


梁铨廷·电子社·《物理光学(第3版)》配套用书

 电子信息与电气学科规划教材·光电信息科学与工程专业

# 物理光学

## 学习指导与题解

刘翠红 编著



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY <http://www.phei.com.cn>

电子信息与电气学科规划教材·光电信息科学与工程专业

# 物理光学学习指导与题解

刘翠红 编著

电子工业出版社

**Publishing House of Electronics Industry**

北京·BEIJING

## 内 容 简 介

本书是与梁铨廷教授编著的《物理光学(第3版)》配套的教学参考书。本书对《物理光学(第3版)》各章的内容进行了归纳、提炼,给出了每章的学习目的和要求、基本概念和基本公式、常见习题分类及典型例题分析等。本书对《物理光学》(第3版)中的200多道习题作了详细的解答,还补充了近300道题目及其题解,分布在每章的例题、自测题及书末的6组模拟试题中。

本书可作为光学工程类、光电信息类专业学习物理光学课程的教学参考书,也可供其他专业的本科生和硕士生学习物理光学时参考,同时也是相关专业硕士研究生入学考试的复习参考书。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

## 图书在版编目(CIP)数据

物理光学学习指导与题解/刘翠红编著. —北京:电子工业出版社,2009.1

(电子信息与电气学科规划教材·光电信息科学与工程专业)

ISBN 978-7-121-07694-7

I. 物… II. 刘… III. 物理光学-高等学校-教学参考资料 IV. O436

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第171859号

策划编辑:韩同平

责任编辑:韩玲玲

印 刷: 北京牛山世兴印刷厂  
装 订:

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编:100036

开 本:787×1092 1/16 印张:15.75 字数:403千字

印 次:2009年1月第1次印刷

印 数:3000册 定价:25.00元

凡所购买电子工业出版社的图书,如有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zllts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线:(010) 88258888。

# 前 言

本书是与梁铨廷教授编著的《物理光学(第3版)》配套的教学参考书。全书包含光的电磁理论、光波的叠加与分析、光的干涉和干涉仪、多光束干涉与光学薄膜、光的衍射、傅里叶光学,以及光的偏振与晶体光学基础共7章。

根据教学大纲、考试大纲和部分院校硕士研究生入学考试大纲的要求,针对每章的重点和难点,我们编写了学习目的和要求,以及基本概念和基本公式。在常见习题分类及典型例题分析中,我们归纳了一些在作业或考题中出现频率较高的题型,给出了解题思路和解题方法,并选择相应的例题进行较详细的分析。同时,对梁铨廷教授的《物理光学(第3版)》中的习题作了较详细的解答,有些典型的题目还给出多种解题思路。此外,为了方便读者检查自己对知识掌握的程度,每章的后面补充了自测题,全书的末尾还附加了6套模拟试题,题目的形式有选择、填空、计算和问答等。这些题目均来自我们十几年教学过程的积累、收集的期末考试题和硕士研究生入学考试题,并给出了参考解答。

本书在某种程度上弥补了目前在教学过程中因课时少而习题课一再减少的缺陷,希望对提高学生的解题能力有一定的帮助。建议读者在使用本书时先动手做题目,然后再看解答。

感谢梁铨廷教授在本书的编写过程中提出的许多宝贵意见和建议,并审阅了部分书稿,以及一直以来对作者的鼓励。感谢暨南大学张军老师和广州大学张兆丰老师提出的宝贵意见。感谢广州大学刘宇恒、万行阳、蔡锐潮、钟婉梅和张超金等同志在收集整理资料、绘图及电脑输入等方面给作者的帮助。

由于作者水平有限,时间仓促,书中的解答不一定是最佳的,或者还有错漏的地方,敬请读者指正。

编著者

# 目 录

第1章 光的电磁理论 .....	1
学习目的和要求 .....	1
基本概念和基本公式 .....	1
常见习题分类及典型例题分析 .....	6
教材习题解答 .....	9
自测题 .....	24
第2章 光波的叠加与分析 .....	27
学习目的和要求 .....	27
基本概念和基本公式 .....	27
常见习题分类及典型例题分析 .....	29
教材习题解答 .....	33
自测题 .....	44
第3章 光的干涉和干涉仪 .....	46
第4章 多光束干涉与光学薄膜 .....	46
学习目的和要求 .....	46
基本概念和基本公式 .....	46
常见习题分类及典型例题分析 .....	53
教材习题解答 .....	56
自测题 .....	83
第5章 光的衍射 .....	90
学习目的和要求 .....	90
基本概念和基本公式 .....	90
常见习题分类及典型例题分析 .....	94
教材习题解答 .....	96
自测题 .....	120
第6章 傅里叶光学 .....	125
学习目的和要求 .....	125
基本概念和基本公式 .....	125
常见习题分类及典型例题分析 .....	128
教材习题解答 .....	131
自测题 .....	149
第7章 光的偏振与晶体光学基础 .....	151
学习目的和要求 .....	151

基本概念和基本公式	151
常见习题分类及典型例题分析	154
教材习题解答	158
自测题	182
模拟试题一	187
模拟试题二	190
模拟试题三	193
模拟试题四	196
模拟试题五	199
模拟试题六	202
自测题参考解答	205
模拟试题参考解答	228
附录 A 主要符号表	243
参考文献	244

# 第1章 光的电磁理论

## 学习目的和要求

1. 了解积分和微分形式的麦克斯韦方程组、物质方程。
2. 掌握光的电磁波表达形式和电磁场的复振幅描述。
3. 理解光强的概念,掌握相对光强的计算。
4. 掌握光在介质界面上的反射、折射和全反射。熟悉用菲涅耳公式计算反射或透射光波的振幅、强度和能流,理解半波损失。
5. 掌握布儒斯特定律。
6. 了解光的吸收、色散和散射现象及经典理论。

## 基本概念和基本公式

### 1. 麦克斯韦方程组

光是一种电磁波。

麦克斯韦方程组:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \end{cases} \quad (1.1)$$

### 2. 波动方程

光波在各向同性介质中传播的波动方程:

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \\ \nabla^2 \mathbf{B} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0 \end{cases} \quad (1.2)$$

### 3. 光速

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \quad (1.3)$$

其中,  $\epsilon$  和  $\mu$  分别是介质的介电常数和磁导率。

真空中光速为

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = 2.99794 \times 10^8 \text{ m/s} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

介质的折射率为

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \quad (1.4)$$

其中,  $\epsilon_r$  和  $\mu_r$  分别是介质的相对介电常数和相对磁导率. 对大部分透明光学介质,  $\mu_r \approx 1$ ,  $n = \sqrt{\epsilon_r}$ . 介质的折射率是光波频率的函数.

#### 4. 波长

真空中可见光的波长范围为 390 ~ 780nm, 平均波长为 550nm, 对应的频率范围为  $3.84 \times 10^{14}$  ~  $7.69 \times 10^{14}$  Hz. 正常视力的人眼对波长为 555nm 的绿色光最为敏感.

#### 5. 光矢量

由于光波对物质的磁场作用远比电场作用弱, 所以讨论光场振动性质时通常只考虑电矢量  $E$ , 也称为光矢量.

#### 6. 单色平面波表达式

复数形式:

$$E = A \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t - \phi_0)] \quad (1.5)$$

复振幅:

$$\tilde{E} = A \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (1.6)$$

波函数也可用三角函数表示. 例如, 沿  $z$  轴传播的平面波为

$$E = A \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z - \nu t) + \phi_0\right] \quad (1.7)$$

或

$$E = A \cos(kz - \omega t - \phi_0) \quad (1.8)$$

其中,  $A$  是常矢量, 表示单色光波电场的振幅. 光波圆波数  $k$ 、频率  $\nu$ 、周期  $T$ 、波速  $v$  及波长  $\lambda$  之间的关系为

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda} \quad \omega = 2\pi\nu \quad \lambda = \frac{\lambda_0}{n} \quad (1.9)$$

其中,  $\lambda_0$  为光波在真空中的波长.

#### 7. 单色球面波

$$E(\mathbf{r}, t) = \frac{A_1}{r} \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \quad (1.10)$$

复数表达形式为

$$E(\mathbf{r}, t) = \frac{A_1}{r} \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \quad (1.11)$$

复振幅为

$$\tilde{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{A_1}{r} \exp[i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}] \quad (1.12)$$

其中,  $A_1$  是距源点单位距离处的振幅; 球面波矢径  $r$  的计算起点为光波的源点. 若  $\mathbf{k}$  与  $\mathbf{r}$  方向



相同则为发散球面波,相反则为会聚球面波.

### 8. 坡印廷矢量

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu} \mathbf{E} \times \mathbf{B} \quad (1.13)$$

### 9. 光强、相对光强

光强:

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{2\sqrt{\mu}} \sqrt{\varepsilon} A^2 \text{ (平面波)} \quad (1.14)$$

相对光强:

$$I = A^2 \quad (1.15)$$

### 10. 折射定律

(斯涅耳定律, Snell's law)

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \quad (1.16)$$

其中,  $\theta_1$  和  $\theta_2$  分别是入射角和折射角.

### 11. 全反射

光波从光密介质射向光疏介质,发生全反射的临界角为

$$\theta_c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \arcsin n_{21} \quad (1.17)$$

其中,  $n_{21}$  为相对折射率.

全反射时,反射光中 s 波和 p 波有位相差  $\delta$ , 且

$$\tan \frac{\delta}{2} = \tan \frac{\delta_s - \delta_p}{2} = \frac{\cos\theta_1 \sqrt{\sin^2\theta_1 - n^2}}{\sin^2\theta_1} \quad (1.18)$$

### 12. 菲涅耳公式

$$\left\{ \begin{array}{l} r_p = \frac{A'_{1p}}{A_{1p}} = \frac{n_2 \cos\theta_1 - n_1 \cos\theta_2}{n_2 \cos\theta_1 + n_1 \cos\theta_2} = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)} \\ r_s = \frac{A'_{1s}}{A_{1s}} = \frac{n_1 \cos\theta_1 - n_2 \cos\theta_2}{n_1 \cos\theta_1 + n_2 \cos\theta_2} = -\frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \\ t_p = \frac{A_{2p}}{A_{1p}} = \frac{2n_1 \cos\theta_1}{n_2 \cos\theta_1 + n_1 \cos\theta_2} = \frac{2\sin\theta_2 \cos\theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2) \cos(\theta_1 - \theta_2)} \\ t_s = \frac{A_{2s}}{A_{1s}} = \frac{2n_1 \cos\theta_1}{n_1 \cos\theta_1 + n_2 \cos\theta_2} = \frac{2\sin\theta_2 \cos\theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \end{array} \right. \quad (1.19)$$

其中,  $r$  是振幅反射率(即反射系数),如  $r_s$  是 s 波的振幅反射率;  $t$  是振幅透射率(即透射系数),如  $t_s$  是 s 波的振幅透射率;  $A_1$  和  $A'_1$  分别是入射波和反射波的振幅,而  $A_2$  是透射波的振幅,如  $A_{1s}$  是入射 s 波振幅;  $A_{2s}$  是透射 s 波振幅.

### 13. 反射率和透射率

强度反射率和透射率分别为

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{R}_p = \frac{I'_{1p}}{I_{1p}} = |r_p|^2 \\ \mathfrak{R}_s = \frac{I'_{1s}}{I_{1s}} = |r_s|^2 \\ \mathcal{T}_p = \frac{I_{2p}}{I_{1p}} = \frac{n_2}{n_1} |t_p|^2 \\ \mathcal{T}_s = \frac{I_{2s}}{I_{1s}} = \frac{n_2}{n_1} |t_s|^2 \end{array} \right. \quad (1.20)$$

能流反射率和透射率(常简称为反射率和透射率)分别为

$$\left\{ \begin{array}{l} R_p = \frac{W'_{1p}}{W_{1p}} = \mathfrak{R}_p \\ R_s = \frac{W'_{1s}}{W_{1s}} = \mathfrak{R}_s \\ T_p = \frac{W_{2p}}{W_{1p}} = \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1} \mathcal{T}_p \\ T_s = \frac{W_{2s}}{W_{1s}} = \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1} \mathcal{T}_s \\ R_p + T_p = 1, R_s + T_s = 1 \end{array} \right. \quad (1.21)$$

自然光入射时的反射率和透射率分别为

$$\begin{aligned} R = \mathfrak{R} = \frac{W'_1}{W_1} &= \frac{1}{2}(\mathfrak{R}_p + \mathfrak{R}_s) = \frac{1}{2}(\mathfrak{R}_p + \mathfrak{R}_s) \\ \mathcal{T} = \frac{I_2}{I_1} &= \frac{1}{2}(\mathcal{T}_p + \mathcal{T}_s) \end{aligned} \quad (1.22)$$

$$T = \frac{W_2}{W_1} = \frac{1}{2}(T_p + T_s) = \frac{1}{2}(\mathcal{T}_p + \mathcal{T}_s) \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1} = \mathcal{T} \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}$$

垂直入射时的反射率和透射率分别为

$$\left\{ \begin{array}{l} r_p = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} = -r_s \\ t_p = t_s = \frac{2n_1}{n_2 + n_1} \\ R_p = R_s = \mathfrak{R}_p = \mathfrak{R}_s = \left( \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 \\ T_p = T_s = \mathcal{T}_p = \mathcal{T}_s = \frac{4n_1 n_2}{(n_2 + n_1)^2} \end{array} \right. \quad (1.23)$$

#### 14. 布儒斯特角

使振幅反射率的 p 分量等于零( $r_p = 0$ ), 反射光只有 s 分量的特殊入射角称为布儒斯特角. 该入射角由布儒斯特定律给出:

$$\theta_B = \arctan n_2 \quad (1.24)$$

其中,  $\theta_B$  为布儒斯特角. 这时  $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$ , 即反射光出射方向与折射光出射方向垂直.

### 15. 斯托克斯倒逆关系

$$r^2 + t'^2 = 1, r' = -r \quad (1.25)$$

其中,  $r$ 、 $t$  分别是光从折射率为  $n_1$  的介质入射时的振幅反射率和透射率;  $r'$ 、 $t'$  分别是光从折射率为  $n_2$  的介质入射时振幅的反射率和透射率(对 p 波、s 波均适用)。

### 16. 半波损失

当平面波在接近正入射或者掠入射下从光疏介质与光密介质的分界面反射时, 反射光振动相对于入射光振动发生了  $\pi$  的位相跃变, 即产生了半个波长的跃变。

$$\mathcal{D}' = \mathcal{D} \pm \frac{\lambda}{2}$$

其中,  $\mathcal{D}$  是表观光程差,  $\mathcal{D}'$  是有效光程差。

### 17. 光在金属中的传播

金属中电磁场的波动方程为

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.26)$$

平面波为

$$\mathbf{E} = A \exp(-\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{r}) \exp[i(\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \quad (1.27)$$

若平面波沿垂直金属表面传播(如  $z$  轴), 则式(1.26)变为

$$\mathbf{E} = A \exp[-\alpha z] \exp[i(\beta z - \omega t)] \quad (1.28)$$

对于金属良导体,  $\frac{\sigma}{\epsilon\omega} \gg 1$ , 则

$$\alpha \approx \beta \approx \left(\frac{\omega\mu\sigma}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.29)$$

穿透深度为

$$z_0 = \frac{1}{\alpha} \approx \left(\frac{2}{\omega\mu\sigma}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.30)$$

### 18. 光的吸收、色散和散射

1. 吸收: 朗伯定律(或称布格尔定律)。

经传播距离  $z$  后光强减少为

$$I = I_0 \exp[-\bar{\alpha}z] \quad (1.31)$$

其中,  $\bar{\alpha}$  是介质的吸收系数。

比尔定律:

$$I = I_0 \exp[-\beta Cz] \quad (1.32)$$

式中,  $C$  是溶液浓度,  $\beta$  是比例常数。

2. 色散. 色散是指一种光在介质中传播时其折射率(速度)随频度(或波长)变化的现象. 随着光的波长增加, 吸收物质的折射率和色散率增大的称为反常色散. 反之, 随着光的波长增加, 透明物质的折射率和色散率减小的称为正常色散. 正常色散的规律由经验公式, 即柯西色散公式给出:

$$n = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4} \quad (1.33)$$

其中,  $a$ 、 $b$  和  $c$  是只与物质有关而与波长无关的常数。

### 3. 散射:瑞利散射定律.

$$I \propto \frac{1}{\lambda^4} \quad (1.34)$$

## 常见习题分类及典型例题分析

**题型一** 已知单色平面波或球面波的表达式,求频率、波长、周期、振幅、相速度、传播方向及某个平面上的复振幅分布;或相反地,给出振幅、频率、波长等求波的表达式.

**基本解题思路** 对比波的标准表达式和各物理量的关系式(1.5)~(1.12)求之;利用麦克斯韦方程组,由给出的电场求磁场,反之亦然.

**例 1.1** 写出在  $oyz$  平面内沿与  $y$  轴成  $\theta$  角的  $r$  方向传播的平面波的复振幅.

**解** 该平面波波矢的三个分量分别为

$$k_x = 0, k_y = k \cos \theta, k_z = k \sin \theta$$

其位相分布为

$$\phi(r) = \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \phi_0 = k(y \sin \theta + z \cos \theta) + \phi_0$$

其中,  $\phi_0$  是原点处的初相.

设平面波振幅大小为  $A$ , 则其复振幅为

$$\tilde{E}(r) = A \exp\{i[k(y \sin \theta + z \cos \theta) + \phi_0]\}$$

**例 1.2** 一个平面电磁波可以表示为  $E_x = 0, E_y = 2 \cos\left[2\pi \times 10^{14}\left(\frac{z}{c} - t\right) + \frac{\pi}{2}\right], E_z = 0$ .

求:

(1) 该电磁波的频率、波长、振幅和原点的初相是多少?

(2) 波的传播和电矢量的振动取哪个方向?

(3) 与电场相联系的磁场  $\mathbf{B}$  的表达式.

**解** (1) 把题给条件与式(1.8)和式(1.9)比较可知:

振幅  $A = 2$ , 频率  $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 10^{14}$  Hz, 波长  $\lambda = \frac{2\pi}{k} = 3.0 \times 10^{-6}$ , 初相  $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$ .

(2) 平面电磁波沿  $z$  轴正方向传播, 又因  $E_x = 0, E_z = 0$ , 故矢量的振动取  $y$  轴方向.

(3) 由麦克斯韦方程组(1.1)中的第三式  $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ , 并考虑题设  $E_x = E_z = 0$ ,

以及  $\frac{\partial E_y}{\partial x} = 0$ , 得

$$B_y = B_z = 0$$

且

$$\frac{\partial B_x}{\partial t} = -\frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{2\pi \times 10^{14}}{c} \sin\left[2\pi \times 10^{14}\left(\frac{z}{c} - t\right) + \frac{\pi}{2}\right]$$

对  $t$  积分得

$$B_x = \frac{2}{c} \cos\left[2\pi \times 10^{14}\left(\frac{z}{c} - t\right) + \frac{\pi}{2}\right]$$

可见,  $\mathbf{E}$  与  $\mathbf{B}$  互相正交且与波的传播方向垂直.

**例 1.3** 一平面简谐电磁波在真空中沿正  $x$  方向传播,其频率为  $4 \times 10^{14}$  Hz, 电场振幅为 14.14 V/m, 如果该电磁波的振动面与  $zy$  平面呈  $45^\circ$  角, 试写出  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{B}$  的表达式.

**解** 已知频率  $\nu = 4 \times 10^{14}$  Hz

则波数

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi \times \nu}{c} = \frac{2\pi \times 4 \times 10^{14}}{3 \times 10^8} = 2.7\pi \times 10^6 (\text{m}^{-1})$$

因波沿  $x$  方向传播, 所以

$$E_x = 0$$

$$E_z(x, t) = E_{0z} \exp[ik(x - \nu t)] = 14.14 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \exp[i2.7 \times 10^6 \pi(x - 3 \times 10^8 t)]$$

$$= 10 \exp[i2.7 \times 10^6 \pi(x - 3 \times 10^8 t)]$$

$$E_y(x, t) = E_{0y} \exp[ik(x - \nu t)] = 10 \exp[i2.7 \times 10^6 \pi(x - 3 \times 10^8 t)]$$

所以

$$\mathbf{E} = E_y \mathbf{e}_y + E_z \mathbf{e}_z$$

$\mathbf{B}$  垂直于  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{k}$ , 又  $|\mathbf{E}| = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} |\mathbf{B}|$ , 故可得

$$B_{0z} = B_{0y} = \frac{10}{3 \times 10^8} = 3.33 \times 10^{-6}$$

$$B_y(x, t) = B_{0y} \exp[ik(x - \nu t)] = 3.33 \times 10^{-6} \exp[i2.7 \times 10^6 \pi(x - 3 \times 10^8 t)]$$

$$B_z(x, t) = B_{0z} \exp[ik(x - \nu t)] = 3.33 \times 10^{-6} \exp[i2.7 \times 10^6 \pi(x - 3 \times 10^8 t)]$$

$$\mathbf{B} = -B_y \mathbf{e}_y + B_z \mathbf{e}_z$$

**题型二** 求反射率、透射率、反射和透射光的光强度或偏振度.

**基本解题思路** 利用菲涅耳公式、布儒斯特定律及全反射临界角求解.

**例 1.4** 试证明反射光与透射光的振幅及位相满足斯托克斯倒逆关系:  $r^2 + t'^2 = 1$  和  $r' = -r$ . 式中,  $r, t$  分别是光从第一介质到第二介质的振幅反射系数和振幅透射系数,  $r', t'$  则是从第二介质到第一介质的相应值.

**证明** 设上方为  $n_1$  介质, 下方为  $n_2$  介质. 若振幅为  $E_0$  的光入射, 则反射光为  $rE_0$ , 折射光为  $tE_0$  如图 1.1(a) 所示.

若反射光与折射光以原来的振幅  $rE_0$  和  $tE_0$  逆着原来的光路传播, 其反射和折射的振幅如图 1.1(b)、(c) 所示.

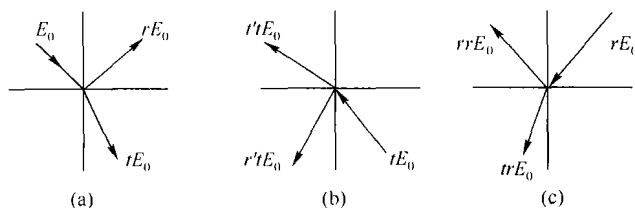


图 1.1 例 1.4 用图

根据光的可逆性原理,  $r'tE_0, trE_0$  应相互抵消,  $t'tE_0, rr'E_0$  应合成原入射光的振幅, 即

$$trE_0 + r'tE_0 = 0, rrE_0 + tt'E_0 = E_0$$

由此可得到斯托克斯倒逆关系式:

$$r' = -r, tt' + r^2 = 1$$

**例 1.5** 平行光以布儒斯特角从空气射到玻璃( $n = 1.5$ )上,求:

(1) 能流反射率  $R_p$  和  $R_s$ ;

(2) 能流透射率  $T_p$  和  $T_s$ .

**解** 光以布儒斯特角入射时,反射光无 p 分量,即  $R_p = 0$ .

布儒斯特角为

$$\theta_1 = \theta_B = \arctan 1.5 \approx 56.3^\circ, \theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$$

s 分量的能流反射率为

$$R_s = |r_s|^2 = \left[ \frac{\sin(\theta_2 - \theta_1)}{\sin(\theta_2 + \theta_1)} \right]^2 = \sin^2(90^\circ - 2\theta_B) \approx 14.8\%$$

因能量守恒,故能流透射率分别为

$$T_p = 1 - R_p = 1$$

$$T_s = 1 - R_s \approx 85.2\%$$

能流透射率也可以直接通过式(1.21)中的第三、第四式,以及式(1.19)和式(1.20)中的第三、第四式求出.但这种计算方法不仅繁复,而且往往因为忽视能流透射率和强度透射率的差别容易出错.因此,在不考虑介质吸收的情况下,可求出能流反射率,再利用能量守恒求能流透射率.

**题型三** 求解有关色散、吸收和散射的问题.

**基本解题思路** 利用科希色散公式求解色散问题;

用朗伯定律或比尔定律解决吸收问题;

用瑞利散射定律解释一些现象.

**例 1.6** 强度为  $I_0$  的光射入一段 20m 的光纤,光纤出射端的光强度的测量值为  $I_1$ . 将光纤截为 10m 长,用相同强度  $I_0$  的光再射入光纤,其输出的光强度的测量值为  $I_2$ . 已知  $I_2/I_1 = \exp[2]$ ,则光纤对光的衰减系数  $\bar{\alpha}(m^{-1})$  为多大?

**解** 由朗伯定律  $I = I_0 \exp[-\bar{\alpha}z]$  得

$$I_1 = I_0 \exp[-20\bar{\alpha}]$$

$$I_2 = I_0 \exp[-10\bar{\alpha}]$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \exp[10\bar{\alpha}] = \exp[2]$$

所以

$$\bar{\alpha} = 0.2(m^{-1})$$

**例 1.7** 试证当媒质厚度为 1cm,吸收系数很小很小时,吸收率  $G = \frac{I_0 - I}{I_0}$  在数值上就等于吸收系数本身.

**证明** 由朗伯定律及吸收率的定义得

$$G = \frac{I_0 - I}{I_0} = 1 - \exp[-\bar{\alpha}z] = 1 - \left( 1 - \bar{\alpha} + \frac{\bar{\alpha}^2}{2} + \dots \right) \approx \bar{\alpha}$$

## 教材习题解答

1.1① 在真空中传播的平面电磁波,其电场表示为

$$E_x = 0, E_y = 0, E_z = (10^2 \text{ V/m}) \cos \left[ \pi \times 10^{14} s^{-1} \left( t - \frac{x}{c} \right) + \frac{\pi}{2} \right]$$

求该电磁波的频率、波长、周期、振幅和初相.

解 据式(1.7),沿 $z$ 方向振动、 $x$ 方向传播的平面波的基本表达形式为

$$E = A \cos \left[ 2\pi\nu \left( \frac{x}{c/n} - t \right) \right] = A \cos \left[ 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \nu t \right) \right]$$

则频率 
$$\nu = \frac{\pi \times 10^{14}}{2\pi} = 0.5 \times 10^{14} \text{ (Hz)}$$

波长 
$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \times 10^8}{0.5 \times 10^{14}} = 6 \times 10^{-6} \text{ (m)}$$

周期 
$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{0.5 \times 10^{14}} = 2 \times 10^{-14} \text{ (s)}$$

振幅 
$$A_{0z} = 100 \text{ (V/m)}$$

初相 
$$\phi_0 = \frac{\pi}{2}$$

1.2 一个线偏振光在玻璃中传播时可以表示为

$$E_y = 0, E_z = 0, E_x = 10^2 \cos \pi 10^{15} \left( \frac{z}{0.65c} - t \right)$$

试求:(1)光的频率;(2)波长;(3)玻璃的折射率.

解 根据式(1.7)和式(1.9)得,沿 $z$ 方向传播的平面波为

$$E = A \cos \left[ 2\pi\nu \left( \frac{z}{c/n} - t \right) \right] = A \cos \left[ 2\pi \left( \frac{z}{\lambda} - \nu t \right) \right]$$

把题给表达式改为

$$E_x = 10^2 \cos \left[ 2\pi \frac{10^{15}}{2} \left( \frac{z}{0.65c} - t \right) \right]$$

两式比较得:

(1) 光的频率为

$$\nu = \frac{10^{15}}{2} = 5 \times 10^{14} \text{ (Hz)}$$

(2) 波长为

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{2 \times 0.65c}{10^{15}} = 3.9 \times 10^{-7} \text{ (m)} = 390 \text{ (nm)}$$

(3) 玻璃的折射率为

$$n = \frac{1}{0.65} = 1.54$$

① 此题为另加题,教材中习题1.1的解答见例1.2.

1.3 利用波矢量  $\mathbf{k}$  在直角坐标系的方向余弦  $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$  写出平面简谐波的波函数, 并且证明它是三维波动微分方程的解.

证明

$$\begin{aligned} E(r, t) &= A \cos[\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varphi_0] \\ &= A \cos[k_x x + k_y y + k_z z - \omega t + \varphi_0] \\ &= A \cos[k(\cos\alpha x + \cos\beta y + \cos\gamma z) - \omega t + \varphi_0] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = -\cos^2\alpha \cdot k^2 \cdot E, \quad \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} = -\cos^2\beta \cdot k^2 \cdot E, \quad \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = -\cos^2\gamma \cdot k^2 \cdot E$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\omega^2 E$$

由于  $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$ ,  $k = 2\pi/\lambda = \omega/v$ , 所以

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = -k^2 E = -\frac{\omega^2}{v^2} E = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

1.4 一种机械波的波函数为

$$y = A \cos 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right)$$

其中  $A = 20\text{mm}$ ,  $T = 12\text{s}$ ,  $\lambda = 20\text{mm}$ , 试画出  $t = 3\text{s}$  时的波形曲线(从  $x = 0$  画到  $x = 40\text{mm}$ ).

解 按题给条件得图 1.2.

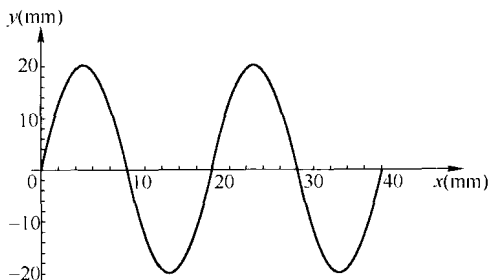


图 1.2 题 1.4 用图

1.5 在与一平行光束垂直的方向上插入一透明薄片, 其厚度  $h = 0.01\text{mm}$ , 折射率  $n = 1.5$ , 若光波的波长  $\lambda = 500\text{nm}$ , 试计算插入玻璃片前后光束光程和位相的变化.

解 插入玻璃片前后, 光束光程的变化为

$$\Delta = (n - 1)h = 0.005(\text{mm})$$

位相的变化为

$$\phi_1 = [\phi_0 - \omega t + kz] = \left[ \phi_0 - 2\pi \cdot \frac{c}{\lambda} \cdot t + kz \right] = \left[ \phi_0 + \frac{2\pi}{\lambda}(z - ct) \right]$$

$$\phi_2 = \left[ \phi_0 + \frac{2\pi}{\lambda/n} \left( z - \frac{c}{n} \cdot t \right) \right]$$

则

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = (n - 1)kz = k(n - 1)h = 20\pi$$

1.6 地球表面每平方米接收到来自太阳光的功率约为  $1.33\text{kW}$ , 试计算投射到地球表面的太阳光的电场强度. 假设可以把太阳光看做是波长  $\lambda = 600\text{nm}$  的单色光.



解 由  $I = \frac{1}{2} c \epsilon_0 A^2$  得电场强度为

$$A = \sqrt{\frac{2I}{c \epsilon_0}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.33 \times 10^3}{3.0 \times 10^8 \times 8.8542 \times 10^{-12}}} \approx 10^3 \text{ (V/m)}$$

1.7 在离无线电发射机 10km 远处飞行的一架飞机, 收到功率密度为  $10 \mu\text{W}/\text{m}^2$  的信号. 试计算:

- (1) 在飞机上来自此信号的电场强度大小;
- (2) 相应的磁感强度大小;
- (3) 发射机的总功率.

假设发射机各向同性地辐射, 且不考虑地球表面反射的影响.

解

(1) 由  $I = \frac{1}{2} c \epsilon_0 A^2$  得信号的电场强度为

$$A = \sqrt{\frac{2I}{c \epsilon_0}} = \sqrt{\frac{2 \times 10 \times 10^{-6}}{3.0 \times 10^8 \times 8.8542 \times 10^{-12}}} \approx 8.7 \times 10^{-2} \text{ (V/m)}$$

(2)  $B = \frac{E}{c} = \frac{8.7 \times 10^{-2}}{3 \times 10^8} = 2.9 \times 10^{-10} \text{ (T)}$

(3) 因发射机各向同性地辐射, 所以其总功率为

$$P = 4\pi R^2 I = 4\pi \times (10 \times 10^3)^2 \times 10 \times 10^{-6} = 1.26 \times 10^4 \text{ (W)}$$

1.8 沿空间  $\mathbf{k}$  方向传播的平面波可以表示为

$$E = 100 \exp\{i[(2x + 3y + 4z) - 16 \times 10^5 t]\}$$

试求  $\mathbf{k}$  方向的单位矢  $\mathbf{k}_0$ .

解  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = k(\cos\alpha \cdot \mathbf{e}_x + \cos\beta \cdot \mathbf{e}_y + \cos\gamma \cdot \mathbf{e}_z) \cdot (x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z)$   
 $= k(\cos\alpha \cdot x + \cos\beta \cdot y + \cos\gamma \cdot z)$

$$k_x = \frac{2}{\sqrt{29}}, k_y = \frac{3}{\sqrt{29}}, k_z = \frac{4}{\sqrt{29}}, \text{ 所以 } \mathbf{k}_0 = \frac{1}{\sqrt{29}}(2\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_z)$$

1.9 球面电磁波的电场  $E$  是  $r$  和  $t$  的函数, 其中  $r$  是一定点到波源的距离,  $t$  是时间.

(1) 写出与球面波相应的波动方程的形式;

(2) 求出波动方程的解.

解 据式(1.2)得, 直角坐标下的波动方程是

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

利用球坐标  $x = r \sin\varphi \cos\theta, y = r \sin\varphi \sin\theta, z = r \cos\varphi$ , 波动方程可化为

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial E}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin\varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \sin\varphi \frac{\partial E}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \varphi} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial \theta^2} = \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

下面求具有球对称的简单解, 即要求的波函数与  $\theta, \varphi$  无关.

$$E(r, \theta, \varphi, t) = E(r, t)$$

因此, 方程中对于  $\theta$  和  $\varphi$  的偏导数为零. 波动方程为

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial E}{\partial r} = \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2},$$