普通高等教育“十一五”规划教材

普通高等院校

电子信息类系列教材

XinHao Yu XiTong

信号与系统

（第2版）

◎ 沈元隆 周井泉 编著

人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

普通高等教育“十一五”规划教材

普通高等院校电子信息类系列教材

信号与系统

（第2版）

沈元隆　周井泉　编著

人民邮电出版社

北京

图书在版编目（CIP）数据

信号与系统 / 沈元隆，周井泉编著. —2版. —北京：人民邮电出版社，2009. 7
（普通高等院校电子信息类系列教材）
ISBN 978-7-115-20661-9

I. 信… II. ①沈…②周… III. 信号系统－高等学校－教材 IV. TN911. 6

中国版本图书馆CIP数据核字（2009）第068708号

内 容 提 要

本书全面介绍信号与系统分析的基本理论和分析方法。全书共分 7 章，内容包括：信号与系统的基本概念，连续信号与系统的时域分析，连续信号与系统的频域分析，连续信号与系统的复频域分析，离散信号与系统的时域分析，离散信号与系统的变换域分析以及状态变量分析。每章都附有大量精选的习题，书后附有习题答案和 MATLAB 上机实验程序。

本书按照高等工科学校信号与系统课程教学基本要求编写而成。可供通信工程、电子信息工程、自动化、计算机科学与技术等专业大学本科生作为信号与系统课程的教材使用，也可供有关科技人员阅读参考。

普通高等教育“十一五”规划教材
普通高等院校电子信息类系列教材

信号与系统（第 2 版）

◆ 编　　著　沈元隆　周井泉
　责任编辑　滑　玉
◆ 人民邮电出版社出版发行　北京市崇文区夕照寺街 14 号
　邮编　100061　电子函件　315@ptpress.com.cn
　网址　http://www.ptpress.com.cn
　北京昌平百善印刷厂印刷
◆ 开本：787×1092　1/16
　印张：25.75
　字数：635 千字　2009 年 7 月第 2 版
　印数：36 001 - 39 000 册　2009 年 7 月北京第 1 次印刷

ISBN 978-7-115-20661-9/TN

定价：39.80 元

读者服务热线：(010)67170985　印装质量热线：(010)67129223
反盗版热线：(010)67171154

前 言

本书是普通高等教育“十一五”规划教材。它是在原版的基础上，依据教育部高等学校电子信息科学与电气信息类基础课程教学指导分委员会的“信号与系统教学基本要求”，结合学校各专业对本课程要求和编者多年的教学实践，同时也兼顾到广大读者的反馈意见而进行修订的。

第2版基本保持了原有的框架结构，汲取了校内外多位教师的宝贵意见，在进一步凝练教材内容的基础上，完善了各章叙述的内容；适当充实了DTFT方面的内容，并突出其物理概念的描述。为学生更好地与后续课程衔接打下基础。

本书结构合理，例题丰富，语言简洁流畅，重点突出，条理清晰，便于学生更好地领会和掌握教材的重点和难点，从而进一步激发学习的积极性和主动性。

本书在整个修订过程中，始终得到了南京邮电大学各级领导和相关教师的关心和支持，在此表示衷心地感谢。

限于编者水平，书中难免存在不妥和错误之处，恳请读者批评指正。

编　者

目　录

第1章 信号与系统的基本概念

随着近代科学技术的发展，特别是大规模集成电路的出现以及数字计算机的广泛应用，以信息技术为核心的高新技术正在迅速发展，使得信号与系统日益复杂，从而也促进了信号与系统理论研究的发展。

信号与系统的理论涉及范围广泛，内容十分丰富。信号理论包括信号分析、信号处理和信号综合。在系统理论的研究中，包括系统分析与系统综合两个方面。系统分析与信号分析被看成是一个整体。从信号传输的观点来看，信号通过系统后，由于系统的职能作用而使信号的时间特性及频率特性发生变化，从而产生新的信号。从系统响应的观点来看，系统在信号的激励下，将必然作出相应的反应，从而完成系统的职能作用。系统的主要任务是对信号进行传输与处理，分析系统的功能和特性必然首先涉及对信号的分析。信号分析与系统分析关系密切又各有侧重，信号分析侧重于讨论信号的表示、性质、特征；而系统分析则着眼于系统的特征、功能。系统分析的任务就是在给定系统的条件下，研究系统对于输入激励所产生的输出响应。系统综合则是在给定输入的条件下，为了获得预期的输出去设计（综合）系统的构成。

本书仅限于讨论信号与系统的分析。

本章讨论有关信号与系统的定义、分类方法和基本特性；着重介绍信号的函数表示与波形表示；介绍系统的模型及系统的模拟；最后，对线性时不变系统的各种分析方法作一概述，以便为学习全书打下基础。

1.1 信号的描述及其分类

1.1.1 信号及其描述

人类的社会活动离不开传递消息。从公元前700余年，我们的祖先利用烽火传递警报，到现代利用电报、电话、无线电广播与电视，以及目前迅速发展的以因特网（Internet或称国际互联网）为代表的信息网络技术等进行通信，其目的都是要把某些消息借助一定形式的信号传送出去，给对方以信息。

那么，什么是信号（signal）？广义地说，信号是随时间变化的某种物理量。在通信技术中，一般将语言、文字、图像或数据等统称为消息（message）。在消息中包含有一定数量的信息（information）。但是，信息的传送一般都不是直接的，它必须借助于一定形式的信

号（光信号、声信号、电信号等），才能远距离快速传输和进行各种处理。因而，信号是消息的表现形式，它是通信传输的客观对象，而消息则是信号的具体内容，它蕴藏在信号之中。本书将只讨论应用广泛的电信号，它通常是随时间变化的电压或电流，在某些情况下，也可以是电荷或磁通。由于信号是随时间而变化的，在数学上可以用时间 t 的函数 $f(t)$ 来表示，因此，“信号”与“函数”两个名词常常通用。

信号的特性可以从两个方面来描述，即时间特性和频率特性。信号可写成时间 t 的数学表达式，它具有一定的波形，因而表现出一定的时间特性，如出现时间的先后、持续时间的长短、重复周期的大小及随时间变化的快慢等。另一方面，通常遇到的信号在一定条件下总可以分解为许多不同频率的正弦分量，即具有一定的频率成分，因而表现出一定的频率特性，如含有幅度和相位大小不同的各个频率分量、主要频率分量占有不同的范围等。

信号的形式所以不同，是因为它们各自有不同的时间特性和频率特性，而信号的时间特性和频率特性有着对应的关系，不同的时间特性将导致不同的频率特性的出现。

1.1.2 信号的分类

对于各种信号，可以从不同的角度进行分类。

1. 确定信号和随机信号

按时间函数的确定性划分，信号可分为确定信号和随机信号两类。

确定信号（determinate signal）是指一个可以表示为确定的时间函数的信号。对于指定的某一时刻，信号有确定的值。如我们熟知的正弦信号、周期脉冲信号等。

随机信号（random signal）则与之不同，它不是一个确定的时间函数，通常只知道它取某一数值的概率，如噪声信号等。

实际传输的信号几乎都具有不可预知的不确定性，因而都是随机信号。例如，通信系统中传输的信号带有不确定性，接收者在收到所传送的消息之前，对信息源所发出的消息是不知道的，否则，接收者就不可能由它得知任何新的消息，也就失去通信的意义。另外，信号在传输过程中难免要受到各种干扰和噪声的影响，使信号产生失真。所以，一般的通信信号都是随机信号。但是，在一定条件下，随机信号也表现出某些确定性，通常把在较长时间内比较确定的随机信号，近似地看成确定信号，使分析简化，便于工程上的应用。本书只讨论确定信号的分析，它也是研究随机信号特性的重要基础，而对随机信号的分析是后续课程的任务。

2. 连续信号和离散信号

按照函数时间取值的连续性划分，确定信号可分为连续时间信号和离散时间信号，简称连续信号和离散信号。

连续信号（continuous signal）是指在所讨论的时间内，对任意时刻值除若干个不连续点外都有定义的信号，通常用 $f(t)$ 表示，如图 1-1-1 所示。

离散信号（discrete signal）是指只在某些规定的不连续时刻有定义，而在其他时刻没有定义的信号。通常用 $f(t_k)$ 或 $f(kT)$［简写 $f(k)$］表示，如图 1-1-2 所示。图中信号 $f(t_k)$ 只在 $t_k=\cdots$，-2，-1，0，1，2，3，…等离散时刻才给出函数值。

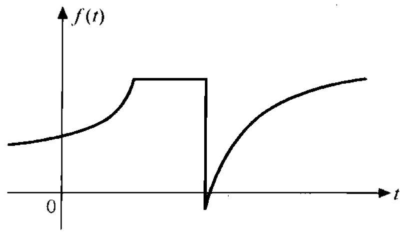


图 1-1-1 连续时间信号

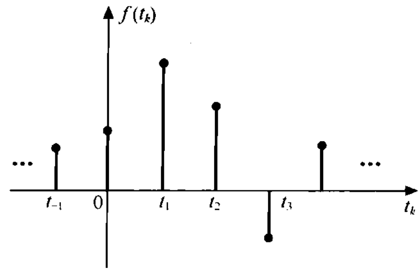


图 1-1-2 离散时间信号

3. 周期信号和非周期信号

按信号（函数）的周期性划分，确定信号又可以分为周期信号与非周期信号。

周期信号（periodic signal）是指一个每隔一定时间 T，周而复始且无始无终的信号，它们的表达式可写为

$$f(t) = f(t + nT) \qquad n = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$

满足此关系式的最小 T 值称为信号的周期。只要给出此信号在任一周期内的变化过程，便可确知它在任一时刻的数值。

非周期信号（aperiodic signal）在时间上不具有周而复始的特性。非周期信号也可以看作为一个周期 T 趋于无穷大时的周期信号。

4. 能量信号与功率信号

信号按时间函数的可积性划分，可以分为能量信号、功率信号和非功非能信号（既非能量信号又非功率信号）。

信号可看作是随时间变化的电压或电流，信号 $f(t)$ 在 1Ω 的电阻上的瞬时功率为 $|f(t)|^2$，在时间区间 $(-\infty,\infty)$ 所消耗的总能量定义为

$$E = \lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T} |f(t)|^2 \mathrm{d}t \tag{1-1-1}$$

其平均功率定义为

$$P = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} |f(t)|^2 \mathrm{d}t \tag{1-1-2}$$

上两式中，被积函数都是 $f(t)$ 的绝对值平方，所以信号能量 E 和信号功率 P 都是非负实数。

若信号 $f(t)$ 的能量 $0<E<\infty$，此时 $P=0$，则称此信号为能量有限信号，简称能量信号（energy signal）。

若信号 $f(t)$ 的功率 $0<P<\infty$，此时 $E=\infty$，则称此信号为功率有限信号，简称功率信号（power signal）。

信号 $f(t)$ 还可以是一个既非功率信号，又非能量信号，如单位斜坡信号就是一个例子。但一个信号不可能同时既是功率信号，又是能量信号。

一般说来周期信号都是功率信号；非周期信号或者是能量信号，或者是功率信号，或者是既非能量信号又非功率信号。属于能量信号的非周期信号称为脉冲信号，它在有限时间范围内有一定的数值；而当 $t\to\infty$时，数值为 0，如图 1-1-3 所示。属于功率信号的非周期信

号是$|t|\to\infty$时仍然为有限值的一类信号，如图 1-1-4 所示。

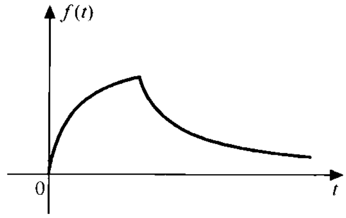


图 1-1-3　非周期能量信号

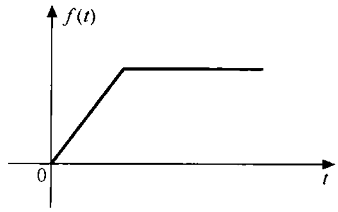


图 1-1-4　非周期功率信号

【例 1-1-1】　如图 1-1-5 所示信号，判断其是否为能量信号或功率信号。

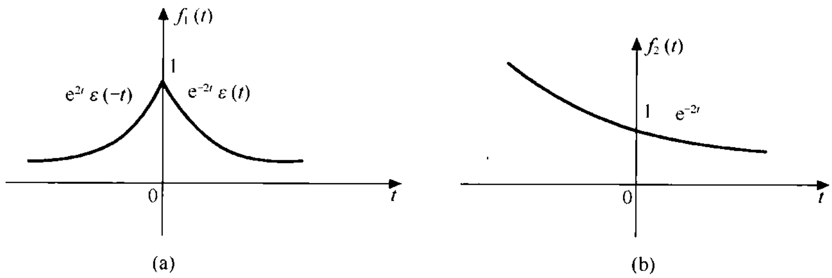


图 1-1-5　例 1-1-1 题图

解　图 1-1-5（a）信号 $f_1(t)=\mathrm{e}^{-2|t|}$

$$E=\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}(\mathrm{e}^{-2|t|})^2\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{0}\mathrm{e}^{4t}\mathrm{d}t+\int_{0}^{\infty}\mathrm{e}^{-4t}\mathrm{d}t=2\int_{0}^{\infty}\mathrm{e}^{-4t}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}$$

由于能量 E 为有限值，所以该信号为能量信号。

对于图 1-1-5（b）所示信号 $f_2(t)=\mathrm{e}^{-2t}$，则有

$$E=\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}(\mathrm{e}^{-2t})^2\mathrm{d}t=\lim_{T\to\infty}-\frac{1}{4}[\mathrm{e}^{-4T}-\mathrm{e}^{4T}]=\infty$$

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}E$$

利用罗必塔法则可求得

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{\mathrm{e}^{4T}-\mathrm{e}^{-4T}}{8T}=\lim_{T\to\infty}\frac{\mathrm{e}^{4T}}{8T}=\lim_{T\to\infty}\frac{4\mathrm{e}^{4T}}{8}=\infty$$

由于能量 E 和功率 P 都不是有限值，故 $f_2(t)$ 为一个既非能量信号又非功率信号。

1.1.3　典型连续信号

下面给出一些典型连续信号的表达式和波形，我们今后会经常遇到它们。典型离散信号的表达式及波形将在第 5 章中讨论。

1. 单位阶跃信号

单位阶跃信号（unit step signal）的定义为

$$\varepsilon(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t>0\end{cases}\tag{1-1-3}$$

其波形如图 1-1-6 所示，在跃变点 $t=0$ 处，函数值未定义。

若单位阶跃信号跃变点在 $t=t_0$ 处，则称其为延迟单位阶跃函数，它可表示为

$$\varepsilon(t-t_0)=\begin{cases}0 & t<t_0\\ 1 & t>t_0\end{cases} \tag{1-1-4}$$

其波形如图 1-1-7 所示。

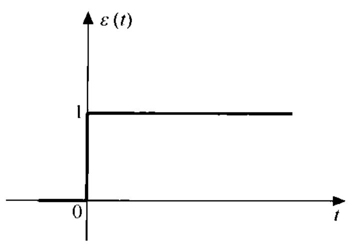


图 1-1-6　单位阶跃函数

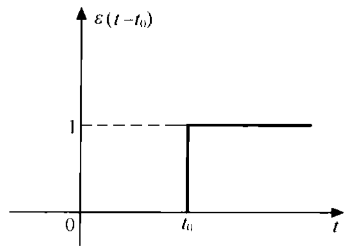


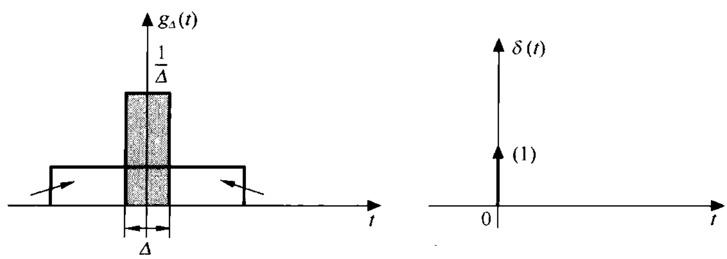
图 1-1-7　延迟单位阶跃函数

2. 单位冲激信号

单位冲激信号（unit impulse signal）$\delta(t)$ 是一个特殊信号，它不是用普通的函数来定义。它的工程定义如下

$$\delta(t)=\begin{cases}0 & t\neq 0\\ \infty & t=0\end{cases} \quad 和 \quad \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1 \tag{1-1-5}$$

这个定义由狄拉克（P. A. M. Dirac）提出，故又称狄拉克函数或 δ 函数。单位冲激信号的工程定义反映了它出现时间极短和面积为 1 的两个特点。它除在原点以外，处处为零，并且在 $(-\infty,\ \infty)$ 时间内的积分值为 1，即 $\delta(t)$ 与横轴 t 围成的面积（称为冲激强度）为单位面积值。直观地看，这一函数可以设想为一个窄脉冲的极限。比如一个矩形脉冲，宽度为 Δ，高度为 $1/\Delta$，在 $\Delta\to 0$ 极限的情况下，它的高度无限增大，但面积始终保持为 1，如图1-1-8（a)所示。单位冲激信号的波形难于用普通方式表达，通常用一个带箭头的单位长度线表示，如图 1-1-8（b）所示，箭头旁边括号内的 1 表示其强度。如果矩形脉冲的面积不为 1，而是一个常数为 A，则一个强度为 A 的冲激信号可表示为 $A\delta(t)$。 在用图形表示时，可将强度 A 标注在箭头旁的括号内。



(a) 矩形脉冲演变为冲激信号　　(b) 单位冲激信号

图 1-1-8　单位冲激信号

由以上定义，可得

$$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=\begin{cases}1 & t>0\\ 0 & t<0\end{cases}$$

或
$$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=\varepsilon(t) \tag{1-1-6}$$

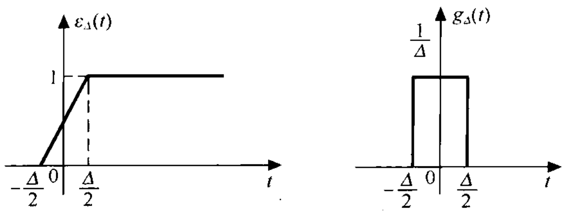
式（1-1-6）表明单位阶跃信号是单位冲激信号的积分。反之，单位冲激信号是单位阶跃信号的一阶导数，即

$$\frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t}=\delta(t) \tag{1-1-7}$$

上式可借助 $\delta(t)$ 和 $\varepsilon(t)$ 的极限定义来加以说明。连续函数 $\varepsilon_{\Delta}(t)$ 的波形如图 1-1-9（a）所示，其一阶导数 $g_{\Delta}(t)=\dfrac{\mathrm{d}\varepsilon_{\Delta}(t)}{\mathrm{d}t}$ 的波形如图 1-1-9（b）所示。在 $\Delta\to0$ 的极限情况下，$\varepsilon_{\Delta}(t)$ 成为 $\varepsilon(t)$，而 $g_{\Delta}(t)$ 的极限为 $\delta(t)$。从而证明了式（1-1-7），该式严格的数学证明将在 2.1 节中阐述。

单位冲激出现在 t_0 处时，可得到一个具有延迟的冲激函数 $\delta(t-t_0)$ 为

$$\begin{cases}\delta(t-t_0)=\begin{cases}0 & t\neq t_0\\ \infty & t=t_0\end{cases}\\ \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=1\end{cases} \tag{1-1-8}$$



(a) $\varepsilon_{\Delta}(t)$ 的波形　　(b) $g_{\Delta}(t)$ 的波形

图 1-1-9　式（1-1-7）的极限形式图解说明

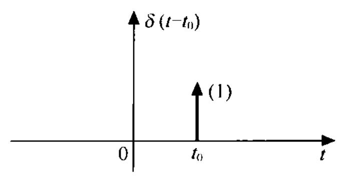


图 1-1-10　延迟单位冲激信号

其波形如图 1-1-10 所示。

3. 复指数信号

复指数信号（complex exponential signal）e^{st} 的指数因子 $s=\sigma+j\omega$ 为复数，称为复频率。借助欧拉公式可展开为：$e^{st}=e^{\sigma t}\cos\omega t+je^{\sigma t}\sin\omega t$。复指数信号的波形随 s 的不同而不同。当 $s=0$ 时，$e^{st}=1$，为直流信号；当 $\omega=0$ 时，$e^{st}=e^{\sigma t}$ 就成为一个单调增长或衰减的实指数信号，如图 1-1-11（a）所示；当 $\sigma=0$ 时，$e^{st}=e^{j\omega t}=\cos\omega t+j\sin\omega t$，其实部是一个等幅余弦信号，虚部是一个等幅正弦信号，图 1-1-11（b）画出了其实部的波形。在一般情况下，e^{st} 的实部是一个增幅（$\sigma>0$）或减幅（$\sigma<0$）的余弦信号，虚部是一个增幅（$\sigma>0$）或减幅（$\sigma<0$）的正弦信号，图 1-1-11（c）和（d）画出了两种不同 σ 的实部波形。

由于复指数信号能概括多种情况，所以可利用它来描述多种基本信号，如直流信号、指数信号、等幅、增幅或减幅正弦或余弦信号，因此，它是信号与系统分析中经常遇到的重要信号。

上面我们介绍了几种最基本的信号，接着来介绍有关信号的各种运算。

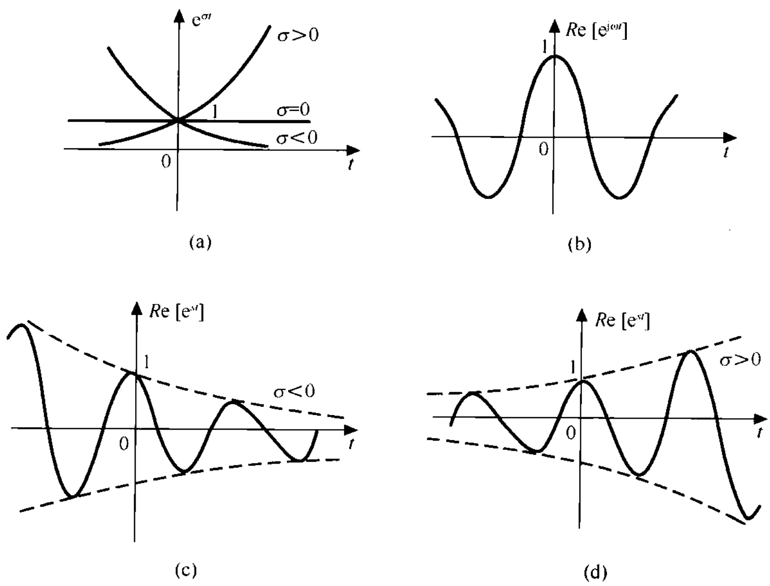


图 1-1-11　复指数信号 e^{st} 在不同s 值时的波形

1.2　信号的运算

1.2.1　信号的相加与相乘

两个信号相加（相乘）可得到一个新的信号，它在任意时刻的值等于两个信号在该时刻的值之和（积）。信号相加与相乘运算可以通过这两个信号的波形（或这两个信号的表达式）的运算来实现。

【例 1-2-1】　信号 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的波形如图 1-2-1（a）和（b）所示，试求 $f_1(t)+f_2(t)$ 和 $f_1(t)\cdot f_2(t)$ 的波形，并写出其表达式。

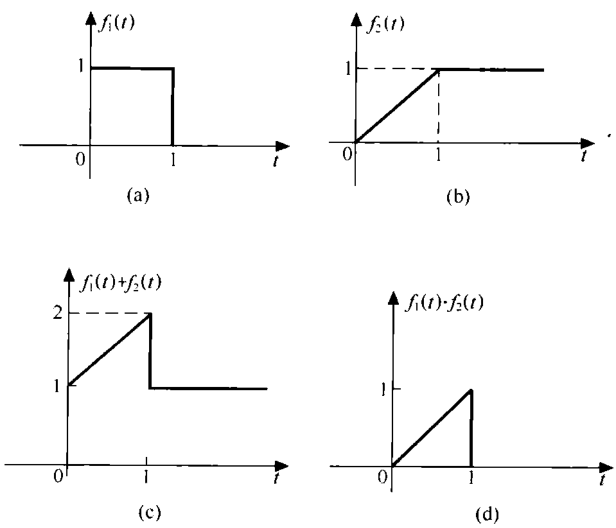


图 1-2-1　信号的相加与相乘

解 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的表达式为

$$f_1(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & 0<t<1\\ 0 & t>1\end{cases}$$

$$f_2(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ t & 0<t<1\\ 1 & t>1\end{cases}$$

它们的和为

$$f_1(t)+f_2(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ t+1 & 0<t<1\\ 1 & t>1\end{cases}$$

它们的积为

$$f_1(t)\cdot f_2(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ t & 0<t<1\\ 0 & t>1\end{cases}$$

由此可得它们的波形分别如图 1-2-1（c）和（d）所示。

本例也可由图 1-2-1（a）和（b）画出 $f_1(t)+f_2(t)$ 和 $f_1(t)\cdot f_2(t)$ 的波形，然后写出它们的表达式，所得到的结果相同。

1.2.2 信号的导数与积分

信号 $f(t)$ 的导数是指 $\dfrac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}$ 或记作 $f'(t)$，从波形看，它表示信号值随时间变化的变化率。当 $f(t)$ 含有不连续点时，由于引入了冲激函数的概念，$f(t)$ 在这些不连续点上仍有导数，出现冲激，其强度为原函数在该处的跳变量。

信号 $f(t)$ 的积分是指 $\int_{-\infty}^{t} f(\tau)\mathrm{d}\tau$ 或记作 $f^{(-1)}(t)$，从波形看，它在任意时刻 t 的值为从 $-\infty$ 到 t 区间，$f(t)$ 与时间轴所包围的面积。

【例 1-2-2】 $f(t)$ 的波形如图 1-2-2（a）所示，画出它的导数和积分的波形。

解 由于 $f(t)$ 在 $t=0$ 和 $t=1$ 处有不连续点，故在 $t=0$ 和 $t=1$ 处，它的导数出现冲激。在 $t=0$ 处，$f(t)$ 的跳变值为 1，所以冲激强度为 1；在 $t=1$ 处，$f(t)$ 的跳变值为 -1，所以冲激是强度为 1 的负冲激。在其他各点处 $f'(t)$ 为零，信号的导数 $f'(t)$ 的波形如图 1-2-2（b）所示。可见，信号经过微分后突出显示了它的变化部分。

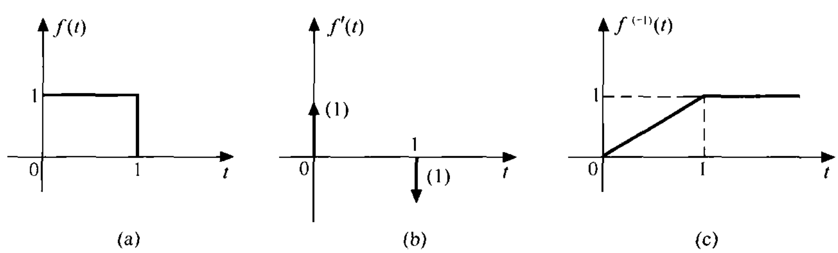


图 1-2-2 信号的导数与积分

以上是根据信号的波形，直接利用图解法得到其导数的波形。也可以根据信号的数学表

达式，对其求导数得到 $f'(t)$，从而画出波形。由于 $f(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)$，求导数得

$$\begin{aligned}f'(t)&=\frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t}-\frac{\mathrm{d}\varepsilon(t-1)}{\mathrm{d}t}\\&=\delta(t)-\delta(t-1)\end{aligned}$$

再根据 $f'(t)$ 画出波形图，显然与图 1-2-2（b）一样。

信号的积分在 $t<0$ 时为零。

当 $0<t\leqslant 1$ 时，　$\int_{-\infty}^{t} f(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{0}^{t}\mathrm{d}\tau=t$

即信号 $f(t)$ 与时间轴所包围的面积随着 t 的增大而增大。当 $t=1$ 时，所包围的面积达最大为 1。

当 $t>1$ 时，　$\int_{-\infty}^{t} f(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{0}^{1}\mathrm{d}\tau+\int_{1}^{t}0\cdot\mathrm{d}\tau=1$

即信号 $f(t)$ 与时间轴所包围的面积不再增大仍保持为 1。信号的积分 $f^{(-1)}(t)$ 的波形如图 1-2-2（c）所示。

1.2.3　信号的时移和折叠

信号 $f(t)$ 时移 $\pm t_0(t_0>0)$，就是将 $f(t)$ 表达式中所有自变量 t 用 $t\pm t_0$ 替换，成为 $f(t\pm t_0)$。需要注意的是 $f(t)$ 的时间范围定义域中的 t 也要被替换。从波形上看，时移信号 $f(t+t_0)$ 的波形比 $f(t)$ 的波形在时间上超前 t_0，即 $f(t+t_0)$ 的波形是 $f(t)$ 的波形向左移动 t_0；$f(t-t_0)$ 的波形比 $f(t)$ 的波形在时间上滞后 t_0，即 $f(t-t_0)$ 的波形是 $f(t)$ 的波形向右移动 t_0。

信号 $f(t)$ 的折叠就是将 $f(t)$ 表达式以及定义域中的变量 t 用 $-t$ 替换，成为 $f(-t)$。从波形上看，$f(-t)$ 的波形是 $f(t)$ 的波形相对于纵轴的镜像。

折叠信号 $f(-t)$ 时移 $\pm t_0$ 就是将 $f(-t)$ 的表达式以及定义域中的所有自变量 t 用 $t\pm t_0$ 替换，成为 $f[-(t\pm t_0)]=f(-t\mp t_0)$。从波形看，$f[-(t+t_0)]=f(-t-t_0)$ 的波形是 $f(-t)$ 的波形向左移动 t_0；$f[-(t-t_0)]=f(-t+t_0)$ 的波形是 $f(-t)$ 的波形向右移动 t_0。

【例 1-2-3】　信号 $f(t)$ 的表达式为

$$f(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ t & 0<t<1\\ 0 & t>1\end{cases}$$

求 $f(t+1)$、$f(t-1)$、$f(-t)$、$f[-(t+1)]$ 及 $f[-(t-1)]$ 的表达式，画出它们的波形。

解　$f(t)$ 波形如图 1-2-3（a）所示，可得

$$f(t+1)=\begin{cases}0 & t+1<0\\ t+1 & 0<t+1<1\\ 0 & t+1>1\end{cases}$$

$$=\begin{cases}0 & t<-1\\ t+1 & -1<t<0\\ 0 & t>0\end{cases}$$

$$f(t-1)=\begin{cases}0 & t-1<0\\ t-1 & 0<t-1<1\\ 0 & t-1>1\end{cases}$$

$$
=\begin{cases} 0 & t<1 \\ t-1 & 1<t<2 \\ 0 & t>2 \end{cases}
$$

时移信号 $f(t+1)$ 和 $f(t-1)$ 的波形如图 1-2-3（b）所示。

$$
f(-t)=\begin{cases} 0 & -t<0 \\ -t & 0<-t<1 \\ 0 & -t>1 \end{cases}
$$

$$
=\begin{cases} 0 & t>0 \\ -t & -1<t<0 \\ 0 & t<-1 \end{cases}
$$

折叠信号 $f(-t)$ 的波形如图 1-2-3（c）所示。

$$
f[-(t+1)]=f(-t-1)
$$

$$
=\begin{cases} 0 & -t-1<0 \\ -t-1 & 0<-t-1<1 \\ 0 & -t-1>1 \end{cases}
$$

$$
=\begin{cases} 0 & t>-1 \\ -t-1 & -2<t<-1 \\ 0 & t<-2 \end{cases}
$$

$$
f[-(t-1)]=f(-t+1)
$$

$$
=\begin{cases} 0 & -t+1<0 \\ -t+1 & 0<-t+1<1 \\ 0 & -t+1>1 \end{cases}
$$

$$
=\begin{cases} 0 & t>1 \\ -t+1 & 0<t<1 \\ 0 & t<0 \end{cases}
$$

折叠时移信号 $f(-t-1)$ 和 $f(-t+1)$ 的波形如图 1-2-3（d）所示。

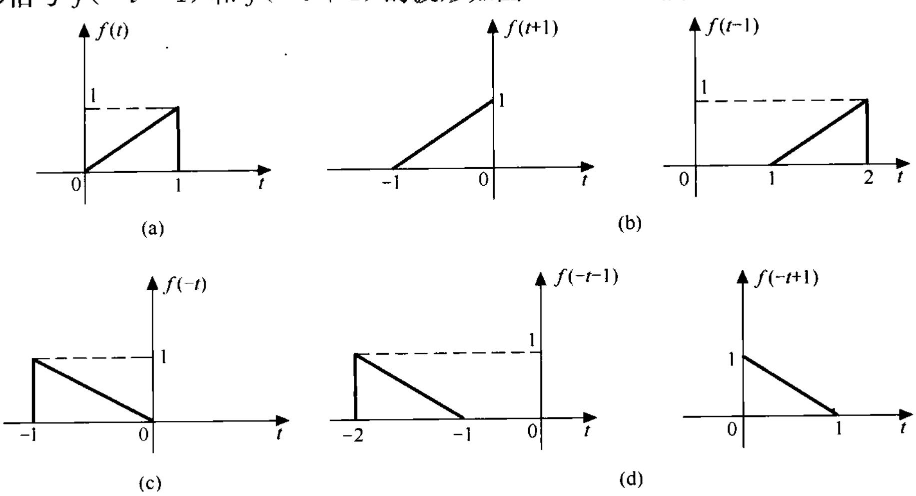


图 1-2-3　信号的时移和折叠

1.2.4 信号的尺度变换

信号的尺度变换是将信号 $f(t)$ 以及定义域中自变量 t 用 at 置换，成为 $f(at)$。其中 a 是常数，称为尺度变换系数。如果 $a>1$，则 $f(at)$ 的波形是将 $f(t)$ 的波形以原点 $(t=0)$ 为基准，沿时间轴压缩至原来的$\frac{1}{a}$；如果 $0<a<1$，则 $f(at)$ 的波形是把 $f(t)$ 波形扩展至$\frac{1}{a}$；当 $a<0$ 时，信号 $f(at)$ 的波形是将 $f(t)$ 的波形折叠并压缩或扩展至$\frac{1}{|a|}$。

若将 $f(at)$ 的波形时移$\pm t_0$，即得 $f[a(t\pm t_0)]$ 的波形。

【例 1-2-4】 已知 $f(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ t & 0\leqslant t\leqslant 1\\ 1 & 1<t<2\\ 0 & t>2\end{cases}$

试求 $f(2t),f(\frac{1}{2}t),f(-2t)$ 及 $f(-2t+2)$。

解 $f(t)$ 波形如图 1-2-4 (a) 所示，可得

$$f(2t)=\begin{cases}0 & 2t<0\\ 2t & 0\leqslant 2t\leqslant 1\\ 1 & 1<2t<2\\ 0 & 2t>2\end{cases}$$

$$=\begin{cases}0 & t<0\\ 2t & 0\leqslant t\leqslant 0.5\\ 1 & 0.5<t<1\\ 0 & t>1\end{cases}$$

$$f\left(\frac{1}{2}t\right)=\begin{cases}0 & t/2<0\\ t/2 & 0\leqslant t/2\leqslant 1\\ 1 & 1<t/2<2\\ 0 & t/2>2\end{cases}$$

$$=\begin{cases}0 & t<0\\ t/2 & 0\leqslant t\leqslant 2\\ 1 & 2<t<4\\ 0 & t>4\end{cases}$$

$$f(-2t)=\begin{cases}0 & -2t<0\\ -2t & 0\leqslant -2t\leqslant 1\\ 1 & 1<-2t<2\\ 0 & -2t>2\end{cases}$$

$$=\begin{cases}0 & t>0\\ -2t & -0.5\leqslant t\leqslant 0\\ 1 & -1<t<-0.5\\ 0 & t<-1\end{cases}$$