供电企业岗位技能培训教材

GONGDIANQIYE

GANGWEI JINENG

PEIXUNJIAOCAI

电能计量

山西省电力公司　组编

中国电力出版社
www.cepp.com.cn

中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

供电企业岗位技能培训教材

电能计量

山西省电力公司 组编

中国电力出版社
www.cepp.com.cn

内容提要

《供电企业岗位技能培训教材》由山西省电力公司组织编写，内容涵盖了变电运行、线路运行与维护、变电检修、继电保护、电网调度、电网自动化、电力营销等专业领域。本套教材的编撰贯彻了“以现场需求为导向，以提高技能为核心”的指导思想，力求从实用角度出发，提高职工解决实际问题的能力，更适合一线职工学习和提高技能的需要。

本书为《电能计量》分册，根据电能计量人员应具备的基础岗位知识、工作技能素质要求进行编写。全书共分六章，主要内容包括：电能计量中所用到的专业基础知识，电气识绘图，电能计量标准装置使用和维护，电能表、互感器的室内检定，电能计量装置现场检测，电力营销电能计量子系统等。每章后均附有复习思考题。

本书可作为电力企业从事电能计量安装、运行、推广、检修、校验以及报装、用电检查、抄表核算收费等技术人员以及管理人员提高实际技能的培训用书。

图书在版编目（CIP）数据

电能计量/山西省电力公司组编.—北京：中国电力出版社，2009

供电企业岗位技能培训教材

ISBN 978-7-5083-8471-9

Ⅰ.电… Ⅱ.山… Ⅲ.电能—电能测量—技术培训—教材 Ⅳ.TM933.4

中国版本图书馆CIP数据核字（2009）第019085号

中国电力出版社出版、发行

（北京三里河路6号 100044 http：//www.cepp.com.cn）

航远印刷有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2009年4月第一版 2009年4月北京第一次印刷

787毫米×1092毫米 16开本 14.25印张 337千字

印数0001—3000册 定价 **27.00** 元

《供电企业岗位技能培训教材》

编 委 会

《电能计量》编写组

组　　长　张雅明

副 组 长　赵文元

成　　员　赵同生　侯效奎　杨守辰　李永宏　文　理

主　　编　张雅明

副 主 编　赵同生　侯效奎　霍宇平

顾　　问　杨守辰

主　　审　杨守辰

参编人员　李永宏　杨守辰　李城英　李万有　梁尚荣
梁尚义　刘文贤　吕晓栋　曲建华　石玉英
杨洪涛　杨茂菊　张　甜　赵　擎　杨跃军
杨跃平　吕新忠　王璐华　何玉萍　刘建林
李　兵　文　理　韩秉东　侯静洁　李雁英
武　林　李　录　武贵强　吴志荣　张文佼
刘　潇　焦洪田

序

电力工业作为关系国计民生的基础能源产业，电网的稳定运行直接关系到国民经济的发展。2008年初的南方冰雪灾害更让人们深刻体会到电网的安全运行对人民群众日常生活的重要性。当前，电力工业已进入大机组、高参数、高电压、高自动化的发展时期，新技术、新设备、新工艺不断涌现，现代电力企业对职工的专业技能水平提出了更高的要求。要实现国家电网公司"一强三优"的企业目标，广大的电力工作者就必须不断地学习新技术、新知识、新技能，全面提高自己的综合素质。

山西省电力公司一直高度重视职工的教育培训工作，把该项工作重点纳入企业的发展规划当中，不断加大培训的投入力度，努力创建学习型企业。为适应新形势下员工培训的需求，使员工培训做到有章可循、有据可依，山西省电力公司组织编写了《供电企业岗位技能培训教材》，内容涵盖了变电运行、线路运行与维护、变电检修、继电保护、电网调度、电网自动化、电力营销等专业领域。本套教材的编撰贯彻了"以现场需求为导向，以提高技能为核心"的指导思想，力求从实用角度出发，提高职工解决实际问题的能力，更适合一线职工学习和提高技能的需要。同以往的培训教材相比，本套教材具有以下特点：

（1）在整套教材的编写中突出了对实际操作技能的要求，不再人为地划分初、中、高技术等级，不同技术等级的培训可以根据实际情况，从教材中选取相关内容。在每一章结束时，均附有复习思考题，对本章的重点和难点内容进行温故，便于读者自学参考。

（2）教材的编写体现了为企业服务的原则，面向生产、面向实际，以提高岗位技能为导向，强调"缺什么补什么、干什么学什么"的原则。

（3）教材力求更多地反映当前的新技术、新设备、新工艺以及有关生产管理、质量监督和专业技术发展动态的内容。

《供电企业岗位技能培训教材》的编写人员主要由山西省电力公司的技术专家、多年从事教学工作的高级讲师组成，在编写前期经过了充分地论证，编写过程中经过了数次审定、多次修改，历时数月，终于告罄。在此，谨希望本套教材的出版，对广大电力职工技能水平的提高起到一定的指导作用，为建设"一强三优"的现代企业作出更大的贡献！

王抒祥

2008年8月

前　言

随着电力企业体制改革的深化，现代电力市场营销对营销人员应掌握的基础理论知识和实际操作技能的深度及广度，提出了更高要求。这就需要通过培训来提高职工队伍的岗位技能，以及沟通、协调能力，以适应新形势的需要。

《中华人民共和国职业技能鉴定规范》（简称《规范》）在电力行业已正式施行。为满足《规范》对电力市场营销人员的鉴定要求，做好员工岗位技能培训工作，山西省电力公司委托大同供电分公司组织相关人员编写了《供电企业岗位技能培训教材》中与电力营销相关的5个分册，分别为《电能计量》、《用电检查》、《业扩报装》、《抄表核算收费》、《95598客户服务》。在丛书的编撰过程中，山西省电力公司组织召开了多次审稿会，对提纲及内容进行讨论审定，以确保该丛书以坚持培养岗位所需要工作能力和生产技能为重点，将相关的专业理论知识与实际操作技能有机地融为一体，强调了知识够用、技能必备。

电力营销专业的这5册书，以提升操作技能为核心，力求贴近一线生产和员工培训的实际需要，贯彻“求知重能”的原则。在保证知识连贯性的基础上，突出针对性、典型性、实用性。同时反映了当前新技术、新设备、新材料、新工艺及有关电力市场管理、质量监督和专业技术发展等内容。

在该书的编写过程中，参考和辑录了相关的书籍与刊物，在此谨向这些书籍和刊物的作者致谢。

由于编写时间短、经验不足、水平有限，难免有不妥之处，恳请广大读者指正。

大同供电分公司
2008年10月

目录

第一章

专 业 基 础

第一节 三角函数与复数

一、任意角的三角函数

（一）任意角的概念

1. 角的概念的推广

在平面几何中，角可以看作是一条射线绕着它的端点在平面内旋转形成的图形。如图 1-1 所示，射线的端点 O 称为 α 角的顶点，起始位置 OA 称为 α 角的始边，终止位置 OB 称为 α 角的终边。

数学定义角 α 的范围是 $0° \leqslant \alpha \leqslant 360°$，但在实践中还会遇到其他的角。

在日常生活中，经常需要把螺母拧紧或拧松，并且紧或松的过程往往不只旋转一周。这说明，既需要研究角的方向，又需要研究大于 360°的角。

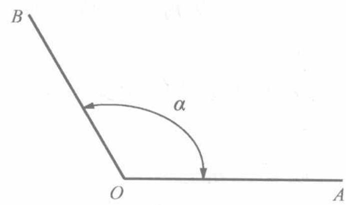

图 1-1 角的表示

在平面内，一条射线绕着它的端点旋转时，有两个相反的方向。习惯上，按逆时针方向旋转形成的角称为正角；按顺时针方向旋转形成的角称为负角。特别是射线不作旋转时，也把它看成一个角，称为零角。

角的概念经过这样推广以后，包括任意大小的正角、负角和零角，它们统称为任意角。

电能计量专业主要在直角坐标系内研究角。置角的顶点于原点，角的始边重合于 x 轴的正半轴。角的终边落在第几象限就称这个角是第几象限的角，如果角的终边在坐标轴上，则规定这个角不属于任何象限（称为轴线角）。

2. 终边相同的角

终边落在同一条射线上的角称为终边相同的角。

由于这些角彼此相差整圈数倍，所以与 α 角终边相同的角（包括 α 角在内），可以用一般形式表示为：$k360°+\alpha$，$k\in Z$。

3. 轴线角

终边落在 x 轴正半轴上的角的集合为：$S_1=\{\beta \mid \beta=k360°, k\in Z\}$。

终边落在 x 轴负半轴上的角的集合为：$S_2=\{\beta \mid \beta=180°+k360°, k\in Z\}$。

因此，终边落在 x 轴上的角的集合为：$S_1\cup S_2=\{\beta \mid \beta=k180°, k\in Z\}$。

终边落在 y 轴正半轴上的角的集合为：$S_3=\{\beta \mid \beta=90°+k360°, k\in Z\}$。

终边落在 y 轴负半轴上的角的集合为：$S_4=\{\beta \mid \beta=270°+k360°, k\in Z\}$。

所以终边落在 y 轴上的角的集合为：$S_3\cup S_4=\{\beta \mid \beta=90°+k180°, k\in Z\}$。

4. 弧度制

（1）角度制。把一个圆周角分成 360 等份，其中每一等份叫作 1 度的角，记为 1°，这种

用度做单位来度量角的制度叫作角度制。

（2）弧度制。弧度制是用弧度（长度）为单位来度量角的大小的一种制度。

定义：把等于半径长的圆弧所对的圆心角叫作 1 弧度的角，记为 1rad，读作 1 弧度。

注：在不易混淆时 rad 经常省略。

在图 1-2 中，圆心角$\angle AOB$所对弧AB的长l等于半径r，那么$\angle AOB=1$rad，或者说$\angle AOB$的弧度数是 1。

如果圆心角所对的弧长$l=2\pi r$（即弧长是整圆周），那么这个圆心角的弧度数是2π；或说圆周角是2πrad。

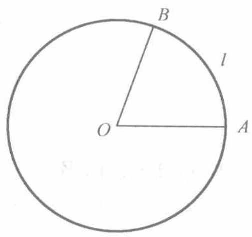

图 1-2　角的弧度制表示

（3）角度制与弧度制的换算：$\pi=180°$。

（4）弧长公式。一般地，我们规定：正角的弧度数为正数，负角的弧度数为负数，零角的弧度数为零，已知任意角α的弧度数的绝对值为$|\alpha|=l/r$。其中：l为以α角作为圆心角时所对的弧长；r为圆的半径。

弧长公式为

$$l=|\alpha|r$$

（二）任意角的三角函数

正弦、余弦、正切和余切这四种三角函数都是以角为自变量，以比值为函数值的函数。一般这四种函数的定义，只针对 0°～180°间的角作了一些讨论，下面讨论将三角函数的定义推广到任意角的情形。

设α角是直角坐标系中的任意的角，在α角的终边上任取一点P（原点除外），设P点的坐标为(x, y)，OP的长为$r>0$。

把y/r，x/r，y/x，x/y，r/x，r/y分别叫作α角的正弦、余弦、正切、余切、正割和余割，记作$\sin\alpha$（正弦），$\cos\alpha$（余弦），$\tan\alpha$（正切），$\cot\alpha$（余切），$\sec\alpha$，（正割），$\csc\alpha$（余割）。

当α角的终边在x轴上，就是$\alpha=k180°$，$k\in Z$，此时$y=0$，$\cot\alpha$和$\csc\alpha$没有意义；当α角的终边在y轴上，就是$\alpha=90°+k180°$，$k\in Z$，此时$x=0$，$\tan\alpha$和$\sec\alpha$没意义。

上面所说的 6 个比值与P点在α角的终边上的位置无关。因此，除无意义的情况外，对于α角的每一个确定的值，上面的 6 个比值都有唯一确定的值与之对应。

根据函数的定义，可知正弦、余弦、正切、余切、正割和余割都是以α角为自变量，以比值为函数值的函数。这些函数都叫作三角函数。

当自变量α角用弧度制来度量时，则α角的弧度数为实数，于是，角的集合就与实数的集合一一对应起来。也就是说，三角函数可以看成是以实数为自变量的函数。

三角函数的定义域见表 1-1。

由定义可知，与α角终边相同的角的同名三角函数值相等。

表 1-1　　三角函数的定义域

函数	定义域	函数	定义域
$\sin\alpha$	R	$\cot\alpha$	$\alpha\neq k180°$，$k\in Z$
$\cos\alpha$	R	$\sec\alpha$	$\alpha\neq 90°+k180°$，$k\in Z$
$\tan\alpha$	$\alpha\neq 90°+k180°$，$k\in Z$	$\csc\alpha$	$\alpha\neq k180°$，$k\in Z$

（三）同角的三角函数关系

由三角函数的定义，得：

（1）倒数关系

$\sin\alpha\csc\alpha=1$；$\cos\alpha\sec\alpha=1$；$\tan\alpha\cot\alpha=1$。

（2）商数关系

$\tan\alpha=\sin\alpha/\cos\alpha$；$\cot\alpha=\cos\alpha/\sin\alpha$。

（3）平方关系

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$；$1+\tan^2\alpha=\sec^2\alpha$；$1+\cot^2\alpha=\csc^2\alpha$。

当 α 角的取值使关系式两边都为有意义的任意值时，上述三种关系成立，因此，它们也叫作同角三角函数的基本恒等式。

二、三角函数的图像和性质

（一）正弦函数 $y=\sin x$ 的图像和性质

1. 正弦函数的图像

由于 $\sin(2k\pi+x)=\sin x$，根据函数的周期性定义知，正弦函数是周期函数，而且周期 $T=2\pi$。首先用描点法作出正弦函数 $y=\sin x$ 在区间 $[0, 2\pi]$ 上的图像，如图 1 - 3 所示。根据正弦函数的周期性，把 $[0, 2\pi]$ 上的图像沿着 x 轴向左和向右每隔 2π 个单位平移一次，就得到正弦函数 $y=\sin x$ 在定义域 $(-\infty, +\infty)$ 内的图像，如图 1 - 4 所示。正弦函数的图像叫正弦曲线。

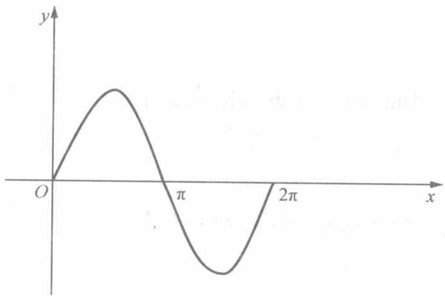

图 1 - 3　正弦函数在区间 [0，2π] 上的图像

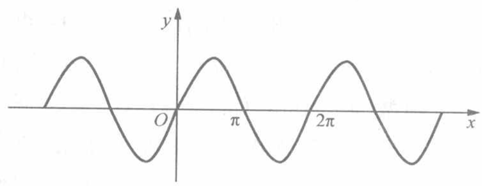

图 1 - 4　正弦曲线

2. 正弦函数的性质

（1）定义域：$(-\infty, +\infty)$。

（2）值域：因为 $|\sin x|\leqslant 1$，因此正弦函数 $y=\sin x$ 是有界函数。当 $x=2k\pi+\pi/2\ (k\in Z)$ 时，$y=\sin x=1$，这时正弦曲线达到最高点，即函数取得最大值；当 $x=2k\pi+3\pi/2\ (k\in Z)$ 时，$y=\sin x=-1$，正弦曲线达到最低点，函数取得最小值。

（3）周期性：正弦函数是周期函数，且 $T=2\pi$。

（4）奇偶性：正弦曲线是关于原点对称的，因此 $y=\sin x$ 是奇函数。

（5）单调性：$y=\sin x$ 在区间 $[2k\pi-\pi/2, 2k\pi+\pi/2]$ 上单调增加，在区间 $[2k\pi+\pi/2, 2k\pi+3\pi/2]$ 上单调减少，其中 $k\in Z$。

（6）有界性：$-1\leqslant\sin x\leqslant 1$。

3. “五点法”作图

在 $[0, 2\pi]$ 的一个周期性内，点 $(0, 0)$，$(\pi/2, 1)$，$(\pi, 0)$，$(3\pi/2, -1)$，$(2\pi, 0)$ 是确定函数大致形状的五个关键点，用这五个点作图像，称为“五点法”。

（二）正弦形函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像和性质

1. 函数 $y=A\sin x$（$A>0$）的图像

一般函数 $y=A\sin x$（$A>0$）的定义域是 R，周期为 2π，把 $y=\sin x$ 图像上所有点的纵坐标伸长（当 $A>1$ 时）或缩短（当 $0<A<1$ 时）到原来的 A 倍（横坐标不变），就可以得到 $y=A\sin x$ 的图像，其中 A 叫作函数的振幅。

2. 函数 $y=\sin\omega x$（$\omega>0$）的图像

一般函数 $y=\sin\omega x$（$\omega>0$）的定义域是 R，把 $y=\sin x$ 的图像上所有点的横坐标伸长（当 $0<\omega<1$ 时）或缩短（当 $\omega>1$ 时）到原来的 $1/\omega$ 倍（纵坐标不变），就可以得到 $y=\sin\omega x$（$\omega>0$）的图像。

其中：ω 叫角频率，它的周期是 $T=2\pi/\omega$；振幅 $A=1$。把周期的倒数叫频率，用 f 表示，$f=\omega/2\pi$。

3. 函数 $y=\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像

一般函数 $y=\sin(\omega x+\varphi)$ 的定义域是 R，将函数 $y=\sin\omega x$ 的图像沿着 x 轴向左（当 $\varphi>0°$时）或向右（当 $\varphi<0°$时）平移 $|\varphi|$ 个单位而得到 $y=\sin(\omega x+\varphi)$（$\omega>0$）的图像。其中，φ 叫作初相角，振幅 $A=1$，角频率 $\omega=1$。

4. $y=A\sin\omega x$（$\omega>0$）三要素

正弦函数三要素为：A，即振幅；ω，即角频率；φ，即初相角。

其中：A 影响曲线的高度（纵向拉伸）；ω 影响曲线的周期（横向拉伸）；φ 沿着 x 轴方向将图像平移（左右平移）。上述三要素的影响都以 $y=\sin x$ 为参照。

5. 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$（$\omega>0$）的图像

用“五点法”作图，要确定图像的起点、终点和线段的四等分点（共五点）。

函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$（$\omega>0$）的图像，称为正弦波。

三、两角和、差的正弦与正切

1. 两角和与差的正弦、余弦

（1）$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

（2）$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

（3）$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

（4）$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

2. 两角和与差的正切

（1）$\tan(\alpha+\beta)=(\tan\alpha+\tan\beta)/(1-\tan\alpha\tan\beta)$

（2）$\tan(\alpha-\beta)=(\tan\alpha-\tan\beta)/(1+\tan\alpha\tan\beta)$

3. 二倍角公式

（1）$\sin2\alpha=2\sin\alpha$

（2）$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

（3）$\tan2\alpha=2\tan\alpha/(1-\tan^2\alpha)$

四、反三角函数

(一) 反正弦函数

1. 定义

正弦函数 $y=\sin x$ 在区间 $[-\pi/2, \pi/2]$ 上的反函数叫作反正弦函数，记作：$x=\arcsin y$，习惯上仍表示为 $y=\arcsin x$。其中 y（即 $\arcsin x$）表示角，而 x 是这个角的正弦函数值，所以反正弦函数的定义域是 $[-1, 1]$，值域是 $[-\pi/2, \pi/2]$，并且有 $\sin(\arcsin x)=x$，$x\in[-1, 1]$。

2. 反正弦函数的图像

由互为反函数的函数图像间关系（关于直线 $y=x$ 对称）可得反正弦函数的图像。

3. 性质

(1) 反正弦函数 $y=\arcsin x$ 在 $[-1, 1]$ 内是单调增函数。

(2) 反正弦函数是奇函数，即 $\arcsin(-x)=-\arcsin x$，$x\in[-1, 1]$。

(二) 反正切函数

正切函数 $y=\tan x$ 在开区间 $(-\pi/2, \pi/2)$ 内的反函数叫作反正切函数。记作：$y=\arctan x$，$x\in(-\infty, +\infty)$，$y\in(-\pi/2, \pi/2)$。与反正弦函数类似，反正切函数也有两个公式，即 $\tan(\arctan x)=x$，$\arctan(-x)=-\arctan x$，$x\in(-\infty, +\infty)$。

五、复数的概念

在 16 世纪，由于解方程的需要，如 $x^2+1=0$ 在实数范围内无解，人们将实数的范围进行了扩充，引进了复数的概念。

1. 虚数单位

把 i 叫虚数单位，规定：

(1) $i^2=-1$。

(2) i 可以和实数一起进行四则运算。

如果 n 为整数，那么：

$$i^{4n}=1, i^{4n+1}=i, i^{4n+2}=-1, i^{4n+3}=-i$$

这种性质，通常叫作 i 的乘幂周期性。

2. 纯虚数

虚数单位 i 乘以一个非零实数 b，即 bi 叫作纯虚数。

3. 虚数

纯虚数 bi 加一个实数 a，即 $a+bi$ 叫虚数。纯虚数也是虚数。

4. 复数

定义　形如 $a+bi$ 的数叫复数，其中 a、b 都是实数，a 叫复数的实部，b 叫虚部。显然，如果 $b=0$，那么复数就是实数 a，即复数包含所有的实数；如果 $b\neq0$，那么复数就是虚数，即复数也包含所有的虚数。于是有：

$$\text{复数}\ (a+bi)\begin{cases}\text{实数}\ (b=0)\\ \text{虚数}\ (b\neq0)\text{，纯虚数}\ (a=0)\end{cases}$$

复数一般用 Z 表示，$Z=a+bi$。

5. 复数的几何表示法

(1) 用复平面内的点表示。坐标系的横轴为实轴，单位为 1；不包括原点的纵轴为虚

轴，单位为i。由这个坐标系决定的平面上的每一个点表示一个复数

$$Z=a+b\mathrm{i}\Leftrightarrow M(a,b)$$

该平面叫复平面，这个坐标系叫作复平面直角坐标系，如图1-5所示。

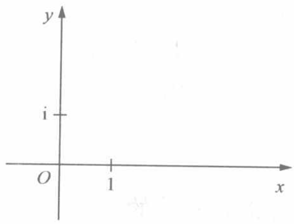

图1-5 复平面直角坐标系

在复平面直角坐标系中：所有的实数在实轴上，所有的纯虚数在虚轴上，而其他的点所表示的都是虚数。由此可知，对于复数来讲，实数仅仅是其中非常少的一部分。

（2）用向量表示。在复平面内，连接坐标原点O和点$M(a,b)$，可以得到起点在原点的向量$\overrightarrow{OM}$。$\overrightarrow{OM}$由终点$M(a,b)$唯一确定。

这样，复数$Z=a+b\mathrm{i}\Leftrightarrow M(a,b)\Leftrightarrow\overrightarrow{OM}$之间就建立起一一对应关系。

1）模：向量$\overrightarrow{OM}$的长度叫复数$Z=a+b\mathrm{i}$的模，记$r=|Z|=|a+b\mathrm{i}|=\sqrt{a^2+b^2}$。

2）幅角：由x轴的正半轴绕原点按逆时针方向旋转至与向量$\overrightarrow{OM}$重合所成的角，用θ表示，$\tan\theta=\dfrac{b}{a}$。θ所在的象限由点$M(a,b)$所在象限来确定。

3）幅角的主值：适合于$0\leqslant\theta<2\pi$的幅角θ的值，称幅角的主值。

特殊地，实数0对应的向量叫零向量$\vec{0}$，它的模是0，幅角是任意的。

6. 复数相等的条件

如果两个复数相等，则它们的实部与实部相等，虚部与虚部相等。

注意：两个复数中只要有一个不是实数，就不能比较大小。

7. 共轭复数

设复数$Z=a+b\mathrm{i}$，把$\overline{Z}=a-b\mathrm{i}$叫作$Z=a+b\mathrm{i}$的共轭复数。

比较$Z=a+b\mathrm{i}$与$\overline{Z}=a-b\mathrm{i}$可知：它们的实部相等，虚部互为相反数。

复平面内表示两个互为共轭复数的点是关于实轴对称的。

六、复数的运算

（一）复数的四则运算

1. 复数的代数形式

把$Z=a+b\mathrm{i}$叫作复数的代数形式。

2. 代数形式的加减法法则

如果$Z_1=a_1+b_1\mathrm{i}$，$Z_2=a_2+b_2\mathrm{i}$，那么

$$Z_1+Z_2=(a_1+a_2)+(b_1+b_2)\mathrm{i};Z_1-Z_2=(a_1-a_2)+(b_1-b_2)\mathrm{i}$$

即两个复数相加减等于实部和实部相加减，虚部和虚部相加减。

结论：两个共轭复数的和必是实数，两个共轭复数的差是纯虚数或零。

复数的加法满足交换律和结合律，即

（1）交换律：$Z_1+Z_2=Z_2+Z_1$。

（2）结合律：$(Z_1+Z_2)+Z_3=Z_1+(Z_2+Z_3)$。

3. 向量的加法

设向量$\overrightarrow{OM}$表示复数$Z_1=a+b\mathrm{i}$，向量$\overrightarrow{ON}$表示复数$Z_2=c+d\mathrm{i}$，则以$\overrightarrow{OM}$、$\overrightarrow{ON}$为邻边的

平行四边形的对角线$\overrightarrow{OP}$表示向量$\overrightarrow{OM}$与$\overrightarrow{ON}$之和。

这个法则叫向量加法的平行四边形法则，$\overrightarrow{OP}$表示复数$Z_1+Z_2=(a+c)+(b+d)\mathrm{i}$，如图 1－6 所示。

4. 向量的减法

两向量的差，就是把两个向量的终点连接起来，方向指向被减向量而得到的向量。如图 1－7 所示。

$$\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{ON}-\overrightarrow{OM}=(c-a)+(d-b)\mathrm{i}$$

这个法则叫向量加法的三角形法则，$\overrightarrow{OQ}$表示复数$(c-a)+(d-b)\mathrm{i}$。

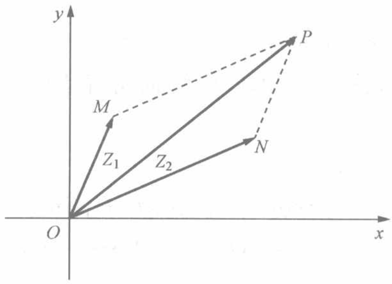

图 1－6　向量的加法

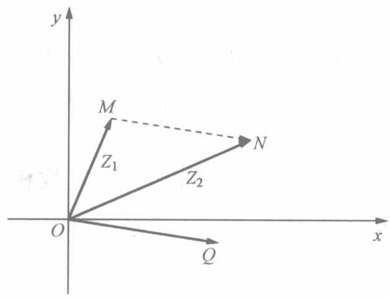

图 1－7　向量的减法

5. 复数的乘法和除法

(1) 乘法。两个复数相乘，按照多项式相乘的法则来进行，在结果中把 i^2 换成-1，并将实部和虚部合并。

$$(a+b\mathrm{i})(c+d\mathrm{i})=(ac-bd)+(ad+bc)\mathrm{i}$$

复数的乘法满足：

1）交换律：$Z_1\cdot Z_2=Z_2\cdot Z_1$。

2）结合律：$(Z_1\cdot Z_2)\cdot Z_3=Z_1\cdot(Z_2\cdot Z_3)$。

3）分配律：$Z_1\cdot(Z_2+Z_3)=Z_1\cdot Z_2+Z_1\cdot Z_3$。

(2) 除法。设 $Z_1=a+b\mathrm{i}$，$Z_2=c+d\mathrm{i}\neq0$，那么：

$$Z_1\div Z_2=\frac{Z_1}{Z_2}=\frac{a+b\mathrm{i}}{c+d\mathrm{i}}=\frac{(a+b\mathrm{i})(c-d\mathrm{i})}{(c+d\mathrm{i})(c-d\mathrm{i})}$$
$$=\frac{(ac+bd)+(bc-ad)\mathrm{i}}{c^2+d^2}=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{(bc-ad)\mathrm{i}}{c^2+d^2}$$

(二) 复数的三角形式

复数 $Z=a+b\mathrm{i}$ 用向量$\overrightarrow{OM}$表示后，有 $|Z|=r=\sqrt{a^2+b^2}$，$\tan\theta=\dfrac{b}{a}$。其中：$a=r\cos\theta$，$b=r\sin\theta$。

因此有 $Z=a+b\mathrm{i}=r(\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta)$。把 $Z=r(\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta)$ 叫作复数的三角形式，幅角 θ 所在的象限就是点 $M(a,b)$ 所在的象限。

(三) 复数的极坐标形式

由复数的三角形式知，复数 $Z=r(\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta)$ 有确定的模 r 和幅角 θ，则复数还可记作 $r\angle\theta$，叫作复数的极坐标形式，可理解成复数三角形式的简单记法。

指数式：$r\angle\theta$ 还可记作 $z=re^{i\theta}$

两个共轭复数的模相等，辐角互为相反数。

（四）复数三角形式的乘除运算

1. 复数三角形式的乘法

设复数 $Z_1=r_1(\cos\theta_1+\mathrm{j}\sin\theta_1)$，$Z_2=r_2(\cos\theta_2+\mathrm{j}\sin\theta_2)$，则

$$\begin{aligned}Z_1\cdot Z_2&=r_1(\cos\theta_1+\mathrm{j}\sin\theta_1)\cdot r_2(\cos\theta_2+\mathrm{j}\sin\theta_2)\\&=r_1r_2[(\cos\theta_1\cos\theta_2-\sin\theta_1\sin\theta_2)+\mathrm{j}(\sin\theta_1\cos\theta_2+\cos\theta_1\sin\theta_2)]\\&=r_1r_2[\cos(\theta_1+\theta_2)+\mathrm{j}\sin(\theta_1+\theta_2)]\end{aligned}$$

即

$$r_1(\cos\theta_1+\mathrm{j}\sin\theta_1)\cdot r_2(\cos\theta_2+\mathrm{j}\sin\theta_2)=r_1r_2[\cos(\theta_1+\theta_2)+\mathrm{j}\sin(\theta_1+\theta_2)]$$

这就是说，两个复数相乘，积的模等于两个复数的模之积，积的辐角等于两个复数的辐角之和。

上述结论，可以推广到有限个复数相乘的情况。即

$$\begin{aligned}Z_1\cdot Z_2\cdots Z_n&=r_1(\cos\theta_1+\mathrm{j}\sin\theta_1)\cdot r_2(\cos\theta_2+\mathrm{j}\sin\theta_2)\cdots r_n(\cos\theta_n+\mathrm{j}\sin\theta_n)\\&=r_1r_2\cdots r_n[\cos(\theta_1+\theta_2+\cdots+\theta_n)+\mathrm{j}\sin(\theta_1+\theta_2+\cdots+\theta_n)]\end{aligned}$$

特别地，如果 $Z_1=Z_2=\cdots=Z_n=Z$，则 $r_1=r_2=\cdots=r_n=r$，$\theta_1=\theta_2=\cdots=\theta_n=\theta$，于是

$$Z^n=[r(\cos\theta+\mathrm{j}\sin\theta)]^n=r^n(\cos n\theta+\mathrm{j}\sin n\theta)$$

这就是说，复数的 n 次幂的模等于这个复数的模的 n 次幂，辐角等于这个复数的辐角的 n 倍。这个定理称为棣莫佛定理。

注意：各种形式复数的运算结果，一般都用代数式表示；如果题目指明不用代数式表示运算结果，那么要按照要求去做，但最后的辐角都要用主辐角表示。

2. 复数的三角形式的除法

设复数 $Z_1=r_1(\cos\theta_1+\mathrm{j}\sin\theta_1)$，$Z_2=r_2(\cos\theta_2+\mathrm{j}\sin\theta_2)\neq0$，则

$$\begin{aligned}\frac{Z_1}{Z_2}&=\frac{r_1(\cos\theta_1+\mathrm{j}\sin\theta_1)}{r_2(\cos\theta_2+\mathrm{j}\sin\theta_2)}=\frac{r_1}{r_2}\cdot\frac{(\cos\theta_1+\mathrm{j}\sin\theta_1)(\cos\theta_2-\mathrm{j}\sin\theta_2)}{(\cos\theta_2+\mathrm{j}\sin\theta_2)(\cos\theta_2-\mathrm{j}\sin\theta_2)}\\&=\frac{r_1}{r_2}\cdot\frac{1}{\cos^2\theta_2+\sin^2\theta_2}[(\cos\theta_1\cos\theta_2+\sin\theta_1\sin\theta_2)+\mathrm{j}(\sin\theta_1\cos\theta_2-\cos\theta_1\sin\theta_2)]\\&=\frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1-\theta_2)+\mathrm{j}\sin(\theta_1-\theta_2)]\end{aligned}$$

即

$$\frac{Z_1}{Z_2}=\frac{r_1(\cos\theta_1+\mathrm{j}\sin\theta_1)}{r_2(\cos\theta_2+\mathrm{j}\sin\theta_2)}=\frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1-\theta_2)+\mathrm{j}\sin(\theta_1-\theta_2)]$$

这就是说，两个复数相除，商的模等于被除数的模除以除数的模，商的辐角等于被除数的辐角减去除数的辐角。

（五）复数极坐标形式的乘除运算

1. 乘法

设复数 $Z_1=r_1\angle\theta_1$，$Z_2=r_2\angle\theta_2$，则

$$\begin{aligned}Z_1\cdot Z_2&=r_1\angle\theta_1\cdot r_2\angle\theta_2=r_1(\cos\theta_1+\mathrm{i}\sin\theta_1)\cdot r_2(\cos\theta_2+\mathrm{i}\sin\theta_2)\\&=r_1r_2[\cos(\theta_1+\theta_2)+\mathrm{i}\sin(\theta_1+\theta_2)]=r_1r_2\angle(\theta_1+\theta_2)\end{aligned}$$