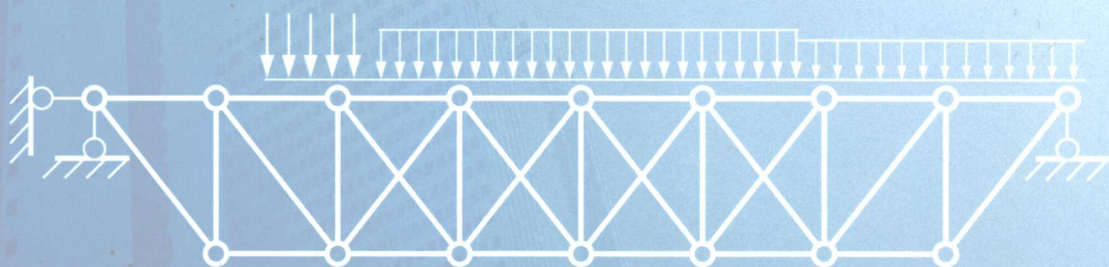


高等职业技术教育试用教材

建筑力学

(下册)

主编 郭英斗 主审 苏显文



西南交通大学出版社

高等院校建筑类相关专业教材

建筑力学

（第2版）
主编 李国英 副主编 王 强 王 磊

建筑力学

机械工业出版社

TU311
1005-2

高等专科学校教育试用教材

建 筑 力 学

(下册)

主编 郭英斗

主审 苏显文

西南交通大学出版社
· 成 都 ·

内 容 简 介

下册主要研究组合变形的强度计算、静定结构的变形计算及刚度校核、超静定结构内力的分析方法（力法、位移法、力矩分配法），以及利用影响线计算在移动荷载作用下静定结构的内力。

图书在版编目（CIP）数据

建筑力学. 下 / 郭英斗主编. —成都：西南交通大学出版社，2003.11
高等职业技术教育试用教材
ISBN 7-81057-744-1

I. 建... II. 郭... III. 建筑力学 - 高等学校：技术学校 - 教材 IV. TU311

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 059250 号

建 筑 力 学 （下册）

主编 郭英斗

*

责任编辑 王旻

封面设计 肖勤

西南交通大学出版社出版发行

（成都二环路北一段 111 号 邮政编码：610031 发行部电话：87600564）

<http://press.swjtu.edu.cn>

E-mail: cbsxx@swjtu.edu.cn

四川森林印务有限责任公司印刷

*

开本：787 mm × 1092 mm 1/16 印张：9.75

字数：232 千字 印数：1—4000 册

2003 年 11 月第 1 版 2003 年 11 月第 1 次印刷

ISBN 7-81057-744-1/TU · 313

定价：13.00 元

前 言

本教材是根据新编写并修订的《铁路高等职业教育建筑力学课程教学大纲》编写的，适用于土建类专业及相近专业（如铁道工程、工业与民用建筑工程、桥梁与隧道工程、给水与排水工程等）的教学用书。

该书在编写过程中，多方面吸取了力学教学改革和教材建设的经验，打破了传统的按照《静力学》、《材料力学》、《结构力学》进行体系划分的格局，而将三门力学知识进行了有机的融合，既保证了力学理论体系的完整性，明确了集中训练的目的，便于学生对内容的理解和掌握，同时又避免了不必要的重复，以期在有限的课时内达到较理想的教学效果。

参加教材编写的人员有：郭英斗（包头铁路工程学校，第一、十一、十二章、附录）、苏显文（陕西铁路工程职业技术学院，第十、十三、十四章）、刘淑宏（齐齐哈尔铁路工程学校，第二、三章）、蔺学明（成都铁路工程学校，第四、五章）、马晓倩（天津铁路工程学校，第六、七章）、朱耀淮（衡阳铁路工程学校，第八、九章）。全书由郭英斗主编，苏显文主审。

为方便学生学习，还编写了与该教材配套的练习题册，具体分工如下：雷桂珍（陕西铁路工程职业技术学院，第十、十三、十四章）、杨树宇（包头铁路工程学校，第一、十一、十二章）、刘淑宏（第二、三章）、蔺学明（第四、五章）、马晓倩（第六、七章）、汤池（衡阳铁路工程学校，第八、九章）。练习题册由雷桂珍主编，杨树宇主审。

教材和练习题册中所有插图全部由杨树宇用计算机绘制。

本书在编写过程中，得到了铁路兄弟学校领导和诸多同仁的大力支持，在此谨表谢意！

由于时间仓促，加上编者水平的限制，教材和练习题册中不可避免地存在着不足和疏漏，欢迎在使用时提出宝贵意见，以便于进一步的修订。

编 者

2003.5

目 录

第十章 组合变形杆件的强度计算	1
第一节 概述	1
第二节 斜弯曲	2
第三节 拉伸（压缩）与弯曲组合变形的强度计算	7
*第四节 弯曲和扭转组合变形的强度计算	16
第十一章 结构位移计算及刚度校核	20
第一节 变形与位移的概念	20
第二节 杆件的变形和位移	20
第三节 梁的位移与刚度校核	27
第四节 梁的合理截面	37
第五节 静定结构的位移	39
第六节 荷载作用下静定结构的位移计算	45
第七节 其他因素引起的结构位移	54
第八节 弹性结构的互等定理	58
第十二章 超静定结构分析	62
第一节 超静定结构的概念	62
第二节 力法原理	63
第三节 力法计算超静定梁和刚架	68
第四节 力法计算超静定平面桁架	74
第五节 结构对称性的利用	76
第六节 位移法	85
第七节 位移法计算超静定梁和刚架	90
第八节 力矩分配法	99
第九节 力矩分配法计算连续梁和无侧移刚架	102
*第十节 超静定结构的位移计算	109
第十一节 超静定结构特性	110
第十三章 移动荷载作用下静定梁的计算	111
第一节 影响线的概念	111
第二节 单跨静定梁的影响线	112
第三节 最不利荷载位置	122
第四节 简支梁的绝对最大弯矩	129

*第五节 标准荷载与换算荷载	132
第十四章 梁的极限荷载	140
第一节 基本概念	140
第二节 极限荷载的计算	145
参考文献	151

第十章 组合变形杆件的强度计算

第一节 概 述

一、组合变形概念

前面已经分别介绍了杆件产生轴向拉伸（压缩）、剪切、扭转及弯曲等基本变形时的强度和刚度计算。但在实际工程中，杆件的受力情况是比较复杂的，许多杆件受力后的变形不仅仅是某一种单一的基本变形，往往是两种或两种以上基本变形形式的组合。例如，图 10.1（a）所示屋架上檩条承受的屋面荷载并不作用在其纵向对称面内，因此，檩条由屋面荷载引起的弯曲并不是平面弯曲，而是由相互垂直的两个纵向对称面内的平面弯曲组合而成的另一种弯曲变形，称为斜弯曲。又如图 10.1（b）所示的桥墩，除桥面荷载、自重引起的轴向压缩变形外，还有因水平方向的风力、列车制动力引起的弯曲变形。再如图 10.1（c）所示的挡土墙，基础截面也产生压缩变形和弯曲变形。上述这些杆件在荷载作用下，同时产生两种或两种以上基本变形形式的情况，称为组合变形。

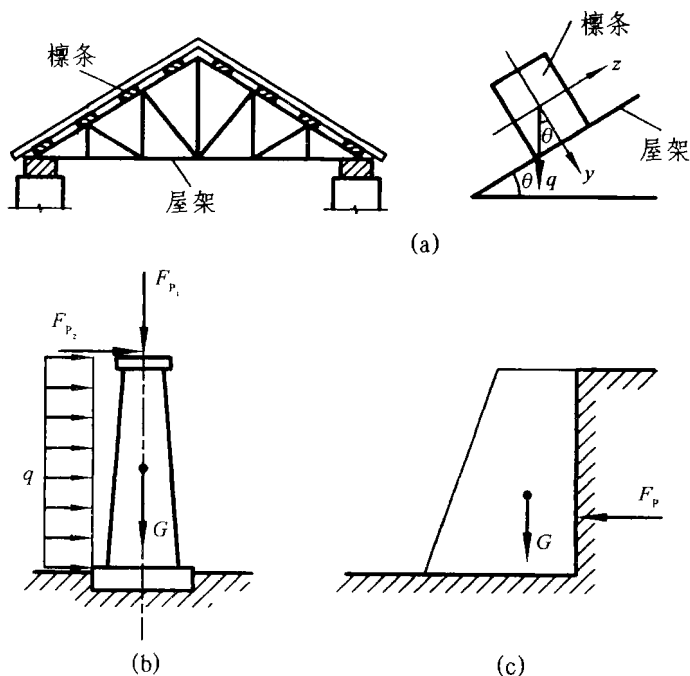


图 10.1

组合变形的种类很多，本章主要研究下列几种工程中最常见的组合变形：

- (1) 斜弯曲；
- (2) 拉伸（压缩）与弯曲的组合；
- (3) 偏心压缩。

二、组合变形杆件的强度计算方法

计算组合变形问题是根据叠加原理进行的，即在材料服从虎克定律和小变形条件下，认为杆件在任意荷载作用下同时产生的几种基本变形是各自独立的。因此，分析杆件组合变形的的方法是：

(1) 将作用在杆件上的荷载分解或简化为几个静力等效的荷载，使这几个静力等效的荷载各自对应一种基本变形，分别计算杆件在每一种基本变形形式下的应力；

(2) 同截面同一点处的同种应力叠加；

(3) 判断危险截面和危险点；

(4) 分析杆件危险点的应力状态，选用适当的强度条件进行强度验算。当危险点处于单向应力状态时，可进行应力的代数值叠加，用单向应力状态下的强度条件验算；危险点处于复杂应力状态时，则根据强度失效判别准则建立强度条件验算。

第二节 斜 弯 曲

一、斜弯曲杆件横截面上的应力

第八章讨论了梁的平面弯曲问题。梁发生平面弯曲的特点是：外荷载作用在梁的纵向对称面内，梁变形后的轴线仍位于此纵向对称面内，且荷载作用面与梁的中性轴垂直，如图 10.2 (a) 所示。如果外荷载不作用在梁的纵向对称面内，如图 10.2 (b)，或者外荷载通过弯曲中心，但与截面形心主轴所在的平面不平行，如图 10.2 (c) 所示。在这些情况下，变形后梁的轴线所在平面与外荷载作用平面不重合，这种弯曲称为斜弯曲。

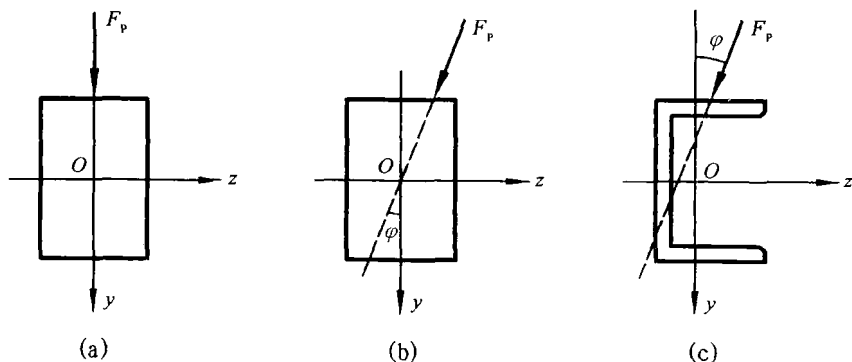


图 10.2

下面以矩形截面悬臂梁为例，讨论梁发生斜弯曲时横截面上的应力。

设矩形截面的形心主轴分别为 y 轴和 z 轴，作用于梁自由端的外荷载 F_P 通过截面形心，且与形心主轴 y 的夹角为 φ ，如图 10.3 (a)。

1. 荷载分解

将荷载 F_P 沿 y 轴和 z 轴分解，得

$$F_{Py} = F_P \cos \varphi, \quad F_{Pz} = F_P \sin \varphi$$

F_{Py} 使梁在垂直平面 (xOy) 内发生平面弯曲；而 F_{Pz} 则使梁在水平对称面 (xOz) 内发生平面弯曲。这样，斜弯曲就可以看做是两个互相垂直平面内的平面弯曲的组合。

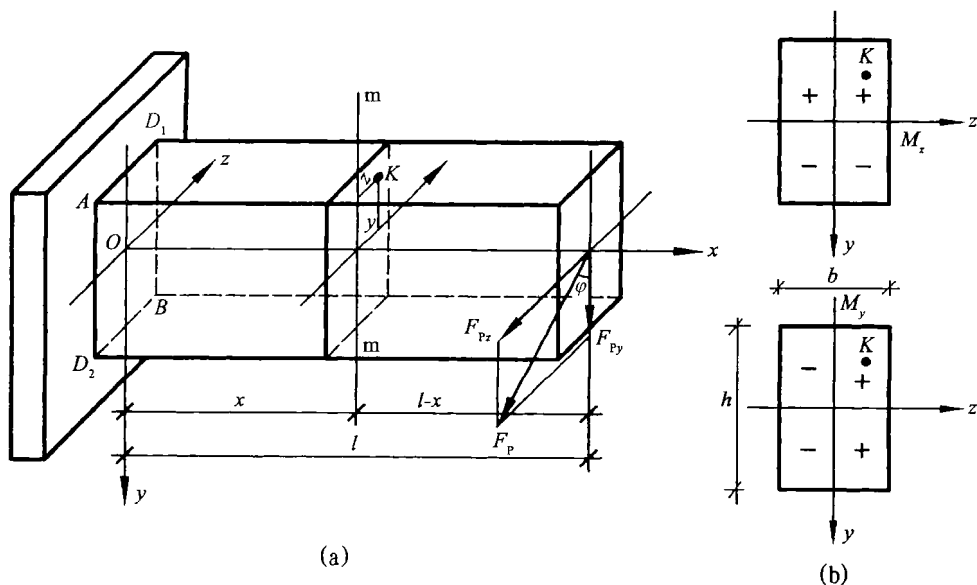


图 10.3

2. 内力分析

和平面弯曲一样，斜弯曲时梁横截面上存在剪力和弯矩两种内力。但在一般情况下，斜弯曲梁的强度是由弯矩引起的最大正应力来控制的。因此，在内力分析时通常只考虑弯矩。在距自由端为 x 的横截面上，两个荷载的分量 F_{Py} 和 F_{Pz} 单独作用时引起的弯矩绝对值分别为

$$M_z = F_{Py} (l - x) = F_P (l - x) \cos \varphi = M \cos \varphi$$

$$M_y = F_{Pz} (l - x) = F_P (l - x) \sin \varphi = M \sin \varphi$$

式中， $M = F_P (l - x)$ 是集中荷载 F_P 引起的距自由端为 $(l - x)$ 的横截面上的弯矩。

3. 正应力计算

在 m - m 截面上任意点 $K(y, z)$ 处，由弯矩 M_z 和 M_y 引起的正应力为

$$\sigma' = \frac{M_z}{I_z} y$$

$$\sigma'' = \frac{M_y}{I_y} z$$

式中, I_z 、 I_y ——横截面对 z 轴和 y 轴的面积二次矩。

根据叠加原理, 计算 σ' 和 σ'' 的代数和, 可得出 K 点的正应力为

$$\begin{aligned}\sigma &= \sigma' + \sigma'' = \frac{M_z}{I_z} y + \frac{M_y}{I_y} z \\ &= \frac{F_P(l-x)\cos\varphi}{I_z} y + \frac{F_P(l-x)\sin\varphi}{I_y} z\end{aligned}\quad (10.1)$$

对于每一个具体的点, σ' 和 σ'' 的正负号可根据两个平面弯曲的变形情况来确定。如图 10.3 (b) 中由 M_z 和 M_y 引起的 K 点处的正应力均为拉应力, 故 σ' 和 σ'' 均为正值。

4. 中性轴的位置

由于横截面上最大正应力是发生在距中性轴最远的点处, 所以想求最大正应力, 首先需要确定中性轴的位置。而中性轴上各点的正应力均为零, 若用 y_0 、 z_0 表示中性轴上任一点的坐标, 代入式 (10.1) 应力计算公式有

$$\sigma = \frac{F_P(l-x)\cos\varphi}{I_z} y_0 + \frac{F_P(l-x)\sin\varphi}{I_y} z_0$$

因为 $M = F_P(l-x) \neq 0$, 于是可得中性轴方程为

$$\frac{\cos\varphi}{I_z} y_0 + \frac{\sin\varphi}{I_y} z_0 = 0$$

可以看出中性轴是通过截面形心 ($y_0 = 0$, $z_0 = 0$) 的一条直线, 如图 10.4 所示。同时, 由上式可知, y_0 和 z_0 的符号相反, 所以中性轴必然穿过与荷载作用面相邻的第二和第四象限。设中性轴与 z 轴间的夹角为 α , 则

$$\tan\alpha = \left| \frac{y_0}{z_0} \right| = \frac{I_y}{I_z} \tan\varphi \quad (10.2)$$

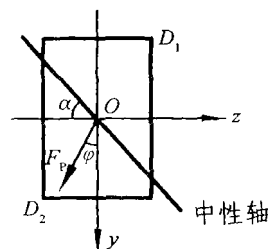


图 10.4

上式表明: (1) 中性轴的位置与荷载的数值无关, 只取决于荷载 F_P 的作用线与 y 轴的夹角 φ 及截面的形状和尺寸; (2) 对于 $I_y \neq I_z$ 的截面, 有 $\alpha \neq \varphi$, 即中性轴与外荷载 F_P 的作用线不垂直, 这一点和平面弯曲是不同的, 是斜弯曲的一大特点; (3) 对于 $I_y = I_z$ 的截面, 有 $\alpha = \varphi$, 即中性轴与外荷载 F_P 的作用线垂直, 梁发生平面弯曲。可见, 对于圆形或正方形截面的梁, 无论外荷载作用在哪个平面内, 都只能引起梁的平面弯曲, 而不会发生斜弯曲。

二、斜弯曲杆件的强度计算

进行强度计算时, 首先需要确定危险截面和危险点的位置, 然后计算出危险点处的应力。对于图 10.3 (a) 所示的等截面悬臂梁, 由式 (10.1) 可知, 当 $x = 0$ 时, 弯矩 M_z 和 M_y

同时达到最大值，因此梁的固定端截面就是危险截面。该截面的弯矩分别为

$$M_{z\max} = F_{Py}l = F_P l \cos \varphi, \quad M_{y\max} = F_{Pz}l = F_P l \sin \varphi$$

在 $M_{z\max}$ 作用下，最大拉应力发生在固定端截面上边缘处，最大压应力发生在下边缘处；在 $M_{y\max}$ 作用下，最大拉应力发生在固定端截面后边缘处，最大压应力发生在前边缘处。所以在 $M_{z\max}$ 和 $M_{y\max}$ 共同作用下梁的最大拉应力发生在 D_1 点，最大压应力发生在 D_2 点。 D_1 、 D_2 两点就是该梁的危险点。

1. 强度条件

因为危险点处于单向应力状态，所以，限制危险点处的正应力不超过材料的许用应力 $[\sigma]$ ，就是斜弯曲梁的强度条件。即

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{M_{z\max} y_{\max}}{I_z} + \frac{M_{y\max} z_{\max}}{I_y} \\ &= \frac{M_{z\max}}{W_z} + \frac{M_{y\max}}{W_y} \leq [\sigma] \end{aligned} \quad (10.3)$$

式中， $W_z = \frac{I_z}{y_{\max}}$ ， $W_y = \frac{I_y}{z_{\max}}$

2. 强度计算

根据这一强度条件，可进行梁的强度校核、截面尺寸设计和确定许用荷载。但在设计截面时，要遇到 W_z 和 W_y 两个未知量。为计算方便，将式 (10.3) 改写为

$$\sigma_{\max} = \frac{1}{W_z} \left(M_{z\max} + \frac{W_z}{W_y} M_{y\max} \right) \leq [\sigma] \quad (10.4)$$

设计计算时，通常先假设一个 W_z/W_y 的比值，代入式 (10.4) 中计算出梁所需的 W_z 值，初步确定截面的形状和尺寸，然后进行强度校核。若 $\sigma_{\max}$ 与 $[\sigma]$ 相差较大，则需根据 $\sigma_{\max}$ 与 $[\sigma]$ 的比较，重选一个较大（或较小）的截面再进行校核，直至 $\sigma_{\max}$ 与 $[\sigma]$ 接近并满足强度条件。对于矩形截面， $W_z/W_y = h/b = 1.2 \sim 2$ ；对于工字形截面取 $W_z/W_y = 8 \sim 10$ ；对于槽形截面取 $W_z/W_y = 6 \sim 8$ 。

例 10.1 在图 10.3 (a) 所示的悬臂梁中，若梁的材料为木材，长度 $l=2\text{ m}$ ，截面尺寸 $b=6\text{ cm}$ ， $h=18\text{ cm}$ ， $[\sigma]=10\text{ MPa}$ ，荷载 $F_P=0.5\text{ kN}$ ， $\varphi=30^\circ$ 。试校核该悬臂梁的强度。

解

(1) 荷载分解。将已知集中荷载 F_P 沿 y 轴和 z 轴分解为两个分力 F_{Py} 及 F_{Pz} ，得

$$F_{Py} = F_P \cos \varphi = 0.5\text{ kN} \times 0.866 = 0.433\text{ kN}$$

$$F_{Pz} = F_P \sin \varphi = 0.5\text{ kN} \times 0.5 = 0.25\text{ kN}$$

F_{Py} 引起平面弯曲，其中性轴为 z 轴； F_{Pz} 也引起平面弯曲，中性轴为 y 轴。

(2) 内力计算。 F_{Py} 作用下各截面的弯矩沿梁轴呈线性变化，最大弯矩发生在固定端截面上。 F_{Pz} 作用下梁的最大弯矩也发生在固定端截面上。所以，该梁的固定端截面为危险截面。

面，该截面上的弯矩为

$$M_{z\max} = F_{Py}l = 0.433 \text{ kN} \times 2 \text{ m} = 0.866 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{y\max} = F_{Pz}l = 0.25 \text{ kN} \times 2 \text{ m} = 0.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

(3) 强度校核。计算弯曲截面系数

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{60 \text{ mm} \times 180^2 \text{ mm}^2}{6} = 324 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$W_y = \frac{hb^2}{6} = \frac{180 \text{ mm} \times 60^2 \text{ mm}^2}{6} = 108 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

(4) 根据强度条件进行校核。

$$\begin{aligned}\sigma_{\max} &= \frac{M_{z\max}}{W_z} + \frac{M_{y\max}}{W_y} \\ &= \frac{0.866 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{324 \times 10^3 \text{ mm}^3} + \frac{0.5 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{108 \times 10^3 \text{ mm}^3} \\ &= 7.3 \text{ MPa} < [\sigma] = 10 \text{ MPa}\end{aligned}$$

故该梁满足强度条件。

例 10.2 图 10.1 (a) 所示某屋面檩条，跨度（屋架间距） $l = 4 \text{ m}$ ，两端简支在屋架上，承受由屋面传来的竖向均布荷载，已知 $q = 2 \text{ kN/m}$ ，屋面的倾角 $\theta = 20^\circ$ 。该檩条拟采用矩形截面，取截面的高宽比为 $h : b = 3 : 2$ 。若材料的许用应力 $[\sigma] = 10 \text{ MPa}$ ，试确定该檩条的截面尺寸。

解

(1) 荷载分解。将均布荷载 q 沿截面的两个对称轴 y 、 z 分解，得

$$q_y = q \cos \theta = 2 \times \cos 20^\circ = 2 \text{ kN/m} \times 0.94 = 1.88 \text{ kN/m}$$

$$q_z = q \sin \theta = 2 \times \sin 20^\circ = 2 \text{ kN/m} \times 0.34 = 0.68 \text{ kN/m}$$

(2) 计算内力。在 q_y 、 q_z 单独作用下，檩条将分别产生平面弯曲，各最大弯矩均发生在跨中截面上，其值为

$$M_{z\max} = \frac{q_y l^2}{8} = \frac{1.88 \text{ kN/m} \times 4^2 \text{ m}^2}{8} = 3.76 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{y\max} = \frac{q_z l^2}{8} = \frac{0.68 \text{ kN/m} \times 4^2 \text{ m}^2}{8} = 1.36 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

(3) 确定截面尺寸。根据强度条件式 (10.4)，有

$$\sigma_{\max} = \frac{1}{W_z} \left(M_{z\max} + \frac{W_z}{W_y} M_{y\max} \right) \leq [\sigma]$$

由已知条件不难求出

$$\frac{W_z}{W_y} = \frac{h}{b} = 1.5$$

代入强度条件得

$$W_z \geq \frac{1}{[\sigma]} \left(M_{z \max} + \frac{W_z}{W_y} M_{y \max} \right)$$

$$= \frac{1}{10 \text{ MPa}} (3.76 \times 10^6 + 1.5 \times 1.36 \times 10^6) \text{ N} \cdot \text{mm}$$

又 $W_z = bh^2/6 = b(1.5b)^2/6 = 2.25b^3/6$

因此 $2.25b^3/6 \geq 5.8 \times 10^5 \text{ mm}^3$

解得 $b \geq 116 \text{ mm}$

故选取 $b = 120 \text{ mm}, h = 180 \text{ mm}$

第三节 拉伸（压缩）与弯曲组合变形的强度计算

一、拉伸（压缩）与弯曲组合变形的强度计算

当杆件上同时受到轴向荷载和横向荷载作用时，杆件将产生拉伸（压缩）与弯曲的组合变形。这种情况在实际工程中经常遇到，例如图 10.1（b）所示的桥墩，在桥面荷载、自重以及风荷载、制动力作用下，发生压缩与弯曲的组合变形。对于抗弯刚度较大的杆件，忽略轴向力因弯曲变形引起的弯矩。认为轴向外力仅仅产生拉伸或压缩变形，而横向荷载仅仅产生弯曲变形，两者各自独立，仍应用叠加原理进行强度验算。

图 10.5（a）所示为矩形截面悬臂梁，截面面积为 $A = bh$ ，荷载 F_P 作用在梁的纵向对称面内并通过截面形心，与 x 轴的夹角为 θ 。下面以此例来讨论杆件拉伸（压缩）与弯曲组合变形的应力计算和强度验算。

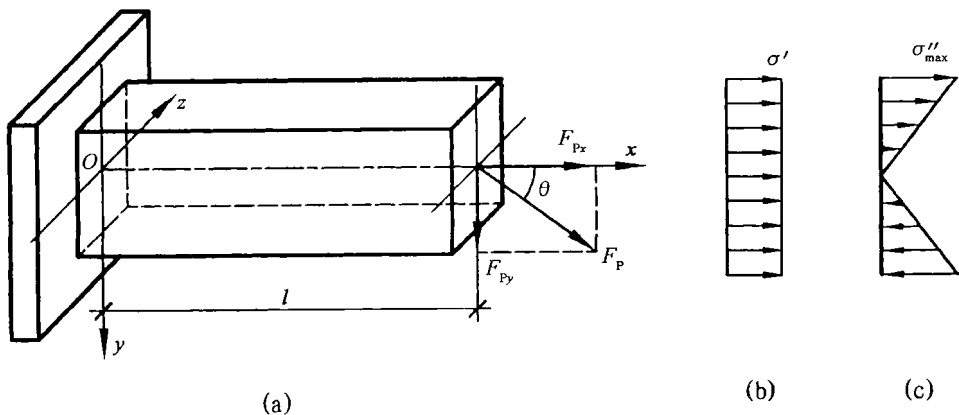


图 10.5

1. 荷载分解

将荷载 F_P 沿 x 轴和 y 轴分解为 F_{Px} 、 F_{Py} ，且有

$$F_{Px} = F_p \cos \theta$$

$$F_{Py} = F_p \sin \theta$$

式中, F_{Px} ——轴向拉力, 产生轴向拉伸;

F_{Py} ——作用在 xOy 平面内, 与轴线 x 垂直, 产生平面弯曲。所以该梁的变形为轴向拉伸与平面弯曲的组合变形。

2. 内力分析

分力 F_{Px} 在任一横截面上产生的轴力是常量, 且容易求得

$$F_N = F_{Px} = F_p \cos \theta$$

横向分力 F_{Py} 使固定端截面产生的弯矩为最大, 且为

$$M_{\max} = F_{Py} l = F_p l \sin \theta$$

由于各截面的轴力 F_N 是常量, 固定端截面的弯矩最大, 因此, 该梁固定端截面是危险截面。

3. 正应力计算

在固定端截面上, 轴力 F_N 产生的拉伸正应力 σ' 及最大弯矩 $M_{\max}$ 产生的弯曲正应力 σ'' 分别为

$$\sigma' = \frac{F_N}{A}, \quad \sigma'' = \frac{M_{\max} y}{I_z}$$

根据叠加原理可求得危险截面上任一点的正应力为

$$\sigma = \sigma' + \sigma'' = \frac{F_N}{A} + \frac{M_{\max} y}{I_z}$$

4. 强度条件

危险截面上 F_N 产生的正应力是均匀分布的, 如图 10.5 (b) 所示。 $M_{\max}$ 产生的正应力沿截面高度呈线性分布, 最大拉应力发生在截面的上边缘处, 最大压应力发生在截面的下边缘处, 应力分布规律如图 10.5 (c) 所示。

分析可知, 拉应力危险点是固定端截面的上边缘各点, 压应力危险点是固定端截面的下边缘各点, 而且为单向应力状态。对于许用拉应力和许用压应力相等的材料, 强度条件为

$$\sigma_{\max} = \frac{F_N}{A} + \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma]$$

若材料的 $[\sigma^+] \neq [\sigma^-]$, 则强度条件为

$$\sigma_{\max}^+ = \frac{F_N}{A} + \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma^+]$$

$$\sigma_{\max}^- = \left| \frac{F_N}{A} - \frac{M_{\max}}{W_z} \right| \leq [\sigma^-]$$

有必要指出：杆件在拉伸（压缩）与横力弯曲组合时，横截面上还有剪力作用。但一般只进行危险点的强度验算，其应力是单向应力状态，与剪力无关；对于一些诸如工字形、T形等型钢截面，确要考虑剪力影响时，则应根据翼缘的实际应力状态按强度理论进行验算。

例 10.3 一桥墩受力如图 10.6 (a) 所示，已知 $F_{P_1}=1900 \text{ kN}$ ， $F_{P_2}=300 \text{ kN}$ ， $G=1800 \text{ kN}$ 。若基础底面为矩形，试求 AC 边及 BD 边处的正应力，并绘出该基础底面的正应力分布规律图。

解

(1) 内力计算。桥墩基础底面的轴力、弯矩分别为

$$F_N = -(F_{P_1} + G) = -(1900 \text{ kN} + 1800 \text{ kN}) = -3700 \text{ kN}$$

$$M_z = F_{P_2} H = 300 \text{ kN} \times 6 \text{ m} = 1800 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

(2) 应力计算。基础底面的面积为

$$A = 8 \text{ m} \times 3.6 \text{ m} = 28.8 \text{ m}^2$$

基础底面的弯曲截面系数为

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{8 \text{ m} \times 3.6^2 \text{ m}^2}{6} = 17.3 \text{ m}^3$$

F_N 、 M_z 产生的应力分别为

$$\sigma' = \frac{F_N}{A} = \frac{-3700 \times 10^3 \text{ N}}{28.8 \times 10^6 \text{ mm}^2} = -0.128 \text{ MPa}$$

$$\sigma'' = \pm \frac{M_z}{W_z} = \pm \frac{1800 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{17.3 \times 10^9 \text{ mm}^3} = \pm 0.104 \text{ MPa}$$

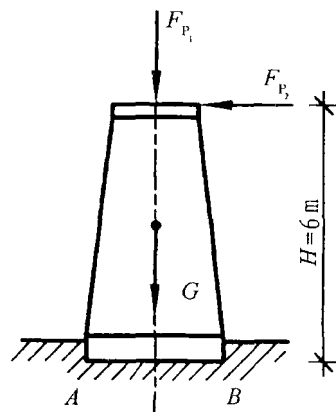
(3) 基础底面上 AC 边及 BD 边处正应力

$$\sigma_{AC} = -0.128 \text{ MPa} - 0.104 \text{ MPa} = -0.232 \text{ MPa}$$

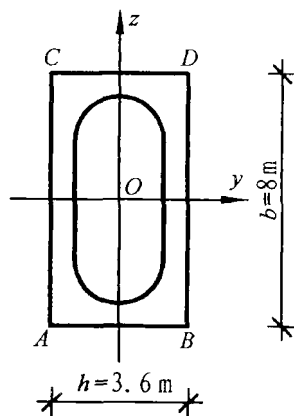
$$\sigma_{BD} = -0.128 \text{ MPa} + 0.104 \text{ MPa} = -0.024 \text{ MPa}$$

绘制基础底面正应力分布规律如图 10.6 (c) 所示。

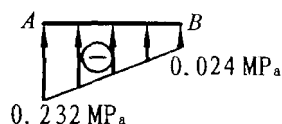
例 10.4 悬臂式起重架，由 N_Q18 工字钢梁 AB 及拉杆 BC 组成。在横梁 AB 的中点 D 作用集中荷载 F_P ，已知 $F_P=30 \text{ kN}$ ，起重架的尺寸如图 10.7 (a) 所示。材料的许用应力 $[\sigma]=160 \text{ MPa}$ ，试校核横梁 AB 的强度。



(a)



(b)



(c)

图 10.6

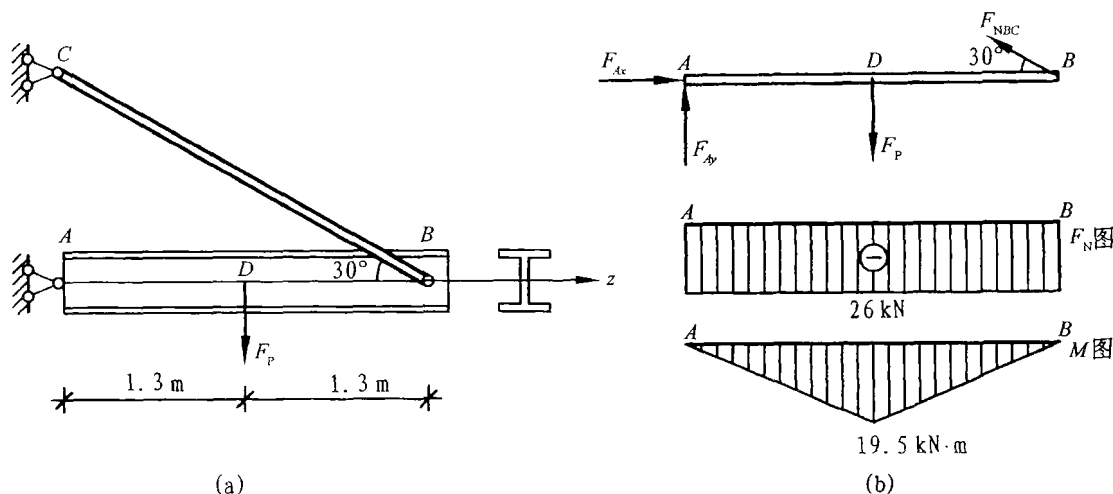


图 10.7

解

(1) 外力分析。取横梁 AB 为研究对象，画出受力图，如图 10.7 (b) 所示。由平衡条件可求得约束反力为

$$\sum M_A = 0, \quad F_{NBC} \sin 30^\circ \times 2.6 - F_P \times 1.3 = 0, \quad F_{NBC} = F_P = 30 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} - F_{NBC} \cos 30^\circ = 0$$

$$F_{Ax} = F_{NBC} \cos 30^\circ = 30 \text{ kN} \times 0.866 = 26 \text{ kN}$$

$$F_y = 0, \quad F_{Ay} - F_{NBC} \sin 30^\circ - F_P = 0$$

$$F_{Ay} = F_P - F_{NBC} \sin 30^\circ = 30 \text{ kN} - 30 \text{ kN} \times 0.5 = 15 \text{ kN}$$

(2) 内力计算。分别绘出横梁的轴力图 and 弯矩图，如图 10.7 (b) 所示，可判定梁的 D 截面为危险截面，且

$$F_{ND} = -F_{Ax} = -26 \text{ kN}$$

$$M_{\max} = \frac{F_P l}{4} = \frac{30 \text{ kN} \times 2.6 \text{ m}}{4} = 19.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

(3) 强度校核。由型钢表查得 NQ18 工字钢的横截面面积和弯曲截面系数为

$$A = 30.756 \text{ cm}^2, \quad W_z = 185 \text{ cm}^3$$

危险截面 D 上的应力由两部分组成。轴力 F_{ND} 引起的正应力为均匀分布的压应力；弯矩 $M_{\max}$ 引起的正应力沿截面高度呈线性分布，其上边缘发生最大压应力，下边缘出现最大拉应力。

考虑到钢材在许用应力内被认为是塑性材料，即 $[\sigma^+] = [\sigma^-] = [\sigma]$ ，因此该梁的危险点在 D 截面的上边缘各点处，且为单向应力状态，所以强度校核用最大压应力计算。即