是对所有 n 元排列求和，所以 D 的项数是 $n!$；

(C)D 的每一项都是取自不同行不同列的 n 个元素的乘积；

(D)D 的项 $a_{1i_1}a_{2i_2}\cdots a_{ni_n}$ 的符号是 $(-1)^{\tau(i_1i_2\cdots i_n)}$ 其中 $\tau(i_1i_2\cdots i_n)$ 表示 n 元排列 $i_1i_2\cdots i_n$ 的逆序数.

例 3　填空题

(1)

$$f(x)=\begin{vmatrix} x & 1 & 2 & 3 \\ 3 & x & 1 & 2 \\ 2 & 3 & x & 1 \\ 1 & 2 & 3 & x \end{vmatrix},\text{则 } f(4)=\underline{\qquad\qquad}.$$

(2)n 阶行列式

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}=\underline{\qquad\qquad}.$$

(3) 方程

$$f(x)=\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & \cdots & n-1 & x \\ 1 & 4 & \cdots & (n-1)^2 & x^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 2^{n-1} & \cdots & (n-1)^{n-1} & x^{n-1} \end{vmatrix}=0$$

的全部根是________.

(4) 设四阶方阵 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{4\times 4}$，$f(x)=|\boldsymbol{A}-x\boldsymbol{I}|$，其中 $\boldsymbol{I}$ 是 4 阶单位阵，则 x^3 的系数是________.

(5) 设 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{r}_2,\boldsymbol{r}_3,\boldsymbol{r}_4$ 是四维向量，已知 $|\boldsymbol{A}|=|\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{r}_2\boldsymbol{r}_3\boldsymbol{r}_4|=4$，$|\boldsymbol{B}|=|\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{r}_2\boldsymbol{r}_3\boldsymbol{r}_4|=1$，则 $|\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}|=$________.

解　(1) 直接计算行列式

$$f(4)=\begin{vmatrix}4&1&2&3\\3&4&1&2\\2&3&4&1\\1&2&3&4\end{vmatrix}\xlongequal{r_1+r_2+r_3+r_4}\begin{vmatrix}10&10&10&10\\3&4&1&2\\2&3&4&1\\1&2&3&4\end{vmatrix}$$

$$=10\begin{vmatrix}1&1&1&1\\3&4&1&2\\2&3&4&1\\1&2&3&4\end{vmatrix}\xlongequal[C_4-C_1]{\substack{C_2-C_1\\C_3-C_1}}10\begin{vmatrix}1&0&0&0\\3&1&-2&-1\\2&1&2&-1\\1&1&2&3\end{vmatrix}$$

$$\xlongequal[C_4+C_2]{C_3+2C_2}10\begin{vmatrix}1&0&0&0\\3&1&0&0\\2&1&4&0\\1&1&4&4\end{vmatrix}=160$$

(2) 方法 1　利用 n 阶行列式的定义

$$\begin{vmatrix}0&0&\cdots&0&1\\0&0&\cdots&1&0\\ \cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\0&1&\cdots&0&0\\1&0&\cdots&0&0\end{vmatrix}=(-1)^{\tau(n(n-1)\cdots21)}$$

由于逆序数 $\tau(n(n-1)\cdots21)=(n-1)+(n-2)+\cdots1+0=\dfrac{n(n-1)}{2}$ 故行列式的值为 $(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}$.

方法 2　利用行列式的性质

将第 n 列和前面各列作相邻对换，共对换 $n-1$ 次，换到第一列，再将新的第 n 列作相邻对换，共对换 $n-2$ 次，换到第二列，依此法继续作相邻对换，将原行列式换成 n 阶单位阵的行列式，此时共作相邻对换

$$(n-1)+(n-2)+\cdots\cdots+2+1=\frac{n(n-1)}{2}\text{ 次},$$

故原行列式为 $(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}|I|=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}$.

方法 3　每次按行(列)展开降阶计算

$$I_n = \begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix} = (-1)^{1+n} \begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix} = (-1)^{n+1} I_{n-1}$$

故递推公式为 $I_n = (-1)^{n+1} I_{n-1}$，因此 $I_n = (-1)^{n+1}(-1)^n I_{n-2} = (-1)^{(n+1)+n+\cdots\cdots+3} I_1 = (-1)^{(n+1)+n+\cdots\cdots+3} = (-1)^{\frac{(n+4)(n-1)}{2}} = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}+2(n-1)} = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}$.

(3) 方法 1　$f(x)$ 是一个 n 阶范德蒙行列式，由于 n 阶范德蒙行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & \cdots & x_n^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & x_3^{n-1} & \cdots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \prod_{n \geqslant i > j \geqslant 1} (x_i - x_j)$$

其中记号“$\prod$”表示全体同类因子的乘积，所以令 $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, \cdots\cdots, x_{n-1} = n-1, x_n = x$，则

$$\begin{aligned} f(x) = D_n = & \prod_{n \geqslant i > j \geqslant 1} (x_i - x_j) \\ = & (x-1)(x-2)\cdots[x-(n-1)] \\ & \qquad (n-2)(n-3)\cdots 2 \cdot 1 \\ & \qquad\qquad (n-3)(n-4)\cdots 2 \cdot 1 \\ & \qquad\qquad\qquad \cdots 2 \cdot 1 \\ & \qquad\qquad\qquad\quad 1 \\ = & (x-1)(x-2)\cdots[x-(n-1)] \cdot (n-2)(n-3)^2(n-4)^3 \cdots 2^{n-3} \end{aligned}$$

故 $f(x) = 0$ 的全部根是 $x = 1, 2, \cdots, (n-1)$.

方法 2　由于 $f(x)$ 是一个 n 阶范德蒙行列式，所以将 $x = 1, 2, \cdots, n-1$ 代入行列式，就得到两列元素对应相等的行列式，其值为零. 故 $x = 1, 2, \cdots, n-1$ 是方程全部根.

(4)　$f(x) = |\boldsymbol{A} - xI|$

$$
= \begin{vmatrix} a_{11}-x & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22}-x & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33}-x & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44}-x \end{vmatrix}
$$

因此 x^3 只能在主对角线上四元素的乘积

$$
(a_{11}-x)(a_{22}-x)(a_{33}-x)(a_{44}-x)
$$

这一项出现，故 x^3 的系数是 $-\sum\limits_{i=1}^{4} a_{ii}$.

(5) 可利用行列式的性质：行列式中某列元素均是两元素之和，则可拆开成两个行列式之和.

$$
\begin{aligned}
|\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}| &= |\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\beta}, 2\boldsymbol{r}_2, 2\boldsymbol{r}_3, 2\boldsymbol{r}_4| = 2^3|\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{r}_2, \boldsymbol{r}_3, \boldsymbol{r}_4| \\
&= 8(|\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{r}_2, \boldsymbol{r}_3, \boldsymbol{r}_4| + |\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{r}_2, \boldsymbol{r}_3, \boldsymbol{r}_4|) \\
&= 8(|\boldsymbol{A}| + |\boldsymbol{B}|) = 8(4+1) = 40
\end{aligned}
$$

注 矩阵相加是对应元素相加，而行列式相加，只有一列(行)不同，其余各列(行)都相同时才能相加(或拆开)，而且 $|\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}| \neq |\boldsymbol{A}| + |\boldsymbol{B}|$.

例 4 选择题

(1) $\boldsymbol{A}$ 是 n 阶方阵，且 $\boldsymbol{A} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$,

$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{n2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$，以下结论哪个正确(　　)

(A) $\boldsymbol{A}$ 一定等于 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$

(B) $\boldsymbol{A}$ 一定不等于 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$

(C) $\boldsymbol{A}$ 不一定等于 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$

(D) 以上结论均不对