

竞 赛 培 优 测 试 从 书

# 数学

七年级

## 竞赛培优测试

S

HUXUE JINGSAI PEIYOU CESHI

主编 马 兵



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS  
浙江大学出版社

# 数学竞赛培优测试

七 年 级

主 编 马 兵

副主编 沈顺良 詹红颖

编 委 (按姓氏笔画为序)

马 兵 王丹群 王建芬 王雪为 李 峻

李有新 李玉兰 刘 奇 朱烈琼 陆永祥

沈顺良 沈海生 沈中培 沈美娟 沈 蓉

步叶芳 杨雄伟 杨传杰 郑海英 郑静意

郭瑞华 富旭东 谢丙秋 虞红明 詹红颖

浙江大學出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学竞赛培优测试·七年级 / 马兵主编. —杭州:浙江  
大学出版社, 2007.5

ISBN 978-7-308-05317-4

I. 数... II. 马... III. 数学课—初中—习题 IV.  
G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 057491 号

**数学竞赛培优测试(七年级)**

马 兵 主编

责任编辑 杨晓鸣 陈 瑶

出版发行 浙江大学出版社

(杭州天目山路 148 号 邮政编码 310028)

(E-mail: zupress@mail.hz.zj.cn)

(网址: http://www.zupress.com

http://www.press.zju.edu.cn)

电话: 0571—88925592, 88273066(传真)

排 版 杭州求是图文制作有限公司

印 刷 杭州浙大同力教育彩印有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 11.5

字 数 300 千

版 印 次 2007 年 5 月第 1 版 2009 年 3 月第 11 次印刷

印 数 56001—61000

书 号 ISBN 978-7-308-05317-4

定 价 15.00 元

---

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话 (0571)88925591

## 编写说明

学科竞赛不仅为那些优秀的学有余力的学生提供了一个平台，而且也是选拔和发现人才的重要手段。学生参与竞赛的过程，既是增长知识的过程，也是学生自主学习能力、思维能力和实际操作能力不断提高的过程。同时，竞赛中一些含有深刻学科背景的问题也激发了学生积极思考和求知欲望，培养了学生的学习兴趣和热情。学科竞赛和能力培养相得益彰，这是其他学习活动无可替代的。

有人以为，学科竞赛就是搞题海战术，其实不然。竞赛的功能是通过让学生体验探索问题、发现规律的过程，提高学生解决问题和分析问题的能力。这就对竞赛命题提出了很高的要求，要求设计的竞赛试题必须隐含深刻的学科背景，试题要富有思考性和启发性。

我们根据竞赛大纲的要求，并结合历年来竞赛的试题编写了一套初中数学、科学和英语竞赛培优丛书，各年级单独成册，与现行新课程标准教材同步。丛书既覆盖教材所有知识点，又高于教材，按照竞赛的要求作了相应的补充和延伸，为参与竞赛的学生提供了丰富的学习材料。

丛书以能力训练为主，试题设计覆盖面广，所有必须掌握的知识和能力融于试题之中。学生通过这些训练，足以对付学科竞赛。为了方便学生自我反馈，对所有训练试题均提供了详细的参考答案。

囿于我们的常识水平，书中的不妥之处在所难免，请方家、读者提出批评和建议。

# 目 录

## 第一部分 能力训练·基础级

1. 从自然数到分数 .....	(1)
2. 数轴与绝对值 .....	(5)
3. 有理数运算(1) .....	(8)
4. 有理数运算(2) .....	(12)
5. 平方根与立方数 .....	(15)
6. 代数式及代数式的值 .....	(18)
7. 整式的加减 .....	(20)
8. 一元一次方程 .....	(23)
9. 一元一次方程应用题 .....	(26)
10. 绝对值方程 .....	(30)
11. 一次方程组 .....	(33)
12. 情境应用题 .....	(36)
13. 整式乘除(1) .....	(41)
14. 整式乘除(2) .....	(44)
15. 因式分解(1) .....	(47)
16. 因式分解(2) .....	(50)
17. 分式及其运算 .....	(53)
18. 分式方程及其应用 .....	(57)
19. 非负数 .....	(62)
20. 定义新运算 .....	(65)
21. 待定系数法 .....	(70)
22. 信息技术中的数学 .....	(73)
23. 线段、射线和直线 .....	(78)
24. 角 .....	(81)
25. 三角形的边与角 .....	(85)
26. 探索三角形全等的条件 .....	(89)
27. 图形及其变换 .....	(94)
28. 简单的面积问题 .....	(99)
29. 数据与图表 .....	(104)
30. 事件的可能性和概率 .....	(111)
31. 奇数和偶数 .....	(115)
32. 不定方程 .....	(119)
33. 计数方法 .....	(122)



34. 配方法 .....	(125)
35. 观察、归纳和猜想 .....	(128)

第二部分 能力训练·提高级

综合训练(1) .....	(133)
综合训练(2) .....	(135)
综合训练(3) .....	(137)
综合训练(4) .....	(140)
综合训练(5) .....	(144)
综合训练(6) .....	(147)
参考答案 .....	(152)

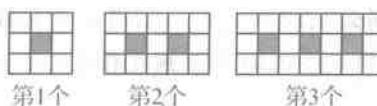
# 能力训练·基础级

第一部分

## 1. 从自然数到分数

### A. 夯实基础

1.  $1993^{1993}$  的末位数字是 \_\_\_\_\_,  $1997^{1997}$  的末位数字是 \_\_\_\_\_.
2. 计算:  $1998 \times 19991999 - 1999 \times 19981998 =$  \_\_\_\_\_.
3. 在一次英语考试中, 某 8 位同学的成绩分别是 93, 99, 89, 91, 87, 81, 100, 95, 则他们的平均分是 \_\_\_\_\_.
4. 如果定义新运算“※”, 满足  $a \text{※} b = a \times b - a \div b$ , 那么  $(1 \text{※} 2) \text{※} 4 =$  \_\_\_\_\_.
5. 下列图案由边长相等的黑、白两色正方形按一定规律拼接而成. 依此规律, 第 5 个图案中白色正方形的个数为 \_\_\_\_\_.



6. 一个数加上 5, 减去 2 然后除以 4 得 7, 这个数是( ).
  - A. 35      B. 31      C. 25      D. 28
  7.  $n$  是整数, 那么被 3 整除并且商恰为  $n$  的那个数是( ).
  - A.  $\frac{n}{3}$       B.  $n+3$       C.  $3n$       D.  $n^3$
  8. 近似数 5.0 的准确值  $x$  的取值范围是( ).
  - A.  $4.5 < x < 5.4$       B.  $4.95 \leq x \leq 5.05$       C.  $4.95 \leq x < 5.05$       D.  $4.95 < x < 5.05$
  9.  $m$  表示一个两位数,  $n$  表示一个四位数, 把  $m$  放在  $n$  的左边组成一个六位数, 那么这个六位数可以表示成( ).
  - A.  $mn$       B.  $1000m+n$       C.  $100m+1000n$       D.  $100m+n$
  10. (第 17 届希望杯试题) 有如下四个命题:
- ①两个符号相反的分数之间至少有一个正整数;
  - ②两个符号相反的分数之间至少有一个负整数;
  - ③两个符号相反的分数之间至少有一个整数;

④两个符号相反的分数之间至少有一个有理数.

其中真命题的个数为( ).

- A. 1个      B. 2个      C. 3个      D. 4个

## B. 走向名校

11. (深圳市竞赛题)两个正整数的和是 60, 它们的最小公倍数是 273, 则它们的乘积是( ).

- A. 273      B. 819      C. 1911      D. 3549

12. If we let  $\langle a \rangle$  be the greatest prime number not more than  $a$ , then the result of the expression  $\langle \langle 3 \rangle \times \langle 25 \rangle \times \langle 30 \rangle \rangle$  is ( ).

- A. 1333      B. 1999      C. 2001      D. 2249

13. (第 15 届希望杯试题)已知  $a=123456789$ , 记  $a^2$  的个位数字是  $x$ , 十位数字是  $y$ , 则  $x+y$  的值是( ).

- A. 3      B. 7      C. 13      D. 15

14. (2006 年大连西岗区中考题)如图是小亮用 8 根, 14 根, 20 根火柴搭的 1 条, 2 条, 3 条“金鱼”, 按此方法搭  $n$  条“金鱼”需要火柴 \_\_\_\_\_ 根(用含  $n$  的代数式表示).



1条



2条



3条

15. (2006 年北京市中考题)用“ $\star$ ”定义新运算: 对于任意实数  $a, b$ , 都有  $a \star b = b^2 + 1$ . 例如  $7 \star 4 = 4^2 + 1 = 17$ , 那么  $5 \star 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ ; 当  $m$  为实数时,  $m \star (m \star 2) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 一年定期储蓄存款, 月利率是 0.945%. 现在存入 100 元, 则明年的今日可取得本金与利息共 \_\_\_\_\_ 元.

17. (第 6 届希望杯试题)  $a$  与  $b$  是相邻的两个自然数, 则  $a, b$  的最大公约数与最小公倍数之和等于 \_\_\_\_\_.

18. 已知  $N = 1992 \times 1993 \times 1994 + 1993 \times 1994 \times 1995 + 1994 \times 1995 \times 1996 + 1995 \times 1996 \times 1997$ , 则  $N$  的末位数字是 \_\_\_\_\_.

19. 某人将其甲、乙两种股票卖出, 其中甲种股票卖价 1200 元, 盈利 20%; 乙种股票卖价也是 1200 元, 但亏损 20%, 则该人交易结果是 \_\_\_\_\_.

20. 古希腊数学家把数 1, 3, 6, 10, 15, 21, …叫做三角形数, 它有一定的规律性, 则第 24 个三角形数与第 22 个三角形数的差为 \_\_\_\_\_.

## C. 冲击金牌

21. 若  $a, b, c, d$  为整数,  $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = 1997$ , 则  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

22. 有一列数, 按 1, 2, 3, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 3, 2, …的规律排列, 那么, 从左往右数, 第 2005 个位置上的数是 \_\_\_\_\_.

23. 对于有理数  $x, y$ , 定义新运算:  $x * y = ax + by + c$ , 其中  $a, b, c$  是常数, 等式右边是通常的加法与乘法运算. 已知  $1 * 2 = 9, (-3) * 3 = 6, 0 * 1 = 2$ , 求  $2 * (-7)$  的值.

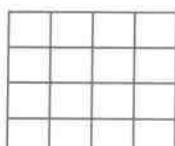
24. (江苏省第 16 届初中数学竞赛试题) 某商店有 A 种练习本出售, 每本零售价为 0.30 元, 一打(12 本)售价为 3.00 元, 买 10 打以上的, 每打还可以按 2.70 元付款.

(1) 初三(1)班共 57 人, 每人需要 1 本 A 种练习本, 则该班集体去购买时, 最少需付多少元?

(2) 初三年级共 227 人, 每人需要 1 本 A 种练习本, 则该年级集体去购买时, 最少需付多少元?

25. (2005 年重庆市数学竞赛题) 现将连续自然数 1 至 2009 按图中的方式排列成一个长方形队列, 再用正方形任意框出 16 个数.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*
1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009



(1) 设任意一个这样的正方形框中的最小数为  $n$ , 请用  $n$  的代数式表示该框中的 16 个数, 然后填入右表中相应的空格处, 并求出这 16 个数中的最小数和最大数, 以及这 16 个数的和(用  $n$  的代数式表示);

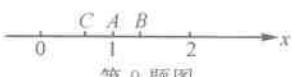
(2) 计算该长方形队列中, 共可框出多少个这样不同的正方形框;

(3) 在图中, 要使一个正方形框出的 16 个数之和分别等于 832, 2000, 2008 是否可能? 若不可能, 请说明理由; 若可能, 请求出该正方形框出的 16 个数中的最小数和最大数.

## 2. 数轴与绝对值

### A. 夯实基础

1. 已知  $a, b, c$  都是负数, 且  $|x-a| + |y-b| + |z-c| = 0$ , 则  $xyz$  是( )。
  - A. 负数
  - B. 非负数
  - C. 正数
  - D. 非正数
2. 已知有理数  $a, b, c$  在数轴上的对应点如图所示, 那么  $|b-a| + |a+c| + |c-b|$  的化简结果是\_\_\_\_\_.
3. 如果  $a$  是有理数, 则代数式  $|2a+1|+1$  的最小值是 \_\_\_\_\_.
 

第 2 题图
4. 已知  $|x|=3, |y|=2, x$  和  $y$  异号, 则  $x+y$  的值是( )。
  - A. 5 或 1
  - B. -1 或 1
  - C. 5 或 -5
  - D. -5 或 -1
5. 数轴上表示  $-\frac{1}{2}$  的点到原点的距离是( )。
  - A.  $-\frac{1}{2}$
  - B.  $|\frac{1}{2}|$
  - C. -2
  - D. 2
6. (第 17 届希望杯试题) 在数轴上, 点  $A$  对应的数是 -2006, 点  $B$  对应的数是 +17, 则  $A, B$  两点的距离是( )。
  - A. 1989
  - B. 1999
  - C. 2013
  - D. 2023
7. 计算:  $|-4| =$  ( )。
  - A. 0
  - B. -4
  - C.  $\frac{1}{4}$
  - D. 4
8.  $-|-2|$  的倒数是( )。
  - A. 2
  - B.  $\frac{1}{2}$
  - C.  $-\frac{1}{2}$
  - D. -2
9. (2006 年大连西岗区中考题) 如下图, 数轴上表示  $1, \sqrt{2}$  的对应点为  $A, B$ , 且点  $B$  关于点  $A$  的对称点为  $C$ , 则点  $C$  所表示的数是( )。
  - A.  $2-\sqrt{2}$
  - B.  $\sqrt{2}-2$
  - C.  $\sqrt{2}-1$
  - D.  $1-\sqrt{2}$

第 9 题图
10. 在上图的数轴上, 标出了有理数  $a, b, c$  的位置, 则( )。
  - A.  $a-c < b-a < b-c$
  - B.  $a-b < b-c < a-c$
  - C.  $b-c < a-c < a-b$
  - D.  $a-c < b-c < b-a$

## B. 走向名校

11. (2005 年湖州市期望杯试题) 已知关于  $x$  的方程  $mx+2=2(m-x)$  的解满足  $\left|x-\frac{1}{2}\right|=1=0$ , 则  $m$  的值是( )。

- A. 10 或  $\frac{2}{5}$       B. 10 或  $-\frac{2}{5}$       C. -10 或  $\frac{2}{5}$       D. -10 或  $-\frac{2}{5}$

12. 数轴上的点  $A, B, C$  分别对应数  $0, -1, x$ , 且  $C$  与  $A$  的距离大于  $C$  与  $B$  的距离, 则( )。

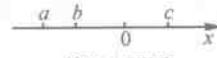
- A.  $x>0$       B.  $x>-1$       C.  $x<-\frac{1}{2}$       D.  $x<-1$

13. (第 12 届希望杯试题) 如图所示, 在数轴上有 6 个点, 且  $AB=BC=CD=DE=EF$ , 则与点  $C$  所表示的数最接近的整数是( )。

- A. -1      B. 0      C. 1      D. 2



第 13 题图



第 14 题图

14. 有理数  $a, b, c$  的大小关系如图所示, 则下列式子中一定成立的是( )。

- A.  $a+b+c>0$       B.  $|a+b|<c$   
C.  $|a-c|=|a|+c$       D.  $|b-c|>|c-a|$

15. 如果  $x<-2$ , 那么  $|1-|1+x||$  等于( )。

- A.  $-2-x$       B.  $2+x$       C.  $x$       D.  $-x$

16. 若  $ab\neq 0$ , 则  $\frac{|a|}{a}+\frac{b}{|b|}$  的取值不可能是( )。

- A. 0      B. 1      C. 2      D. -2

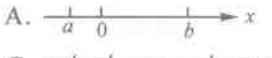
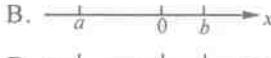
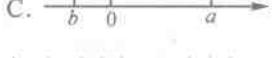
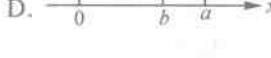
17. 若  $|a-1999|$  与  $|b+2000|$  互为相反数, 则  $(a+b)^3$  的值为\_\_\_\_\_。

18. 如果  $m, n$  为整数, 且  $|m-2|+|m-n|=1$ , 那么  $m+n$  的值为\_\_\_\_\_。

19. 已知  $|a|=1, |b|=2, |c|=3$ , 且  $a>b>c$ , 则  $a-b+c=$ \_\_\_\_\_。

20. 已知  $a$  与  $b$  互为相反数, 且  $|a-b|=\frac{4}{5}$ , 求  $\frac{a-ab+b}{a^2+ab+1}$  的值。

## C. 冲击金牌

21. 如果  $2a+b=0$ , 则  $\left| \frac{a}{|b|}-1 \right| + \left| \frac{|a|}{b}-2 \right|$  等于( )。  
 A. 2      B. 3      C. 4      D. 5
22. 若  $|a+b+1|$  与  $(a-b+1)^2$  互为相反数, 则  $a$  与  $b$  的大小关系是( )。  
 A.  $a>b$       B.  $a=b$       C.  $a<b$       D.  $a\geqslant b$
23. 如果  $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} = 1$ , 则  $\frac{|abc|}{abc}$  的值为( )。  
 A.  $-1$       B.  $1$       C.  $\pm 1$       D. 不确定
24. (第 16 届希望杯试题) If we have  $\frac{a}{b} < 0$ ,  $a-b < 0$  and  $a+b < 0$ , then the points in real number axis, given by  $a$  and  $b$ , can be represented as ( ).  
 A.       B.   
 C.       D. 
25.  $|x+2| + |x-2| + |x-1|$  的最小值是( )。  
 A. 4      B. 3      C. 2      D. 1

### 3. 有理数运算(1)

#### A. 立实基础

1. (2006年大连西岗区中考题)已知甲地的海拔高度为150m,乙地的海拔高度为-30m,那么甲地比乙地高\_\_\_\_\_m.
2.  $-\frac{1}{2000}$ 的相反数是( )。
  - A. 2000
  - B.  $\frac{1}{2000}$
  - C. -2000
  - D. 1
3.  $(-1)-(-9)-(-9)-(-6)$ 的值是( )。
  - A. -25
  - B. 7
  - C. 5
  - D. 23
4.  $1993-[1993-(1992-1993)]$ 的值等于( )。
  - A. -1995
  - B. 1991
  - C. 1994
  - D. 1993
5.  $(-1)^{2000}$ 的值是( )。
  - A. 2000
  - B. 1
  - C. -1
  - D. -2000
6. (2006年临安市中考题)我市2005年的最高气温为39℃,最低气温为零下7℃,则计算2005年温差列式正确的是( )。
  - A.  $(+39)-(-7)$
  - B.  $(+39)+(+7)$
  - C.  $(+39)+(-7)$
  - D.  $(+39)-(+7)$
7. 在下列计算中,正确的是( )。
  - A.  $(-1)^{200} \cdot (-2^3) = 8$
  - B.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -4$
  - C.  $|3-\pi| = 3-\pi$
  - D.  $2 \times \frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = 2$
8. 如果a与-2的和为0,那么a是( )。
  - A. 2
  - B.  $\frac{1}{2}$
  - C.  $-\frac{1}{2}$
  - D. -2
9. 有理数a等于它的倒数,则a<sup>2004</sup>是( )。
  - A. 最大的负数
  - B. 最小的非负数
  - C. 绝对值最小的整数
  - D. 最小的正整数
10.  $(-2)^{2000} + (-2)^{2001}$ 等于( )。
  - A.  $-2^{2001}$
  - B.  $-2^{2001}$
  - C.  $-2^{2000}$
  - D.  $-2^{1999}$

#### B. 走向名校

11. 下面四个命题中正确的是( )。
  - A. 1是最小的正有理数
  - B. -1是最大的负有理数
  - C. 0是最小的正整数
  - D. 0是最大的非正整数
12. 数 $(-1)^{2006}$ 是( )。
  - A. 最大的负数
  - B. 最小的非负数

- C. 最小的正整数                          D. 绝对值最小的整数
13. 如果  $a^2 + b^2 \neq 0$ , 那么有理数  $a, b$  ( ) .  
 A. 都是零      B. 互为相反数      C. 互为倒数      D. 不都是零
14. 下列各组运算中, 其值最小的是( ).  
 A.  $-(-3-2)^2$     B.  $(-3) \times (-2)$     C.  $(-3)^2 \div (-2)^2$     D.  $(-3)^2 \times (-2)^2$
15. 1997 个不全相等的有理数之和为零, 则这 1997 个有理数中( ).  
 A. 至少有一个是零      B. 至少有 998 个正数  
 C. 至少有一个是负数      D. 至多有 1995 个负数
16. 计算  $3001 \times 2999$  的值为\_\_\_\_\_.
17. 绝对值比 2 大并且比 6 小的整数共有\_\_\_\_\_个.
18. 若  $a > 0$ , 在  $-a$  与  $a$  之间恰有 1993 个整数, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
19. (第 15 届希望杯试题)计算:  
 $211 \times (-455) + 365 \times 455 - 211 \times 545 + 545 \times 365 = \underline{\hspace{2cm}}$ .
20. (2006 年武汉市中考题)水是生命之源. 为了让市民珍惜水资源, 节约用水, 从 2006 年 5 月 1 日起, 武汉市居民生活用水供水价实行三级收费标准: 户籍人口 4 人及以下的用户, 每户每月用水量中,  $25m^3$  (含  $25m^3$ ) 以内的部分为第一级, 价格为  $1.90$  元/ $m^3$ ;  $25m^3$  至  $33m^3$  (含  $33m^3$ ) 的部分为第二级, 价格为  $2.45$  元/ $m^3$ ; 超过  $33m^3$  的部分为第三级, 价格为  $3.00$  元/ $m^3$ . 小李家户籍人口 3 人, 在 2006 年连续 5 个月的同一日对他家的水表止码做了如下记录:
- | 时间   | 1 月 1 日 | 2 月 1 日 | 3 月 1 日 | 4 月 1 日 | 5 月 1 日 |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 水表止码 | 00128   | 00149   | 00169   | 00187   | 00208   |
- 请你利用所学统计知识解答下列问题(不考虑季节性用水量的差异):
- (1) 估计 2006 年小李家平均每月用水量大约为多少立方米?
- (2) 小李家从 2006 年 5 月 1 日起采取节水措施, 若每月用水量平均节约  $2m^3$ , 且每月用水量均在第一级, 那么小李家 2006 年余下的 8 个月的水费大约共为多少元?

### C. 冲击金牌

21. (第 10 届希望杯试题)

$$\text{计算: } \left(\frac{1}{1998}-1\right)\left(\frac{1}{1997}-1\right)\left(\frac{1}{1996}-1\right)\cdots\left(\frac{1}{1001}-1\right)\left(\frac{1}{1000}-1\right).$$

22. (第 10 届希望杯试题)

$$\text{计算: } -117 \times \left(\frac{1}{32} - 0.125\right) \div (-1.2) \times \left(-1\frac{3}{13}\right).$$

$$23. \text{计算: } \left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{9^2}\right)\left(1-\frac{1}{10^2}\right).$$

24. 某班 20 名学生的数学期末考试成绩如下,请计算他们的总分与平均分: 87, 91, 94, 88, 93, 91, 89, 87, 92, 86, 90, 92, 88, 90, 91, 86, 89, 92, 95, 88.

25. 将购买五种教学用具  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$  的件数和用钱总数列成下表:

品名 次数	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	总钱数 (元)
第一次购件数	1	3	4	5	6	1992
第二次购件数	1	5	7	9	11	2984

那么, 购买每种教具各一件共需多少元?