



HZ BOOKS

华章经管

概率决策原来可以如此轻松学习!

CENGAGE  
Learning™

Probability Models  
for Economic Decisions

经济决策  
的 概率模型

2007年诺贝尔经济学奖获得者

(美) 罗杰 B. 迈尔森 (Roger B. Myerson)  
芝加哥大学 著

董志强 汤灿晴 等译



机械工业出版社  
China Machine Press

Probability Models  
for Economic Decisions

经济决策  
的 概率模型

(美) 罗杰 B. 迈尔森 (Roger B. Myerson) 著  
芝加哥大学

董志强 汤灿晴 等译



机械工业出版社  
China Machine Press

本书是一本将概率模型用于分析风险和经济决策的入门教材。全书自始至终倾向读者阐明，如何在复杂的现实情形中运用概率论，并将概率论晦涩的数学运算融入到生动有趣的现实经济生活中。全书的分析性工作都是在 Microsoft Excel 电子表格中进行的，这种方法有助于读者处理更为复杂的问题。强调电子表格建模的结果是，阅读完本书的读者可从中学到精妙的电子表格技巧，轻松获得概率分析的应用能力。

本书适用于经济管理类专业高年级本科生和 MBA 学员，也可作为从事概率论、经济决策或数量建模等课程研究的人员参考读物。

Roger B. Myerson. Probability Models for Economic Decisions.

Copyright © 2005 by Thomson Brooks/Cole, a part of Cengage Learning.

Original edition published by Cengage Learning.CMP Press is authorized by Cengage Learning to publish and distribute exclusively this simplified Chinese edition. This edition is authorized for sale in the People's Republic of China only (excluding Hong Kong, Macao SAR and Taiwan). Unauthorized export of this edition is a violation of the Copyright Act. No part of this publication may be reproduced or distributed by any means, or stored in a database or retrieval system, without the prior written permission of the publisher.

All rights reserved.

本书原版由圣智学习出版公司出版。本书中文简体字翻译版由圣智学习出版公司授权机械工业出版社独家出版发行。此版本仅限在中华人民共和国境内（不包括中国香港、澳门特别行政区及中国台湾地区）销售。未经授权的本书出口将被视为违反版权法的行为。未经出版者预先书面许可，不得以任何方式复制或发行本书的任何部分。

本书封底贴有 Cengage Learning 防伪标签，无标签者不得销售。

版权所有，侵权必究

本书法律顾问 北京市展达律师事务所

本书版权登记号：图字：01-2008-3665

### 图书在版编目（CIP）数据

经济决策的概率模型 / (美) 迈尔森 (Myerson, R. B.) 著；董志强等译. —北京：机械工业出版社，2009.5  
(经济教材译丛)

书名原文：Probability Models for Economic Decisions

ISBN 978-7-111-26846-8

I. 经… II. ①迈… ②董… III. 概率—数学模型—应用—经济决策—教材 IV. F202

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 057361 号

机械工业出版社 (北京市西城区百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑：胡智辉 版式设计：刘永青

北京瑞德印刷有限公司印刷

2009 年 5 月第 1 版第 1 次印刷

184mm×260mm · 17.75 印张

标准书号：ISBN 978-7-111-26846-8

定价：56.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

本社购书热线：(010) 68326294

投稿热线：(010) 88379007

# 译者序

## 概率决策原来可如此轻松地学习

历时半年，迈尔森的卓越教材《经济决策的概率模型》翻译工作顺利完成。作为译者我最想向潜在的读者说的一句话是：原来概率论和概率决策还可以这样轻松地学习！

在传统的概率论与概率决策教材中，一直强调数学公式的推演，其过程的抽象性使得概率计算成为一项极具挑战性的工作。即使一些优秀的数学专家，犯下概率计算的错误亦不鲜见。<sup>①</sup>至于普通大众，被概率玩弄更是常有之事。

由于特别针对的读者对象是MBA学员和高年级经管专业本科生，所以迈尔森教授这本书一反传统做法，抛弃了抽象的数学公式，强调从概率模型的大量模拟结果去直观地理解概率计算。譬如开篇就讲到一个精彩的例子：高能力的销售员每个促销电话有 $2/3$ 的概率成功，低能力的销售员有 $1/3$ 的概率成功，现在我们观察到一个既可能是高能力也可能是低能力（概率各为 $1/2$ ）的销售员拨打了20个销售电话，刚好成功了9次，请问这个销售员属于高能力的概率是多少？这个问题，我想就算是一个概率论专家，至少也得算上大半天吧；绝大多数学生可能根本就算不出答案。但是，利用电子表格模拟模型，即使一个普通的学生来回答这个问题，耗费的时间也不会超过3分钟。该问题模拟模型的思路是：我假设有大量的销售员（比如1000名），每个人都由上天以 $1/2$ 的概率选择其能力高低，然后我观察这1000名销售员20个电话的销售业绩，找出其中刚好成功售出9次的销售员（比如说结果为68名），再找出这68名中属于高能力的销售员人数（比如说为13名），那么我就可以将频率 $13/68 \approx 0.19$ 作为对成功售出9次的销售员属于高能力的概率之估计值，即基于模拟模型我可以宣称：一名在20个电话中刚好成功售出9次的销售员，他属于高能力的概率不会超过20%。回答的分析过程就这么简单，无须进行数学公式的推演，一切分析工作都是基于我们所熟悉的Excel

<sup>①</sup> 可参阅 Paul Hoffman, *The Man Loved Only Numbers* (New York: Hyperion, 1998) 第233-240页，本书讲到了几个概率论专家，包括才华横溢著作等身的数学家 Paul Erdős，他们算错了一个很简单的概率题，与其解释后他们竟然还不知道自己的错误。

电子表格通过蒙特卡罗模拟来进行的。

这个例子的诱人之处，我想不只是因为它体现了基于 Excel 电子表格模拟模型来分析概率的便捷性，同时对于一个人事经理来说，他确有可能面临这样的通过员工的业绩来探测员工能力的实际问题。是的，在迈尔森这本教材中，自始至终都体现了为真实的复杂决策情形服务的理念。读者不仅可以在本书中直观地学习并理解概率理论，而且也将见识到概率决策模型在金融、投资、竞标、激励机制、存货决策、排队模型等多方面的应用，并学会基于 Excel 电子表格针对复杂的现实问题建立模拟模型。本书为读者处理现实中的概率决策问题提供了有力的分析工具。

基于此，作为译者我也特别将这本书推荐给国内的 MBA 学员和经管专业高年级本科生以及从事概率论、经济决策或数量建模等课程的同行学者。当然，如果有读者乐于自学，本书对理论和方法的细致而详尽的介绍也完全可以满足自学掌握的要求。对于希望进阶学习的读者，迈尔森教授曾在与译者的通信中寄语：

对于那些学习内容将超出本书之外的学生，我希望大家可以发现：无论对于商业和个人生活中的实践应用，还是对于统计和经济分析中的理论模型，电子表格模拟模型都是一种极为有用的手段，可帮助我们对不确定条件下的决策获得有益洞见。

接下来，我简单交代一下有关本书翻译的情况。本书原著是基于 Excel2003 版写成，所以我们在翻译中对 Excel 的操作和术语之翻译都与 Excel2003 简体中文版对应。如果读者使用的是 Excel2007 等更高的版本，在个别菜单术语和菜单布局上可能有一些差异，但这应不会构成障碍（事实上主要是菜单布置方式有点差异，所用的功能并未改变），因为例子和方法及其所体现的思想是独立于菜单布局的。

另外，我建议读者在学习过程中，能够保持勤动手的习惯，将书中的例子随着讲述进程亲自操作一遍。一方面，本书原著大量运用长句，给翻译造成了一定的难度，尽管我们已尽量使译文简单明了，但仍有些长句难以调整；另一方面，有些统计和概率的概念始终是比较抽象的。如果读者愿意动手，那么直观的操作及其结果将有助于理解全书的行文和概念，避免上述两方面的潜在问题。对于英文够好的读者，我们建议应尝试阅读原著（不但是这本教材，其他的著作也一样），翻译的文字毕竟都只是二手货。

有很多人为本书翻译贡献了力量。为了提高效率，先由董志强翻译了前言、目录和术语，然后由硕士生刁冬翠、李伟成、袁晓琳、陈荣、郑加梅、戴瑞春、李文霞、谭剑成、晏晓雪翻译了初稿。为了保证质量，董志强、博士生汤灿晴、硕士生李文霞和郑加梅对全书各章进行了第二次重译。之后由董志强统稿并完整地逐句校译一遍，尽可能避免了漏译、误译，统一了各项译名和术语。不过，再精心的校对也难免留下一些隐藏至深的错误。全书可能的错误由董志强负责，但我们更希望读者朋友们可以将发现的错误明示给我们（d\_zq@163.com），以便重印时改进。

董志强

于小谷围岛

# 教学建议

## 一、教学目的

本课程适用于 MBA 学员和经济管理类专业高年级本科生，定位于让他们获得概率分析能力，掌握建立定量分析模型的艺术，并学会将概率决策分析应用于现实决策问题。本教材采用了基于 Excel 和 Simtools 模拟的直观表述方式，因而尤其适合于未曾专门修过概率论的学生和缺乏数学基础的 MBA 学员。

## 二、授课建议

本课程可根据教学对象对内容进行取舍，若学生提前修过概率论，则第 2、第 4、第 5 和第 6 章简单回顾即可，重点讲授第 1、第 3、第 7、第 8 和第 9 章。对于 MBA 学员，本课程可以作为概率统计与运筹学等课程的教材，教师可根据实际需要选择侧重的教学内容。

此处提出两种课时安排建议。其一为 36 课时，侧重讲授前 7 章，对于第 8 章和第 9 章予以忽略；此安排适合于低年级本科生的概率与经济决策类课程；其二为 54 学时，对第 8 和第 9 章给予必要重视，此安排适合于高年级本科生和 MBA 学员。对于 MBA 学员，如果课时受限制，则可以适当减少第 2、第 4、第 5 和第 6 章理论教学内容，确保第 3、第 7、第 8 和第 9 章有足够的学习时间，将是一种较为合理的安排。

在课程教学中，亦建议授课教师根据学生的知识基础和学习能力适当增补或删除理论知识，尤其要重视借助 Excel 电子表格和 Simtools 工具的模拟方法来直观地学习理论，重视突出在电子表格中建立概率决策模型的方法和技巧，并强调通过模拟来对模型进行评估和求解，以便有助于学生直观理解有关理论并学会利用电子表格进行建模以及利用模拟去解决实际的概率决策问题。

## 三、授课进度

教学内容	学习要点	课时安排 (36 学时)	课时安排 (54 学时)
第 1 章 模拟与条件概率	对电子数据表和概率决策建模形成初步印象；掌握简单的概率分布(如二项分布、三角分布)的电子表格模拟，掌握常用的电子表格操作技巧	4	4

(续)

教学内容	学习要点	课时安排 (36 学时)	课时安排 (54 学时)
第 2 章 离散随机变量	理解不确定性决策中的未知量，掌握绘制概率分布的技巧；能利用 Excel 模拟离散随机变量，模拟估计期望值和标准差，从样本中进行估计，理解样本估计的精度；理解决策标准；理解多元随机变量	4	6
第 3 章 常风险容限的效用理论	理解效用分析的基本理论，理解线性风险容限的一般假设；学会将模拟数据用于效用分析	6	6
第 4 章 连续随机变量	理解各种概率分布，包括正态分布、对数正态分布、广义对数正态分布及其他重要分布；掌握两个重要函数 EXP 和 LN 的性质和应用；理解主观概率估计及其应用	6	6
第 5 章 多元正态随机变量与相关性	理解离散随机变量的联合分布、协方差和相关性、随机变量的线性组合；掌握利用 Excel 和 CORAND、NORMINV 等命令创建多元正态随机变量；掌握 Excel 求解规划问题的基本技巧；学会将 Excel 模拟和规划求解方法用于投资组合优化的模拟分析	6	6
第 6 章 条件期望	理解随机变量之间的依存性；学会利用 Excel 估计条件期望和标准差；理解离散例子中的期望后验法则；掌握树图中条件期望的逆向分析、条件期望关系与相关性；理解线性回归模型和基于最小平方误差的回归分析	4	6
第 7 章 决策变量的最优化	掌握决策分析中运用模拟的一般技巧；理解信息的策略性运用；学会利用决策树辅助分析；掌握拍卖竞价的基础知识和利用电子数据表格模拟竞价行为	6	6
第 8 章 风险分担与金融	理解常风险容限个人合伙中的最优风险分担、大量非线性分担规则中线性规则的最优性、受制于道德风险激励约束的风险分担、道德风险下的分段线性分担规则；学会运用电子数据表模拟分析资产定价问题		6
第 9 章 增长和到达的动态模型	理解动态决策所需的基本概念，如净现值、预测模型；掌握一些重要的运筹模型及其模拟技巧，包括布朗运动增长模型、对数最优投资策略、指数到达模型、排队模型、简单的存货模型、项目时间长度与紧急任务		8

# 前言

本书是一部将概率模型用于分析风险和经济决策的入门教材。读者先学习过概率论当然很好，但若不曾学过也没关系，因为本书介绍了概率论的基本思想。全书自始至终倾力于向读者讲明，如何在复杂的现实情形中运用概率论。全书的分析性工作都是在 Microsoft Excel 电子表格中进行的，因为与演算数学公式的传统方法相比，电子表格方法有助于学生处理更为复杂的问题。强调电子表格建模的结果是，诸多读者也可从本书学到精妙的电子表格技巧，但本书的主要目标是让本科生或 MBA 学员轻松获得概率分析的应用能力。

任何定量分析课程的最终目标，都应该是教会学生建立定量模型的艺术；定量模型应该对现实决策问题给出实用的洞见。但是，对于那些包含两个以上变量的复杂模型，学生通常难以掌握，故而太数量化的方法常常是在缺少任何现实复杂性的简化应用环境中来讲授的。其典型结果是，即便那些在期末考试中表明已熟练掌握数理概念的优秀学生，也常常不清楚如何把那些概念运用到现实世界。

20世纪80年代，我在西北大学凯洛格管理学院做信息经济学的理论研究，同时也讲授MBA学员的概率论，那时上述问题尤令我灰心。信息经济学的新进展告诉经济理论家，不确定性分析对于理解经济主体的竞争行为至关重要，而概率论是所有不确定分析的基础。但是，要与MBA学员沟通概率分析的应用重要性，似乎是很困难或者不可能的；尽管他们的职业目标是要成为我们这些理论家所研究的竞争成功的经济主体。因此，在20世纪80年代后期，我开始探索全新的方式讲授概率分析，以便学生在10周MBA层次的课程后能够将概率分析应用于真正有趣的经济问题和案例。这种探索的一个重要动力，是我感觉到威力强大的新型电子表格有巨大的未开发潜力，它可以改变数量分析的教学方式。本书正是这一漫长的试验过程和教学发展的结晶。

而今，概率论和统计学教材用Excel电子表格做运算已是家常便饭。但是，在绝大多数情形，这些教材只不过是把教授们过去在黑板上讲授的“旧酒”装到电子表格这个“新瓶”之中。只有极少数作者提出了更深入的问题：新型电子表格方法将如何改变一门初级数量分析课程的内

容？如果我们真的希望最大化学生从本门课程所获之技能的实用价值，那么就必须询问此类问题。当我们在白纸或黑板上演算的时候，解析方法对于一个应用管理学和经济学的学生来说可能太过于困难或复杂；而现在，同样的学生却可以从电子表格中直观把握。此外，具有内置函数和帮助信息的计算机程序随手可得，学生也无须记忆基本的计算公式。

讲授电子表格的最大优势在于，它们使得多元模型更易于被学生直观理解。当要求学生思考黑板上以字母“X”或“阿尔法”(alpha)表示的多变量时，绝大多数学生茫然不知所云；但同样的学生却可以直观地理解电子表格中以单元格表示许多变量的电子表格模型。电子表格的运用，摧毁了阻止绝大多数学生成为娴熟的数量化建模高手的障碍。因此，在本书中我自始至终都在努力展示概率分析方法如何可用于现实复杂性的例子。

概率模型的蒙特卡罗随机化模拟在本书发展过程中逐渐得到了强调。最初，我强调计算概率和期望值的其他方法，但是我意识到其他计算方法通常要求特定的假设，那些特定的假设限制了我们可以考虑的应用范围。蒙特卡罗模拟是对包含任何不确定性的情形进行建模的最为通用的框架；并且它还有一个优势，即可以使我们真正领会模型中的不确定性，因为未知量在每次重新计算时都会发生改变。运用蒙特卡罗模拟，我们可以获得用于阐释和改善概率与决策分析中任何高级概念的一般框架。我们甚至可以对传统的统计学专题给出全新且令人印象深刻的阐释，比如置信区间（见 2.6 节）和回归（见 6.7 节和 6.8 节）。

在我开发本课程的同时，我还开发了自己的插件 (Simtools.xla) 以扩展 Excel 的概率分析能力。我没有采用商业生产的统计风险分析插件（比如 Crystal Ball 或 @Risk），因为我想在决策分析和经济建模方面更上一层楼，同时又尽量少去改造 Excel 的结构。不过我发现，课程开发和软件开发之间存在协同效应。学生们常异口同声要求我增加函数将课程困难章节简单化，而新的软件已简化了某些专题，使得讲授其他过去看来太困难的重要专题成为可能。这一过程的结果是，有许多辅助决策的新函数目前是 Simtools 所特有的（例如 GENINV, CORAND 和 CE 等），但它们将来最终可能被其他模拟插件所模仿。

我在西北大学和芝加哥大学的 MBA 和本科生中使用了这本教材。我的绝大多数学生先学习过概率论，但在本课程需要应用时他们却常常难以回忆起学过的东西。因此本书囊括了对我们所用到的所有基本的概率概念的初步讨论。第 1 章介绍了概率和条件概率的基本思想。第 2 章涵盖了离散随机变量、期望值和标准差。第 3 章稍微偏离概率论，介绍了风险规避和常风险承受度下的效用分析。接着第 4 章引入了连续随机变量，并强调了正态分布和对数正态概率分布。第 5 章涵盖了联合分布和相关性，而第 6 章则讨论了条件期望和回归模型。

本书随后的章节是围绕模型的类别来组织的。第 7 章讨论单变量简单决策模型，强调了产量决策（“报童”问题）和价格决策（拍卖中的竞价）。第 8 章关注于合伙关系和金融市场的风险分担。最后，第 9 章引入了预测数量如何随时间变化的广泛的动态模型。

这些材料用于一个学期的课程绰绰有余。在最近的 10 周课程中，因为学生需要复习一下基础概率论，我选取了第 1 章 1.1~1.4 节，第 2 章全部，第 3 章 3.1~3.2 节，第 4 章 4.1~4.7 节，第 5 章 5.1~5.8 节，第 6 章 6.1~6.2 节和 6.6 节，第 7 章 7.1~7.2 节和 7.4~7.6 节，第 8 章 8.1 节和 8.3 节。若学生具有较深厚的概率论背景，我将在第 2 章和第 4 章少花点时间，在第 8 章和第 9 章多花点时间。本书的核心在第 5 章（随机变量之间的关系）和第 7 章（决策变量），在任何课程中，这两章都应认真对待。我也曾努力使本书适合于自学或者课外的专业提高训练。当你打开每章的电子表格文件，你就获得了我在课堂上展示给你的一切。

我首先要感谢霍华德·雷法 (Howard Raiffa)，他曾是我的老师，而他的影响在本书随处可见。赛德·德希穆克 (Sid Deshmukh) 和萨姆·萨维奇 (Sam Savage) 多年来在本项目中给了我良好的建议和鼓励。唐纳德·约伯斯 (Donald Jacobs)，是他最早建议我在教学中更多地使用电子表格，而罗伯特·韦伯 (Robert Weber) 则是最早教我如何使用电子表格的人。最后但并非不重要的，是我对里贝卡·迈尔森 (Rebecca Myerson) 的亏欠，她仔细阅读了本书的每一章并发现了拼写和 Excel 的错误。在那些使我的 MBA 学生经常感到困惑的地方，她不断地提问，直到我找到更清晰的重写方式。我知道，不是每位高中生都愿意校读其父亲的一本厚实的技术性教材，所以我非常感激里贝卡帮助我创作出了一部更佳之作。

## 致谢

作者对本书各位评议人谨致谢忱：

鲁兹·布兰道 (Luiz Brandao)，得克萨斯大学奥斯汀分校麦克布斯商学院

苏达卡 D. 德希穆克 (Sudhakar D. Deshmukh)，西北大学凯洛格管理学院

林晓东 (Sheldon Lin)，多伦多大学

艾洛尔·佩科兹 (Erol Pekoz)，波士顿大学

萨姆·萨维奇 (Sam Savage)，斯坦福大学

帕特里克·汤普森 (Patrick Thompson)，佛罗里达大学

于芝加哥

# 目 录

译者序  
教学建议  
前言  
作者简介

<b>第 1 章 模拟与条件概率</b> .....	1
1.1 从 Excel 中的 Simstools 开始	2
1.2 如何在电子表格中掷硬币	2
1.3 20 个销售电话的模拟模型	5
1.4 用 Excel 的“数据—模拟运算表”命令进行分析	11
1.5 条件独立	14
1.6 来自三角分布的一个连续随机技能变量	15
1.7 概率树和贝叶斯法则	19
1.8 电子表格高级技巧：创建一个多重输入表格	27
1.9 模型运用	29
小结	31
练习题	31
<b>第 2 章 离散随机变量</b> .....	35
2.1 不确定性决策中的未知量	36
2.2 绘制一个概率分布	37
2.3 模拟离散随机变量	39
2.4 期望值和标准差	42
2.5 从样本中进行估计	45
2.6 样本估计的精度	48
2.7 决策标准	52

2.8 多元随机变量	55
小结	56
练习题	56

## 第 3 章 常风险容限的效用理论 ..... 58

3.1 考虑风险规避：概率下的效用分析	59
3.2 模拟数据的效用分析	66
3.3 线性风险容限更一般的假设	67
3.4 关于效用理论的高技术性注解	68
3.5 关于常风险容限的高技术性注解	72
小结	75
练习题	75

## 第 4 章 连续随机变量 ..... 77

4.1 正态分布	78
4.2 指数函数和自然对数函数	81
4.3 对数正态分布	83
4.4 广义对数正态分布	88
4.5 主观概率估计	89
4.6 含有离散和连续未知量的决策问题	94
4.7 正态彩票的确定性等价	97
4.8 其他概率分布	98
小结	103
练习题	104

<b>第 5 章 多元正态随机变量与相关性</b>	107
5.1 离散随机变量的联合分布	107
5.2 协方差和相关性	110
5.3 几个随机变量的线性函数	112
5.4 根据数据估计相关性	114
5.5 用 CORAND 和 NORMINV 创建多元正态随机变量	118
5.6 多元正态资产回报下的投资 组合分析	121
5.7 Excel 求解工具与有效投资 组合设计	124
5.8 相关性的主观评估	129
5.9 在非正态随机变量下运用 CORAND	131
5.10 随机变量线性函数的深入 说明	134
小结	137
练习题	137
<b>第 6 章 条件期望</b>	140
6.1 随机变量之间的依存性	140
6.2 估计条件期望和标准差	142
6.3 离散例子中的期望后验法则	145
6.4 树图中条件期望的逆向分析	149
6.5 条件期望关系与相关性	151
6.6 关于概率的不确定性	152
6.7 线性回归模型	155
6.8 最小平方误差和回归分析	157
小结	160
练习题	160
<b>第 7 章 决策变量的最优化</b>	162
7.1 决策分析中运用模拟的一般 技巧	162
7.2 信息的策略性运用	168
7.3 决策树	172
7.4 一个简单的竞价问题	176
7.5 赢家的诅咒	179
7.6 竞争行为分析	184
小结	190
练习题	191
<b>第 8 章 风险分担与金融</b>	197
8.1 常风险容限个人合伙中的 最优风险分担	198
8.2 大量非线性分担规则中线性 规则的最优性	203
8.3 受制于道德风险激励约束的 风险分担	207
8.4 道德风险下的分段线性分担 规则	211
8.5 公司决策制定与股票市场的 资产定价	214
8.6 套利定价理论的基本思想	222
小结	225
练习题	226
<b>第 9 章 增长和到达的动态模型</b>	228
9.1 净现值	228
9.2 预测模型	230
9.3 预测的例子：戈音案例	233
9.4 布朗运动增长模型	238
9.5 对数最优投资策略	241
9.6 指数到达模型	245
9.7 排队模型	250
9.8 简单的存货模型	254
9.9 项目时间长度与紧急任务	257
小结	260
练习题	261
<b>附录 与本书一起使用的 Excel 插件</b>	264
<b>参考文献</b>	271

# 第 1 章

## 模拟与条件概率

在不确定情况下制定决策，其困难人所共知。但我们经常不得不在缺乏重要信息的情况下做出决策，而这些信息对我们的决策结果影响很大。决策分析是关于不确定性定量分析决策一般方法的学问。本书介绍了决策分析，并侧重考察牵涉到不确定情况时如何建立复杂精细的经济决策模型。

对不确定性进行量化分析的思想，乍闻起来令人费解。我们如何能分析自己所不知悉的情况呢？答案是，我们可以用概率论的语言来刻画所面临的信息和不确定性。概率论是处理不确定性的基本数学方法。只要我们对某事不了解，其不确定性（原则上）就可以通过概率来量化描述。本书内容包括了概率论的基本概念介绍，但本书的目标是为了说明概率理论如何可以用于理解和洞察实践决策问题。

在最近 20 年，经济学家日益意识到，不确定性对财务计划和竞争战略的制定影响至深。因此我们完全有理由认为，概率论理应成为经济管理类专业学生培养中的一个重要的方法专题。但是，概率论教学的传统方法使大多数学生难以明了概率理论与不确定性实践决策之间的联系，而他们在管理生涯中将要面对的恰恰就是这种不确定性实践决策。这种断裂发生的原因在于，基础概率论课程中以传统方式讲授的公式很难应用于超过一两个未知量的问题。然而，现实的决策问题常常涉及众多的未知量。

而今，计算机技术的进步已允许我们使用不同的方法讲授概率论，这些方法可以消除理论与应用之间的断裂。20 世纪 70 年代后期发明的电子表格提供了一种直观的图形展示，使得想象和理解数学模型变得更为容易，即便模型涉及许多变量时也是如此。随机化的（蒙特卡罗）模拟方法提供了一种计算概率的通用方式，该方式无需学习大量的专业公式。数学家过去常常排斥这种方法，认为它计算太慢且没有效率，但是个人计算机运行速度日益提高逐渐消除了这些疑虑。因此贯穿整本书的重点是，利用电子表格建立随机化模拟模型。即便开篇第 1 章，我们也可用这种方法来分析涉及 21 个随机变量的模型。

第 1 章介绍模拟模型中对概率的应用。本章将在观察学习简单例子的背景下，提出条件概率的基本概念。我们将通过这些例子来说明，如何用概率来建立一个模拟模型，以及这样的模型如何用于估计其他的概率。

## 1.1 从 Excel 中的 Simstools 开始

本书所有工作都是在微软的 Excel 软件 (Microsoft Excel<sup>®</sup>) 中进行的。在 Excel 中，有很多不同方式可以令程序执行任何一项任务。绝大部分命令可以从屏幕上方菜单栏（文件|编辑|视图|插入|格式|工具|数据|窗口|帮助）中的一个选项开始，然后在菜单下面的二级选项中选择。很多常用命令序列也可通过快捷键（在下拉菜单里有简要说明）或点击工具条上的按钮来输入，你可以把工具条显示在屏幕上方（在“视图”菜单中试试）。但本书讲述命令时将假设你总是从上方菜单中选择所有要用的命令序列。关于 Excel 有很多优秀教程，可以查阅一下以获得更多的背景信息。

遗憾的是，Excel 本身不足以支持本书层面的概率决策分析。为了弥补这个缺陷，需要为 Excel 增加一个决策—分析 (decision-analysis) 插件。在本书，我们将使用一个叫做 Simtools.xla<sup>①</sup> 的 Excel 插件，该工具可以从本书下面的网址获取：

<http://home.uchicago.edu/~rmyerson/addins.htm>

Simtools.xla 可与许多用于决策分析的其他商业性插件媲美，如@Risk([www.palisade.com](http://www.palisade.com))，Crystal Ball ([www.decisioneering.com](http://www.decisioneering.com)) 和 Insight.xla ([www.analycorp.com](http://www.analycorp.com))。

当你复制或者下载 simtools.xla 时，请把它保存到 Microsoft Office 文件夹下的宏类库 (macro library) 文件夹里，此文件夹通常为 C:\Program Files\Microsoft Office\Office\Library。然后，你可在 Excel 中点击菜单命令序列“工具：加载宏”，再在弹出对话框中选择“Simulation Tools”选项来安装 Simtools。一旦安装，Simtools 就会作为选项直接出现在 Excel 的“工具”菜单中。（另有一个可与 Simtools.xla 一起使用的插件 Formlist.xla，可用来审核电子表格中的公式。本书所有电子表格都有借助 Formlist 插件产生的公式列表，我建议你把它与 Simtools 一起下载安装。）

## 1.2 如何在电子表格中掷硬币

学习概率论，就是在学习不确定性。为了通过电子表格学习不确定性，在电子表格中创建一些不确定性是大有裨益的。Excel 的设计者大概很清楚这一点，才为我们提供了一个简便实用的方式去创建此类不确定性，即 RAND( ) 函数。本节介绍如何用此函数去创建一张模拟掷硬币试验的电子表格。掷硬币是概率论教师情有独钟的例子。

把光标移到电子表格的 A1 单元格，输入公式

=RAND()

然后按[Enter]键。一个 0~1 之间的数字就显示在单元格 A1 里了。再（通过鼠标或方向键）把光标移至单元格 B1，输入公式<sup>②</sup>

=IF(A1<0.5,"Head","Tails")

(首写等号 [=] 提醒 Excel 接下来的输入内容应被解释为数学公式而不是文本标签。IF 函数中，

① Simtool 可翻译成模拟工具，但本书中 Simtools 是插件名称，因此不再译成中文。——译者注

② 在 Excel 中输入公式，其符号都必须是半角输入的，若用全角输入则会出现错误，请读者在尝试时注意。另外，Heads (正面)、Tails (背面) 等词语很简单，其本身在这里也只是标记硬币试验结果，所以不再翻译成中文。本书以后的翻译方式以此类推。——译者注

当第一个参数为真，则函数值为第二个参数；当第一个参数为假，则函数值为第三个参数。）现在在 Excel 检查单元格 A1 里的数值，如果 A1 的值小于 0.5，则 Excel 在单元格 B1 中显示“Heads”，倘若 A1 的值大于或等于 0.5，则 Excel 在单元格 B1 中显示“Tails”。

若仔细观察运算过程，你会发现把公式输入单元格 B1 时，单元格 A1 中的数字发生了变化。实际上，不管我们每次向电子表格输入什么内容，Excel 都会重新计算电子表格中的一切，并为我们的 RAND() 函数赋以新的值（假设你电脑中 Excel 的重新计算选项是设置在“自动重算”一项。如果不是，可通过 Excel “工具：选项”菜单改变设置）。你也可按重新计算键，即在 Excel 中按功能键[F9]，强制进行此类重新计算。若你已在电子表格中完成上述设定，不妨按几次[F9]，看看单元格 A1 的数值和单元格 B1 中的文本每次如何变化。

现在把你的手从键盘上移开一会儿，我要问一个问题：下一次按下[F9]之后，单元格 A1 中将会出现什么新的值？答案是，不知道！Excel 程序为 RAND() 函数每次赋值的方式，对我们来说是一个谜，并且将一直是一个谜（函数名后面空的圆括号可以视为一个标记，它表示取值依赖于我们不能观察到的事物）。我的模糊理解是，程序进行了一些非常复杂的计算，这些计算可能在一定程度上依赖于计算机的时钟超过午夜的秒数吧，但它产生的数值总是在 0~1 之间——此外没有任何细节信息。关于这些 RAND() 计算，你我唯一需要知道的是，它们四舍五入到任何小数位的值有同等的可能取 0~1 之间的任何一个数。也就是说，这个数的第一位小数有同等可能性为 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 和 9。类似的，不考虑第一位小数，小数位的第二个数也是以同等可能性取 0~9 的任何一个数，以此类推。因此，RAND() 的取值在 0~0.1 之间与在 0.3~0.4 之间具有同等可能性。更一般地，对任何在 0~1 之间的数 v、w、x 和 y，若  $v-w=x-y$ ，那么 RAND() 所表达的值将有同等可能性出现在 w 和 v 之间以及在 x 和 y 之间。这个信息可如此总结：从我们的角度看，RAND() 是从 0 到 1 区间的均匀概率分布中抽取出的。

若 A1 的值在 0~0.5 之间，单元格 B1 就显示“Heads”，若 A1 的值在 0.5~1 之间，则 B1 就显示“Tails”。由于这两个区间有同样的长度 ( $0.5-0=1-0.5$ )，因此这两种情况有同等的可能性发生。即基于当前的信息，我们应预料到：下一次按[F9]键后，单元格 B1 新的值有同等可能性为“Heads”或“Tails”。这样，我们就创建了一个电子表格单元格，每按一次[F9]键，单元格的行为都如同进行一次匀质硬币投掷。我们有了第一个模拟模型。

通过按[F9]键减轻了你的好奇心之后，你应再多按几次以验证如下事实：尽管不可能预测单元格 B1 在下一次会出现“Heads”和“Tails”中的哪一个，但我们多次重新计算后它们出现的机会是趋于均等的。如果我们能在一次试验中就见到大量的模拟投掷硬币，上述事实就更易理解。利用电子表格的“编辑：复制”和“编辑：粘贴”菜单命令，要创建单元格 A1 和 B1 中的公式复制非常容易。那么，就让我们在电子表格前 20 列来创建 A1:B1 区域的复制吧（电子表格中的任何区域，都可以通过列出左上角和右下角的单元格代号来表示，两者之间用冒号隔开）。

要在 Excel 中进行复制，首先请选定想要复制的区域。你可以这样做，把光标移到单元格 A1，然后按住[Shift]键同时用右方向键移动光标到 B1（在按住[Shift]键时移动方向键会选定一个矩形区域，这个区域的一角是最初按下[Shift]键时光标所在的单元格，其对角是当前的单元格。选定的区域在电子表格中将被突出显示）。在电子表格中选定区域 A1:B1 之后，打开“编辑”菜单并选择“复制”。环绕区域 A1:B1 的虚线框表明这个区域已经复制 Excel 的剪贴板，并可以粘贴到任何位置去。接下来请在电子表格中选择区域 A1:A20，再次打开“编辑”菜单并选择“粘贴”，现在电子表格看起来应如同表 1-1（显示在表 1-1 右下角的描述只不过是我借助 Formlist.xls

插件输入到单元格 E17:E20 中的文本。Formlist.xls 插件可与 Simtools.xls 一起使用)。

表 1-1 在电子表格中模拟掷硬币

	A	B	C	D	E	F	G
1	0.765196	Tails					
2	0.223048	Heads					
3	0.941351	Tails					
4	0.129491	Heads					
5	0.688211	Tails					
6	0.93142	Tails					
7	0.747859	Tails					
8	0.166433	Heads					
9	0.316867	Heads					
10	0.834753	Tails					
11	0.45684	Heads					
12	0.43939	Heads					
13	0.737932	Tails					
14	0.331283	Heads					
15	0.500878	Tails					
16	0.898716	Tails					
17	0.202086	Heads			FORMULAS FROM RANGE A1:D20		
18	0.656246	Tails			A1. =RAND()		
19	0.518526	Tails			B1. =IF(A1<0.5,"Heads","Tails")		
20	0.835384	Tails			A1:B1 copied to A1:B20		

在表 1-1 中，我们就横向区域 A1:B1 创建了 20 份拷贝，每份拷贝的左半边均填充在纵向区域 A1:A20 的某个单元格中。所以，A 列这 20 个单元格中，每个单元格都包含有 RAND() 函数，但单元格 A1:A20 中显示的值却各不相同。每一个 RAND() 的值都是独立于电子表格中其他 RAND() 函数来计算的。电子表格甚至可以在同一单元格中独立地计算不同的 RAND 值，因此包含公式 “=RAND() - RAND()” 的单元格可以取 -1 ~ +1 之间的任何一个值。

此处是从专业技术角度使用“独立地”(independently)一词的，它在概率论中非常重要。当我们说一个诸多未知量的集合类(collection)中未知量是彼此独立的，意思是：获悉某些未知量的值并不会改变我们对该集合类中其他未知量的信念。所以，当我们说单元格 A20 中的 RAND() 独立于单元格 A1:A19 中其他 RAND() 时，意思是获悉单元格 A1:A19 的值不会对确定单元格 A20 的值提供任何信息。倘若你把单元格 A20 遮住，而仔细研究单元格 A1:A19 的值，你仍会认为单元格 A20 的值是从区间 0 ~ 1 上的均匀分布中抽取出的(例如，它因此也有同等可能大于或小于 0.5)，与你没有看到任何一个单元格的值之前的想法并无二致。

B1:B20 的 20 个单元格中，每个单元格都包含着最初键入单元格 B1 的 IF 函数的一份拷贝。但是，倘若在 B 列单元格中移动光标，你就会注意到，单元格 B1 对单元格 A1 的引用在复制过程中发生了调整。例如：B20 包含公式

$$=IF(A20<0.5,"Heads","Tails")$$

Excel 的复制命令把对其他单元格的引用视为相对的，除非我们在它们的前面用美元符号(\$)使它们成为绝对引用。所以，每一个复制过来的 IF 函数都把其左边单元格的数值与 0.5 比较，来决定是显示“Heads”还是“Tails”。因而，我们创建了一张可以在单元格 B1:B20 中模拟 20 次独立投掷匀质硬币的电子表格。

现在我们来改变一下这张电子表格，让它可以做一些你难以用硬币去做的事：模拟 20 次独立投掷一枚非匀质硬币，这枚硬币将不会以同等可能性出现“Heads”或“Tails”。请在单元格 B1 中，输入公式

$$=IF(A1<$D$1,"Heads","Tails")$$

(你可以用编辑键[F2]进入以前的公式并修改一下，简单地将 0.5 改成\$D\$1。) 然后，复制单元格 B1，粘贴到 B2:B20。公式中的美元符号会告诉 Excel 对 D1 的引用是绝对引用，在复制过程不会被调整。所以，在单元格 B20 中的公式（以此为例）现在应是=IF(A20<\$D\$1,"Heads","Tails")。现在请在单元格 D1 中输入 0~1 之间的任何一个数。例如，你在单元格 D1 中输入了 0.25，之后你的电子表格看上去就会如同表 1-2。

表 1-2 可调整概率下的硬币投掷

	A	B	C	D	E	F	G
1	0.129665	Heads		0.25	P(Heads) on each toss		
2	0.526313	Tails					
3	0.604349	Tails					
4	0.775623	Tails					
5	0.599284	Tails					
6	0.938539	Tails					
7	0.634633	Tails					
8	0.171716	Heads					
9	0.981668	Tails					
10	0.494835	Tails					
11	0.356306	Tails					
12	0.058359	Heads					
13	0.944084	Tails					
14	0.946007	Tails					
15	0.840926	Tails					
16	0.612527	Tails					
17	0.779595	Tails		FORMULAS FROM RANGE A1:D20			
18	0.219282	Heads		A1.	=RAND()		
19	0.4022	Tails		B1.	=IF(A1<\$D\$1,"Heads","Tails")		
20	0.267915	Tails		A1:B1 copied to A1:B20			

在此电子表格中，B1:B20 中的每个单元格仅当左边的随机数在 0~0.25 之间时才会显示“Heads”，但是大于 0.25 的随机数出现的可能性是其 3 倍，因此我们预计“Tails”会根本性地多于“Heads”。引入更多概率论的语言，我们可以说，此电子表格中 B1:B20 区域中的每一个单元格在下一次重新计算后得到“Heads”的概率是 0.25。倘若我们在单元格 D1 中输入任何一个其他数字  $p$ ，则 B 列每个单元格中得到“Heads”的概率就会改变为这个新的概率  $p$ ，它独立于 B 列其他的单元格。

更一般地，当我们说某事件  $A$  的概率是某个  $0 \sim 1$  的数  $q$  时，我们意指：给定当前的信息，我们认为事件  $A$  与如下事件有同等的发生可能，即在电子表格中任何单个的 RAND() 函数在下一次重算后取值小于  $q$ 。也就是说，一张事件  $A$  发生就可以获得 100 美元的彩票，与一张 RAND() 的值小于  $q$  就可以获得 100 美元的彩票，这两者对我们来说感觉是没有差异的。若这是真实的状况，那我们就可写下等式  $P(A)=q$ 。

### 1.3 20 个销售电话的模拟模型

模型模拟 20 次硬币投掷看上去似乎有点无聊，那么就让我们转而考虑一个销售员，他在本周将要拨打 20 个客户电话。每个电话中销售员都可能卖出或未卖出产品。为使表 1-2 的电子表格符合这种情形，且让我们先重新编辑单元格 B1 中的公式来模拟第一个销售电话。如此，单元格就不应显示“Heads”或者“Tails”，而是显示 1（表示卖出）或者显示 0（表示没卖出）。实际上，决定单元格值的 RAND() 函数值可以产生于单元格中的公式本身。所以，让我们选中单元格 B1，并把公式修改为