JS

丁保荣 主编

本书是《初中数学竞赛教程（八年级）》配套用书

初中数学竞赛教程解题手册

CHUZHONG SHUXUE JINGSAI
JIAOCHENG JIETI SHOUCE

八年级

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

★ 初中数学竞赛教程　七年级
★ 初中数学竞赛教程　八年级
★ 初中数学竞赛教程　九年级
★ 初中数学竞赛教程　综合分册

★ 初中数学竞赛教程解题手册　七年级
★ 初中数学竞赛教程解题手册　八年级
★ 初中数学竞赛教程解题手册　九年级
★ 初中数学竞赛教程解题手册　综合分册

ISBN 978-7-308-06659-4
定价：39.00元

本书是《初中数学竞赛教程(八年级)》的配套用书

初中数学竞赛教程解题手册

八年级

主　编　丁保荣

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

初中数学竞赛教程解题手册. 八年级/丁保荣主编.
杭州：浙江大学出版社，2009.5
ISBN 978-7-308-06659-4

Ⅰ.初… Ⅱ.丁… Ⅲ.数学课—初中—解题
Ⅳ.G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 036983 号

初中数学竞赛教程解题手册(八年级)
丁保荣　主编

责任编辑	许佳颖
封面设计	刘依群
出版发行	浙江大学出版社
	（杭州天目山路 148 号　邮政编码 310028）
	（网址：http://www.zjupress.com）
排　　版	杭州大漠照排印刷有限公司
印　　刷	临安市曙光印务有限公司
开　　本	787mm×960mm　1/16
印　　张	27.25
字　　数	576 千
版 印 次	2009 年 5 月第 1 版　2009 年 5 月第 1 次印刷
书　　号	ISBN 978-7-308-06659-4
定　　价	39.00 元

浙江大学出版社发行部邮购电话（0571）88925591

前　言

我们在编写这套《初中数学竞赛教程》和《初中数学竞赛教程解题手册》时正值国际第29届夏季奥林匹克运动会在中国北京举行，中国的跳水队、体操队、举重队、乒乓球队……成为一个个"梦之队"。中国运动员奥林匹克精神的出色表现，震撼了世界。其实，中国的数学奥林匹克队也是一支"梦之队"，自从代表国家参加国际数学奥林匹克以来，每年都取得了佳绩，始终保持前几名，同样震撼世界，为祖国赢得了巨大荣誉。

数学竞赛主要是比赛解题，如何提高竞赛题的解题能力，阅读竞赛题是一种重要方法。阅读能力是一种重要的学习能力，阅读竞赛题能打开你的思路，开阔你的眼界，一个个巧妙精到的解答会深深地吸引你。在目前数学竞赛的良好发展氛围下，考虑到广大读者需要，在编好《竞赛教程》的同时，配套分七、八、九年级按进度编写了相应的《解题手册》。《解题手册》包括三部分内容：

(1)【赛场演练】题详细解答。《竞赛教程》中【赛场演练】栏目的竞赛题仅提供了简单答案，而在配套的《解题手册》中详细解答，为家长辅导、教师指导、学生自学提供便利。

(2) 竞赛热点精讲。这部分分若干个热点，每个热点提供一批典型竞赛题给以详解及指导。如果《竞赛教程》中的赛题解密帮你学习解题方法，演练题作为巩固训练，那么《解题手册》中的这部分内容让你读题，通过读竞赛题感悟解题思路，掌握解题方法。

(3) 中外赛卷热身。这些竞赛卷或是国内的或是国外的，都是全真的原卷，既可让你了解相关竞赛试题的内容和形式，也可让你做测试训练，了解自己的水平。

《竞赛教程》与《解题手册》配套使用，效果一定更佳。

让《初中数学竞赛教程》和相应的《解题手册》成为您的知心朋友。

参加本书编写的有：方利生、何星天、金旭颖、朱晓燕、陈志强、王菊清、沈文革、凌任涛、徐善海、董烈佳、张小梅、张喜凤、金友素。

丁保荣

2009年3月

目录 CONTENTS

一、【赛场演练】题详细解答

二、竞赛热点精讲

三、中外赛卷热身

一 【赛场演练】题详细解答

第1讲 乘法公式

3. (第15届希望杯竞赛题)若 a、b 为有理数,且 $2a^2-2ab+b^2+4a+4=0$,则 a^2b+ab^2 等于 ( )

A. -8 B. -16 C. 8 D. 16

4. (第1届中学生数学智能通讯赛)如果一个正整数能表示为两个正整数的平方差,那么这个正整数称为"智慧数".根据你的理解,下列4个数中不是"智慧数"的是 ( )

A. 2002 B. 2003 C. 2004 D. 2005

5. (2006年武汉市竞赛题)若 $x^2-13x+1=0$,则 $x^4+\frac{1}{x^4}$的个位数字是 ( )

A. 1 B. 3 C. 5 D. 7

6. (2004年河南省竞赛题)已知 $x+y=1$,$x^2+y^2=2$,那么 x^4+y^4 的值是 ( )

A. 4 B. 3 C. $\frac{7}{2}$ D. $\frac{5}{2}$

7. (2005年武汉市竞赛题)如果 $x+y=1$,$x^2+y^2=3$,那么 x^3+y^3 的值为 ( )

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

8. (重庆市竞赛题)$(2+1)(2^2+1)(2^4+1)\cdot\cdots\cdot(2^{2^n}+1)$ 的值是 ( )

A. $4^{2^n}-1$ B. $2^{4^n}+1$ C. $2^{2^n}-1$ D. 2^n-1

9. (祖冲之杯竞赛题)若 x 是不为0的有理数,已知 $M=(x^2+2x+1)(x^2-2x+1)$,$N=(x^2+x+1)(x^2-x+1)$,则 M 与 N 的大小关系是 ( )

A. $M>N$ B. $M<N$ C. $M=N$ D. 无法确定

10. (2004年北京市竞赛题)如果 $a+2b+3c=12$,且 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$,则 $a+b^2+c^3$ 等于 ( )

A. 12 B. 14 C. 16 D. 18

11. (第17届五羊杯竞赛题)已知 $(x+2)^5=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f$,则 $16b+4d+f$ 等于 ( )

A. 512 B. 1024 C. 2048 D. 4096

12. (河南省竞赛题)若 $x-y=2$,$x^2+y^2=4$,则 $x^{2002}+y^{2002}$ 的值是 ( )

A. 4 B. 2002^2 C. 2^{2002} D. 4^{2002}

13. (河北省竞赛题)已知四边形四条边的长分别是 m、n、p、q,且满足 $m^2+n^2+p^2+q^2=$

$2mn+2pq$，则这个四边形是　　（　　）

A. 平行四边形

B. 对角线互相垂直的四边形

C. 平行四边形或对角线互相垂直的四边形

D. 对角线相等的四边形

14. （第 16 届希望杯竞赛题）已知 $x=\dfrac{a+b}{a-b}$，$y=\dfrac{a-b}{a+b}(a\neq\pm b)$，且 $19x^2+143xy+19y^2=2005$，则 $x+y=$ ________.

15. （广西竞赛题）已知 $(x+y)^2-2x-2y+1=0$，则 $(x+y)^{999}=$ ________.

16. （2004 年河北省竞赛题）已知 $ax+by=3$，$ay-bx=5$，则 $(a^2+b^2)(x^2+y^2)$ 的值为 ________.

17. （希望杯竞赛题）已知 $a=1999$，$b=1$，则 $a^2+2b^2+3ab=$ ________.

18. （上海市竞赛题）已知 a、b、c 满足 $a+b+c=0$，$a^2+b^2+c^2=0.1$，则 $a^4+b^4+c^4$ 的值是________.

19. （河北省竞赛题）已知实数 a 满足 $a^2-a-1=0$，则 a^8+7a^{-4} 的值为________.

20. （2002 年上海市竞赛题）已知 $A=(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)\times(2^{64}+1)$，那么，$A$ 的个位数是________.

21. （第 18 届五羊杯竞赛题）设 $(2x^2-x-1)^5=a_{10}x^{10}+a_9x^9+a_8x^8+\cdots+a_1x+a_0$，则 $a_9+a_7+a_5+a_3+a_1=$ ________.

22. （北京市竞赛题）计算：$\dfrac{20042003^2+1}{20042002^2+20042004^2}$.

23. （上海市初中数学竞赛题）设 $a+b+2c=1$，$a^2+b^2-8c^2+6c=5$，求 $ab-bc-ca$ 的值.

24. （上海市竞赛题）设 $a-b=-2$，求 $\dfrac{a^2+b^2}{2}-ab$ 的值.

25. （河北省竞赛题）已知 a 满足等式 $a^2-a-1=0$，求代数式 a^8+7a^{-4} 的值.

26. （湖南省理科实验班招生试题）设正有理数 a、b、c 满足条件：$a+b+c\leqslant 4$ 且 $ab+bc+ca\geqslant 4$. 试证明：下面的三个不等式中至少有两个成立：$|a-b|\leqslant 2$；$|c-a|\leqslant 2$；$|b-c|\leqslant 2$.

27. （2005 年天津市竞赛题）如图 1－1 所示，正方体的每一个面上都有一个正整数，已知相对的两个面上两数之和都相等，13、9、3 的对面的数分别为 a、b、c，求 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac$ 的值.

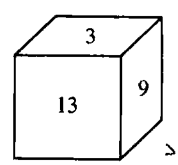

图 1－1

28. （北京市竞赛题）计算 $1949^2-1950^2+1951^2-1952^2+\cdots+1997^2-1998^2+1999^2$ 的值.

29. （北京市竞赛题）若 $x+y=a+b$，且 $x^2+y^2=a^2+b^2$，求证：$x^{1997}+$

$y^{1997}=a^{1997}+b^{1997}$.

30. (西安市竞赛题)设 $a+b=1$, $a^2+b^2=2$, 求 a^7+b^7 的值.

31. (全国初中数学联赛题)已知 $\frac{1}{4}(b-c)^2=(a-b)(c-a)$, 且 $a\neq 0$, 求$\frac{b+c}{a}$的值.

答案与解析

3. B　提示: $(a-b)^2+(a+2)^2=0$.

4. A　提示: 形如 $4k$ 或 $2k+1$ 的数都为"智慧数".

5. D　提示: $x\neq 0$,由条件得 $x+\frac{1}{x}=13$, $x^4+\frac{1}{x^4}=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-2=\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2\right]^2-2=27887$.

6. C　提示: $xy=\frac{(x+y)^2-(x^2+y^2)}{2}=\frac{1-2}{2}=-\frac{1}{2}$.

7. C　提示: $2xy=(x+y)^2-(x^2+y^2)=-2$, $xy=-1$, $x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)=4$.

8. A　原式 $=(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)\cdot\cdots\cdot(2^{2^n}+1)$

$$=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)\cdot\cdots\cdot(2^{2^n}+1)$$
$$=(2^4-1)(2^4+1)\cdot\cdots\cdot(2^{2^n}+1)=\cdots$$
$$=(2^{2^n}-1)(2^{2^n}+1)=(2^{2^n})^2-1=4^{2^n}-1.$$

9. B　提示: $M=[(x^2+1)+2x][(x^2+1)-2x]=(x^2+1)^2-(2x)^2=x^4-2x^2+1$,
$N=[(x^2+1)+x][(x^2+1)-x]=(x^2+1)^2-x^2=x^4+x^2+1$.
$M-N=-3x^2<0$.

10. B　提示: 由 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$,得$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$,
$\therefore a=b=c$. $\therefore 6a=12$, 即 $a=2$. $\therefore a+b^2+c^3=2+2^2+2^3=14$.

11. A　提示: 把 $x=\pm 2$ 代入$(x+2)^5$,相加得 $4^5+0^5=(32a+16b+8c+4d+2e+f)+(-32a+16b-8c+4d-2e+f)$,两边除以 2 得 $16b+4d+f=512$.

12. C　提示: $xy=\frac{(x^2+y^2)-(x-y)^2}{2}=\frac{4-2^2}{2}=0$.
故 $x^{2002}+y^{2002}=(x-y)^{2002}=2^{2002}$.

13. C　提示: $(m-n)^2+(p-q)^2=0$,若 m、n 是四边形的一组对边,则 p、q 是它的另一组对边,这个四边形是平行四边形;若 m、n 是四边形的一组邻边,则 p、q 是它的另一组邻边,这个四边形是对角线互相垂直的四边形.

14. 10 或 -10　提示: $xy=1$.

15. 1　提示: 由条件得$(x+y-1)^2=0$,故 $x+y=1$.

16. 34　提示：原式 $=(ax+by)^2+(ay-bx)^2$.

17. 4002000　$a^2+2b^2+3ab=a^2+2ab+b^2+b^2+ab=(a+b)^2+b(a+b)$

$$=(1999+1)^2+(1999+1)=2000^2+2000=4002000.$$

18. 0.005　提示：原式 $=(a^2+b^2+c^2)^2-2(a^2b^2+b^2c^2+a^2c^2)$

$$=(a^2+b^2+c^2)^2-2[(ab+bc+ac)^2-2abc(a+b+c)].$$

19. 48　$\because a^2-a-1=0$，$\therefore a-a^{-1}=1$. $\therefore a^2+a^{-2}=3$，$a^4+a^{-4}=7$.

$\therefore a^8+7a^{-4}=a^4(a^4+a^{-4})+7a^{-4}-1=7(a^4+a^{-4})-1=7\times7-1=48.$

20. 5　$A=(2-1)(2+1)(2^2+1)\cdot\cdots\cdot(2^{64}+1)=2^{128}-1$.

又 $2^1=2$，$2^2=4$，$2^3=8$，$2^4=16$，$2^5=32$，…；$128\div4=32$，$\therefore 2^{128}$ 的个位数是 6，$\therefore 2^{128}-1$ 的个位数是 5.

21. -16　按题意，分别令 $x=1$ 和 -1 得

$$0^5=a_{10}+a_9+a_8+\cdots+a_1+a_0 \qquad ①$$

$$2^5=a_{10}-a_9+a_8-a_7+\cdots-a_1+a_0 \qquad ②$$

①－② 得　$2(a_9+a_7+a_5+a_3+a_1)=-32$，$a_9+a_7+a_5+a_3+a_1=-16$.

22. $\frac{1}{2}$　提示：用字母表示数，将数值计算转化为式的计算.

设 $20042003=a$，则原式 $=\dfrac{a^2+1}{(a-1)^2+(a+1)^2}=\dfrac{a^2+1}{2(a^2+1)}=\dfrac{1}{2}$.

23. 由已知有：$a+b=1-2c$，$a^2+b^2=8c^2-6c+5$.

$\because a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$，

$\therefore 8c^2-6c+5=(1-2c)^2-2ab$. $\therefore ab=-2c^2+c-2$.

原式 $=ab-c(a+b)=(-2c^2+c-2)-c(1-2c)=-2$.

24. 解法 1　$\because a-b=-2$，$\therefore a=b-2$.

$\because$ 原式 $=\dfrac{(b-2)^2+b^2}{2}-b(b-2)$

$$=\frac{b^2-4b+4+b^2-2b^2+4b}{2}=\frac{4}{2}=2.$$

解法 2　原式 $=\dfrac{a^2+b^2-2ab}{2}=\dfrac{(a-b)^2}{2}=\dfrac{(-2)^2}{2}=2$.

25. 由 $a^2-a-1=0$，得 $a-a^{-1}=1$，进而 $a^2+a^{-2}=3$，$a^4+a^{-4}=7$.

所以，$a^8+7a^{-4}=a^4(a^4+a^{-4})+7a^{-4}-1=7a^4+7a^{-4}-1=7(a^4+a^{-4})-1=48$.

26. 因为 $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=2(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac)$

$$=2(a+b+c)^2-6(ab+bc+ca)\leqslant 2\times4^2-6\times4=8.$$

于是 $(a-b)^2$，$(b-c)^2$，$(c-a)^2$ 中至少有两个不超过 4，故 $|a-b|\leqslant2$，$|c-a|\leqslant2$，$|b-c|\leqslant2$ 中至少有两个成立.

27. 由条件得 $a-b=-4$，$b-c=-6$，$c-a=10$，

$\therefore$ 原式 $=\frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]=76$.

28. 原式 $=(1949+1950)(1949-1950)+\cdots+(1997+1998)(1997-1998)+1999^2$

$=-(1949+1950+\cdots+1997+1998)+1999^2$

$=1999^2-\frac{(1949+1998)\times 50}{2}=3897326$.

29. 设
$$\begin{cases} x+y=a+b & ① \\ x^2+y^2=a^2+b^2 & ② \end{cases}$$

则由 ①^2 − ②，得

$$2xy=2ab \quad ③$$

② − ③，得 $(x-y)^2=(a-b)^2$，即 $|x-y|=|a-b|$.

则 $x-y=a-b$ 或 $x-y=b-a$，分别与 $x+y=a+b$ 联立解得 $\begin{cases} x=a, \\ y=b \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=b, \\ y=a. \end{cases}$

30. $\frac{71}{8}$　提示：由 $a+b=1$，$a^2+b^2=2$，得 $ab=-\frac{1}{2}$，

利用 $a^{n+1}+b^{n+1}=(a^n+b^n)(a+b)-ab(a^{n-1}+b^{n-1})$

可分别求得 $a^3+b^3=\frac{5}{2}$，$a^4+b^4=\frac{7}{2}$，$a^5+b^5=\frac{19}{4}$，$a^6+b^6=\frac{26}{4}$，$a^7+b^7=\frac{71}{8}$.

31. $\because$ $(b-c)^2=4(a-b)(c-a)$，即 $b^2-2bc+c^2=4ac-4bc+4ab-4a^2$，

$\therefore$ $4a^2+b^2+c^2-4ac-4ab+2bc=0$，$(b^2+2bc+c^2)-4a(b+c)+4a^2=0$.

逆用完全平方公式得

$$(b+c)^2-4a(b+c)+4a^2=0,\ [2a-(b+c)]^2=0.$$

$\therefore$ $2a=b+c$，即 $\frac{b+c}{a}=2$.

第 2 讲　因 式 分 解

6. (2005 年全国初中数学竞赛题)若 $M=3x^2-8xy+9y^2-4x+6y+13$ (x、y 是实数)，则 M 的值一定是　(　　)

A. 正数　　B. 负数　　C. 零　　D. 整数

7. (武汉市竞赛题)如果 x^3+ax^2+bx+8 有两个因式 $x+1$ 和 $x+2$，则 $a+b=$ (　　)

A. 7　　B. 8　　C. 15　　D. 21

12. (2004 年河南省竞赛题)分解因式：$9x^2-6x-y^2+4y-3=$ ________.

13. (河南省竞赛题)分解因式:$x^2+5xy+x+3y+6y^2=$ ________.

15. (2004 年重庆市竞赛题)分解因式:$x^2-2x-2y^2+4y-xy=$ ________.

16. (第 12 届五羊杯竞赛题)分解因式:$(x-2)^3-(y-2)^3-(x-y)^3=$ ________.

17. (2004 年全国初中数学竞赛题)已知实数 a、b、x、y 满足 $a+b=x+y=2$,$ax+by=5$,则 $(a^2+b^2)xy+ab(x^2+y^2)=$ ________.

18. (第 15 届江苏省竞赛题)已知 x^2+x-6 是多项式 $2x^4+x^3-ax^2+bx+a+b-1$ 的因式,则 $a=$ ________,$b=$ ________.

19. (第 18 届五羊杯竞赛题)在实数范围内分解因式:$x^4+x^3-3x^2-4x-4=$ ________.

20. (大连市第 8 届育英杯竞赛题)分解因式:$x(x-1)+y(y+1)-2xy=$ ________.

21. (祖冲之杯竞赛题)分解因式:x^3+5x^2+3x-9.

22. (北京市竞赛题)证明恒等式:$a^4+b^4+(a+b)^4=2(a^2+ab+b^2)^2$.

23. (江苏省竞赛题)已知 x、y 为正偶数,且 $x^2y+xy^2=96$,求 x^2+y^2 的值.

24. (扬州市竞赛题)分解因式:$x^2+4xy+4y^2-2x-4y-3$.

25. (希望杯竞赛题)分解因式:$(x+y-2xy)(x+y-2)+(xy-1)^2$.

26. (第 12 届五羊杯竞赛题)分解因式:$(x^4+x^2-4)(x^4+x^2+3)+10$.

28. (2006 年希望杯培训题)计算:$\dfrac{2007^3-2\times2007^2-2005}{2007^3+2007^2-2008}$.

29. (太原市竞赛题)已知关于 x、y 的二次式 $x^2+7xy+ay^2-5x+43y-24$ 可分解为两个一次因式的乘积,求 a 的值.

30. (2005 年莫斯科市竞赛题)对方程 $a^2b^2+a^2+b^2=2004$,求出至少一组整数解.

31. (2006 年创新杯培训题)已知 n 是正整数,且 n^4-16n^2+100 是质数,求 n.

32. (2006 年全国初中数学竞赛题)计算

$$\frac{(2\times5+2)(4\times7+2)(6\times9+2)(8\times11+2)\times\cdots\times(2004\times2007+2)}{(1\times4+2)(3\times6+2)(5\times8+2)(7\times10+2)\times\cdots\times(2003\times2006+2)}.$$

33. 计算:

(1)(第 15 届希望杯竞赛题)$\dfrac{2003^2-4004\times2003+2002\times4008-2003\times2004}{2003^2-3005\times2003-2003\times2005+2005\times3005}$;

(2)(第九届华杯赛竞赛题)$\dfrac{(7^4+64)(15^4+64)(23^4+64)(31^4+64)(39^4+64)}{(3^4+64)(11^4+64)(19^4+64)(27^4+64)(35^4+64)}$.

34. 分解因式:

(1) a^4+64b^4;

(2) $x^4+x^2y^2+y^4$;

(3) $x^2+(1+x)^2+(x+x^2)^2$;

(4)(昆明市竞赛题)$(c-a)^2-4(b-c)(a-b)$;

(5)(第15届希望杯竞赛题)$a^4+2a^3b+3a^2b^2+2ab^3+b^4$;

(6)(重庆市竞赛题)x^3+2x^2-5x-6.

35. (重庆市竞赛题)分解因式:

(1) $4x^2-4x-y^2+4y-3$;

(2) $4x^3-31x+15$.

36. 分解因式:

(1) $(a^2+a+1)(a^2-6a+1)+12a^2$;

(2)(黄冈市竞赛题)$(2a+5)(a^2-9)(2a-7)-91$;

(3)(第16届五羊杯竞赛题)$(x+y)^4+(x^2-y^2)^2+(x-y)^4$;

(4)(第13届五羊杯竞赛题)$(x^4-4x^2+1)(x^4+3x^2+1)+10x^4$;

(5)(2004年河南省竞赛题)$9x^2-6x-y^2+4y-3$.

答案与解析

6. A　提示:原式 $=2(x-2y)^2+(x-2)^2+(y+3)^2\geqslant 0$,且这三个数不能同时为零,$M>0$.

7. D　提示:

设 $x^3+ax^2+bx+8=(x+1)(x+2)(x+c)=x^3+(3+c)x^2+(2+3c)x+2c$,

比较得 $c=4$,从而 $a=7$,$b=14$.

12. 原式 $=(9x^2-6x+1)-(y^2-4y+4)$

$=(3x-1)^2-(y-2)^2$

$=(3x+y-3)(3x-y+1)$.

13. 原式 $=(x^2+5xy+6y^2)+(x+3y)=(x+3y)(x+2y+1)$

15. $x^2-2x-2y^2+4y-xy=x^2-xy-2y^2-2x+4y=(x-2y)(x+y-2)$

16. 设 $x-2=a$,$y-2=b$,则 $x-y=a-b$,

原式 $=a^3-b^3-(a-b)^3$

$=(a-b)(a^2+ab+b^2)-(a-b)(a^2-2ab+b^2)$

$=3ab(a-b)$

$=3(x-2)(y-2)(x-y)$.

17. -5　由 $a+b=x+y=2$,得 $(a+b)(x+y)=ax+by+ay+bx=4$.

$\because ax+by=5$,$\therefore ay+bx=-1$,

$\therefore (a^2+b^2)xy+ab(x^2+y^2)=(ay+bx)(ax+by)=-5$.

18. 令 $2x^4+x^3-ax^2+bx+a-b-1=A(x^2+x-6)=A(x+3)(x-2)$,

取 $x=-3$，$x=2$ 代入上式，可求得 $a=16$，$b=3$.

19. 原式 $=x^2(x^2+x+1)-4(x^2+x+1)$

$=(x^2-4)(x^2+x+1)$

$=(x+2)(x-2)(x^2+x+1)$.

20. 提示：$x(x-1)+y(y+1)-2xy=x^2-x+y^2+y-2xy$

$=(x-y)^2-(x-y)$

$=(x-y)(x-y-1)$.

21. 原式 $=(x^3-x^2)+(6x^2-6x)+(9x-9)=(x+3)^2(x-1)$.

22. 左边 $=(a^2+b^2)^2-2a^2b^2+(a^2+b^2+2ab)^2$

$=(a^2+b^2)^2-2a^2b^2+(a^2+b^2)^2+4ab(a^2+b^2)+4a^2b^2$

$=2(a^2+b^2)^2+4ab(a^2+b^2)+2a^2b^2$

$=2[(a^2+b^2)+2ab(a^2+b^2)+a^2b^2]$

$=2(a^2+b^2+ab)^2=$ 右边.

23. $\because$ $x^2y+xy^2=xy(x+y)=2\times6\times8$，$\therefore$ $x=2$，$y=6$ 或 $x=6$，$y=2$，故 $x^2+y^2=2^2+6^2=40$.

24. 原式 $=(x^2+4xy+4y^2)-(2x+4y)-3$

$=(x+2y)^2-2(x+2y)-3$

$=(x+2y+1)(x+2y-3)$.

25. 原式 $=(x-1)^2(y-1)^2$. 提示：令 $x+y=a$，$xy=b$.

26. 设 $x^4+x^2=y$，则

原式 $=(y-4)(y+3)+10$

$=y^2-y-2$

$=(y-2)(y+1)$

$=(x^4+x^2-2)(x^4+x^2+1)$

$=(x^2+2)(x+1)(x-1)(x^4+x^2+1)$.

28. 设 $2007=a$，则原式 $=\dfrac{a^3-2a^2-a+2}{a^3+a^2-a-1}=\dfrac{(a-2)(a^2-1)}{(a+1)(a^2-1)}=\dfrac{a-2}{a+1}=\dfrac{2005}{2008}$.

29. 提示：$\because$ $x^2-5x-24=(x-8)(x+3)$，

$\therefore$ 可设原式 $=(x-8+my)(x+3+ny)$，解得 $m=9$，$n=-2$，$a=-18$.

30. $(a^2+1)(b^2+1)=2005=5\times401=1\times2005$.

有 $\begin{cases}a^2+1=5,\\b^2+1=401\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a^2+1=401,\\b^2+1=5,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=2,\\b=20\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=20,\\b=2.\end{cases}$

31. $n^4-16n^2+100=n^4+20n^2+100-36n^2$

$$= (n^2+10)^2-36n^2$$
$$= (n^2+6n+10)(n^2-6n+10).$$

因为 $n^2+6n+10\neq 0$，而 n^4+16n^2+100 为质数，且 n 为正整数.

故 $n^2-6n+10=1$，即 $n^2-6n+9=0$，$\therefore (n-3)^2=0$. $\therefore n=3$.

32. $\because n(n+3)+2=n^2+3n+2=(n+1)(n+2)$，

$\therefore$ 原式 $=\dfrac{(3\times 4)(5\times 6)(7\times 8)(9\times 10)\cdots(2005\times 2006)}{(2\times 3)(4\times 5)(6\times 7)(8\times 9)\cdots(2004\times 2005)}=\dfrac{2006}{2}=1003.$

33. (1) 设 $1001=a$，则

原式 $=\dfrac{(2a+1)^2-4a(2a+1)+2a(4a+4)-(2a+1)(2a+2)}{(2a+1)^2-(3a+2)(2a+1)-(2a+1)(2a+3)+(2a+3)(3a+2)}$

$=\dfrac{2a-1}{2a+2}=\dfrac{667}{668}$;

(2) 原式 $=\dfrac{(3\times 7+8)(7\times 11+8)(11\times 15+8)(15\times 19+8)\cdots(35\times 39+8)(39\times 43+8)}{(-1\times 3+8)(3\times 7+8)(7\times 11+8)(11\times 15+8)\cdots(31\times 35+8)(35\times 39+8)}$

$=\dfrac{39\times 43+8}{-1\times 3+8}=337.$

34. (1) 原式 $=(a^2+8b^2-4ab)(a^2+8b^2+4ab)$.

(2) 原式 $=(x^2+y^2+xy)(x^2+y^2-xy)$

(3) 原式 $=x^2+1+2x+x^2+(x+x^2)^2$

$=1+2(x+x^2)+(x+x^2)^2$

$=(1+x+x^2)^2$.

(4) 原式 $=(a+c-2b)^2$　提示：设 $b-c=x$，$a-b=y$，则 $c-a=-(x+y)$.

(5) 原式 $=(a^4+2a^2b^2+b^4)+(2a^3b+2ab^3)+a^2b^2$

$=(a^2+b^2)^2+2ab(a^2+b^2)+(ab)^2$

$=(a^2+b^2+ab)^2$.

(6) 原式 $=(x^3+x^2)+(x^2+x)-(6x+6)$

$=x^2(x+1)+(x+1)-6(x+1)$

$=(x+1)(x+3)(x-2)$.

35. (1) 原式 $=(4x^2-4x+1)-(y^2-4y+4)$

$=(2x-1)^2-(y-2)^2$

$=(2x+y-3)(2x-y+1)$.

(2) 原式 $=4x^3-x-30x+15$

$=x(2x+1)(2x-1)-15(2x-1)$

$=(2x-1)(2x^2-x-15)$

$=(2x-1)(2x+5)(x-3)$.

36. (1) 原式 $=(a-1)^2(a^2-3a+1)$　提示：令 $a^2+1=b$.

(2) 原式 $=[(2a+5)(a-3)][(a+3)(2a-7)]-91$

$=(2a^2-a-15)(2a^2-a-21)-91$

$=(2a^2-a-15)(2a^2-a-21)-91$

$=(a-4)(2a+7)(2a^2-a-8)$.

(3) $(3x^2+y^2)(x^2+3y^2)$　提示：设 $x+y=a$，$x-y=b$.

(4) 令 $x^4+1=a$，则

原式 $=(a-4x^2)(a+3x^2)+10x^4$

$=a^2-x^2a-2x^4$

$=(a-2x^2)(a+x^2)$

$=(x^4+1-2x^2)(x^4+1+x^2)$

$=(x+1)^2(x-1)^2(x^2+x+1)(x^2-x+1)$.

(5) $(3x+y-3)(3x-y+1)$

提示：原式 $=(9x^2-6x+1)-(y^2-4y+4)=(3x-1)^2-(y-2)^2$.

第3讲　因式分解应用

6. (湖北省竞赛题)设 a 是正数，且 $a-\dfrac{2}{a}=1$，那么 $a^2-\dfrac{4}{a^2}$ 的值为　(　　)

A. -3　　B. 1　　C. 3　　D. 5

7. (2005年全国初中数学竞赛题)已知 $A=48\times\left(\dfrac{1}{3^2-4}+\dfrac{1}{4^2-4}+\cdots+\dfrac{1}{100^2-4}\right)$，则与 A 最接近的正整数是　(　　)

A. 18　　B. 20　　C. 24　　D. 25

8. (2007年全国初中数学竞赛题)方程 $x^3+6x^2+5x=y^3-y+2$ 的整数解 (x,y) 的个数是　(　　)

A. 0　　B. 1　　C. 3　　D. 无穷多

9. (第17届希望杯竞赛题)若 $m=2006^2+2006^2\times2007^2+2007^2$，则 m　(　　)

A. 是完全平方数，还是奇数　　B. 是完全平方数，还是偶数

C. 不是完全平方数，但是奇数　　D. 不是完全平方数，但是偶数

10. (2002年全国初中数学联赛题)若 $m^2=n+2$，$n^2=m+2(m\neq n)$，则 $m^3-2mn+n^3$ 的值为　(　　)