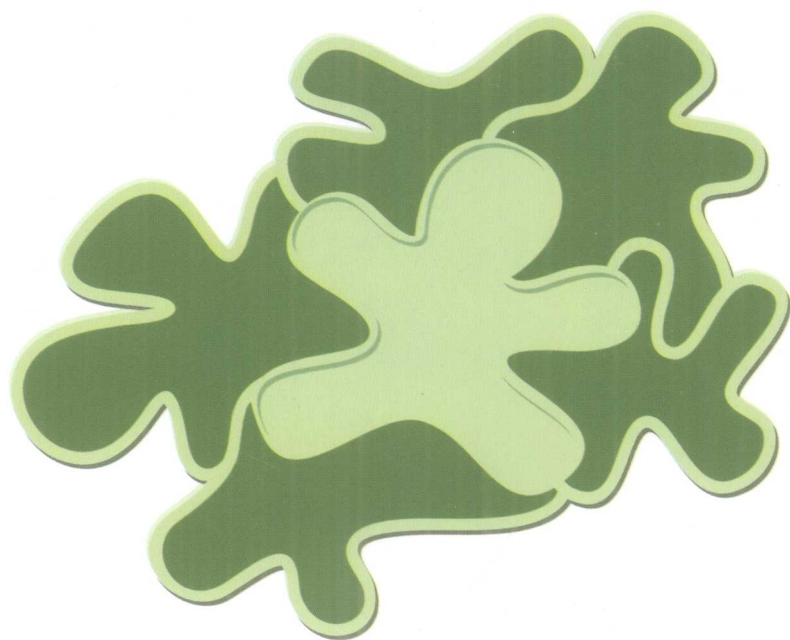


王后雄学案

教材完全解读

总策划：熊辉



数学 八年级(下)

配浙教版

丛书主编：王后雄

本册主编：王东京



全国优秀出版社
SHENGLI PUBLISHING HOUSE IN CHINA

王后雄学案

教材完全解读

数学 八年级(下)

配浙教版

丛书主编：王后雄

本册主编：王东京

编委：刘昭华

李英芬

赵兴美

陈国庆



接力出版社
Jiel Publishing House

全国优秀出版社
NATIONALLY EXCELLENT PUBLISHING HOUSE

丛书策划：熊 辉

责任编辑：李朝晖

责任校对：潘 健

封面设计：蔚 蓝

JIAOCAI WANQUAN JIEDU
SHUXUE

教材完全解读

数学 八年级（下） 配浙教版

丛书主编：王后雄 本册主编：王东京

*

社长：黄 俭 总编辑：白 冰

接力出版社出版发行

广西南宁市园湖南路9号 邮编：530022

E-mail: jielipub@public.nn.gx.cn

武汉嘉捷印务有限公司印刷 全国新华书店经销

*

开本：889毫米×1194毫米 1/16 印张：10.75 字数：285千

2008年12月第2版 2008年12月第2次印刷

ISBN 978-7-5448-0178-2

定价：17.30元

如有印装质量问题，可直接与本社调换。如发现画面模糊，字迹不清，断笔缺画，严重重影等疑似盗版图书，请拨打举报电话。

盗版举报电话：0771-5849336 5849378

读者服务热线：027-61883306

教材完全解读

本书特点

基础教育新课标改革已如火如荼地展开，新课程教材助学助考的开发问题已成为人们关注的焦点。应广大读者的要求，我们特邀来自国家新课程改革试验区和国家级培训班的专家编写课标版《教材完全解读》丛书。该系列丛书能帮助学生掌握新的课程标准，让学生能够按照课程理念和教材学习目标要求科学、高效地学习。该书以“透析全解、双栏对照、服务学生”为宗旨，助您走向成功。

这套丛书在整体设计上有两个突出的特点：一是双栏对照，对教材全解全析，在学科层次上力求讲深、讲透、讲出特色；另一个就是注重典型案例学习，突出鲜活、典型和示范的特点。

为了让您更充分地理解本书的特点，挑战学习的极限，请您在选购和使用本书时，先阅读本书的使用方法图示。

3层完全解读

从知识、方法、思维三个方面诠释教材知识点和方法点，帮您形成答题要点、解题思维，理清解题思路、揭示考点实质和内涵。

整体训练方法

针对本节重点、难点、考点及考试能力达标所设计的题目。题目难度适中，是形成能力、考试取得高分的必经阶梯。

对每道题目目标明能力层级，用A、B、C表示试题的难度系数，它们依次代表基础题、中难题、难题。

解题错因导引

“点击考点”栏目导引每一道试题的“测试要点”。当您解题出错时，建议您通过“测试要点”的指向，弄清致错原因，形成正确答案。

1 物质的变化和性质

学习目标·考纲解读

(1)物理变化、化学变化(C.理解);(2)物理性质、化学性质(A.知道);(3)物质变化过程中伴随能量变化(A.知道);(4)运用上述概念解释自然、生活中的一些现象(C.运用)。

1 知识·能力聚焦

1.物理变化和化学变化

(1)物理变化:物质发生变化时没有生成新物质,这种变化叫做物理变化。如:水蒸发、胆矾研碎、蜡烛熔化等。

(2)化学变化:物质发生变化时生成新物质,这种变化叫做化学变化,又叫化学反应。如:石墨与氧气反应生成二氧化碳、二氧化碳与澄清石灰水反应生成碳酸钙沉淀。还有铁生锈、蜡烛燃烧、食物腐败、火药爆炸等都是化学变化。

2 方法·技巧平台

3.判断与识别物质的变化和性质的方法

(1)化学变化和物理变化的本质区别是有无新的物质生成。因此判断和识别化学变化和物理变化的关键是认真分析变化后有无新的物质生成。

(2)物质性质的识别,关键是看物质的性质是不是只有通过化学变化才表现出来。如果是,就是化学性质;反之,则不是化学性质,而是物理性质。

(3)区别物质的性质和变化
物质的性质和变化是两个不同的概念。性质是物质的固有属性,而变化是一个过程,是性质的具体表现。

3 创新·思维拓展

3.文学艺术作品中物理变化和化学变化的描述

有许多诗词和成语描述了物质的物理变化和化学变化,品味这些艺术作品对变化的性质作出判断。如:①早见影,则舟未制,百炼成钢,望体裁。

4 能力·题型设计

1.下列工艺制作过程中包含了化学变化的是()。

- A. 红纸剪成窗花 B. 蚕丝烧制成丝器
C. 冰块制成冰雕 D. 木板制成模型飞机

2.古诗同是古人留给我们的宝贵精神财富。

点击考点

测试要点A: 物理变化
测试要点B: 化学变化
测试要点C: 物理性质
测试要点D: 化学性质

名师诠释

【考题1】(2007·鄂州市)下列变化中,不属于化学变化的是()。

- A. 燃放鞭炮 B. 钢铁生锈
C. 冰雪融化 D. 食物腐烂

【解析】是否发生化学变化的准确判断是看“生成新物质”,A、B、D项中所描述物质的变化都生成了新物质,而冰雪融化只是形态变化,没有生成新物质。

【答案】C

【考题4】(2007·南京市中考题)选择“物理变化”“化学变化”“物理性质”和“化学性质”中的合适答案填在相应的空格里。

(1)在常温时空气是无色无气味的气体_____;

(2)酒精受热变成了酒精蒸气_____。

【解析】(1)描述的是空气的颜色、状态、气味,属于物理性质;(2)酒精由液体变成了气体,状态发生了改变,但没有新的物质生成,是物理变化。

【答案】(1)物理性质 (2)物理变化

【考题6】(2007·山东济宁)下列成语所描述的变化与对该变化的判断,不符合的是()。

- A. 沙里淘金——物理变化
B. 滴水穿石——物理变化
C. 百炼成钢——化学变化
D. 火树银花——化学变化

【解析】水滴在石头上长年累月滴落形成了滴水坑,滴水坑的形成不是简单的物理变化,而是发生了复杂的物理化学变化,故选项D不符合。

【答案】B

下列诗词中不涉及化学变化的是()。

- A. 好雨知时节,当春乃发生
B. 爆竹声中一岁除,春风送暖入屠苏
C. 千锤万凿出深山,烈火焚烧若等闲
D. 春蚕到死丝方尽,蜡炬成灰泪始干

教辅大师王后雄教授、特级教师科学超前的体例设置，帮您赢得了学习起点，成就您人生的夙愿。

题记

单元知识整合

单元知识与方法网络化，帮助您将本单元所学教材内容系统化，形成对考点知识二次提炼与升华，全面提高学习效率。

最新3年中考名题诠解

汇集中考名题，讲解细致入微，教纲、考纲，双向例释；练习、考试，讲解透彻；多学、精练，效果显著。

考试高分保障

精心选编涵盖本章节或阶段性知识和能力要求的检测试题，梯度合理、层次分明，与同步考试接轨，利于您同步自我测评，查缺补漏。

点拨解题思路

试题皆提供详细的解题步骤和思路点拨，鼓励一题多解。不但知其然，且知其所以然，帮助您养成良好规范的答题习惯。

单元知识梳理与能力整合

目标·思维·题型

1. 本单元知识结构

化学的研究对象是物质的组成、结构、性质、变化规律。物理性质和化学性质、物理变化和化学变化。

方法·能力·整合

1. 实验基本操作技能整合

试管的握持

(1) 试管的握持

出缺点：用手一把抓或将无名指和小指伸展开，往里面塞上或塞下。

最新3年中考名题诠解

《科学探究题》

【例1】(新编中考题)化学是21世纪最有价值、最富于创造性的中心学科。请你举出一项对当今人类生活产生较大影响的化学研究成果：

【解析】本题是一道开放性试题。

【答案】不唯一，如：①我国“神舟六号”飞船把费俊龙、聂海胜送上了太空，为人类开发利用太空资源增加新成员。

②……

③……

④……

⑤……

⑥……

⑦……

⑧……

⑨……

⑩……

⑪……

⑫……

⑬……

⑭……

⑮……

⑯……

⑰……

⑱……

⑲……

⑳……

㉑……

㉒……

㉓……

㉔……

㉕……

㉖……

㉗……

㉘……

㉙……

㉚……

㉛……

㉜……

㉝……

㉞……

㉟……

㊱……

㊲……

㊳……

㊴……

㊵……

㊶……

㊷……

㊸……

㊹……

㊺……

㊻……

㊼……

㊽……

㊾……

㊿……

⓪……

⓫……

⓬……

⓭……

⓮……

⓯……

⓰……

⓱……

⓲……

⓳……

⓴……

⓵……

⓶……

⓷……

⓸……

⓹……

⓺……

⓻……

⓼……

⓽……

⓿……

Ⓚ……

Ⓛ……

Ⓜ……

Ⓨ……

Ⓩ……

ⓐ……

ⓑ……

ⓒ……

ⓓ……

ⓔ……

ⓕ……

ⓖ……

ⓗ……

ⓘ……

ⓙ……

ⓚ……

ⓛ……

ⓜ……

ⓝ……

ⓞ……

ⓟ……

ⓠ……

ⓡ……

⓳……

⓴……

⓵……

⓶……

⓷……

⓸……

⓹……

⓺……

⓻……

⓼……

⓽……

⓿……

Ⓚ……

Ⓛ……

Ⓜ……

Ⓨ……

Ⓩ……

ⓐ……

ⓑ……

ⓒ……

ⓓ……

ⓔ……

ⓕ……

ⓖ……

ⓗ……

ⓘ……

ⓙ……

ⓚ……

ⓛ……

ⓜ……

ⓝ……

ⓞ……

ⓟ……

ⓠ……

ⓡ……

⓳……

⓴……

⓵……

⓶……

⓷……

⓸……

⓹……

⓺……

⓻……

⓼……

⓽……

⓿……

Ⓚ……

Ⓛ……

Ⓜ……

Ⓨ……

Ⓩ……

ⓐ……

ⓑ……

ⓒ……

ⓓ……

ⓔ……

ⓕ……

ⓖ……

ⓗ……

ⓘ……

ⓙ……

ⓚ……

ⓛ……

ⓜ……

ⓝ……

ⓞ……

ⓟ……

ⓠ……

ⓡ……

⓳……

⓴……

⓵……

⓶……

⓷……

⓸……

⓹……

⓺……

⓻……

⓼……

⓽……

⓿……

Ⓚ……

Ⓛ……

Ⓜ……

Ⓨ……

Ⓩ……

ⓐ……

ⓑ……

ⓒ……

ⓓ……

ⓔ……

ⓕ……

ⓖ……

ⓗ……

ⓘ……

ⓙ……

ⓚ……

ⓛ……

ⓜ……

ⓝ……

ⓞ……

ⓟ……

ⓠ……

ⓡ……

⓳……

⓴……

⓵……

⓶……

⓷……

⓸……

⓹……

⓺……

⓻……

⓼……

⓽……

⓿……

Ⓚ……

Ⓛ……

Ⓜ……

Ⓨ……

Ⓩ……

ⓐ……

ⓑ……

ⓒ……

ⓓ……

ⓔ……

ⓕ……

ⓖ……

ⓗ……

ⓘ……

ⓙ……

ⓚ……

ⓛ……

ⓜ……

ⓝ……

ⓞ……

ⓟ……

ⓠ……

ⓡ……

⓳……

⓴……

⓵……

⓶……

⓷……

⓸……

⓹……

⓺……

⓻……

⓼……

⓽……

⓿……

Ⓚ……

Ⓛ……

Ⓜ……

Ⓨ……

Ⓩ……

ⓐ……

ⓑ……

ⓒ……

ⓓ……

ⓔ……

ⓕ……

ⓖ……

ⓗ……

ⓘ……

ⓙ……

ⓚ……

ⓛ……

ⓜ……

ⓝ……

ⓞ……

ⓟ……

ⓠ……

ⓡ……

⓳……

⓴……

⓵……

⓶……

⓷……

⓸……

⓹……

⓺……

⓻……

⓼……

⓽……

⓿……

Ⓚ……

Ⓛ……

Ⓜ……

Ⓨ……

Ⓩ……

ⓐ……

ⓑ……

ⓒ……

ⓓ……

ⓔ……

X导航丛书系列最新教辅

讲 《中考完全解读》 复习讲解—紧扼中考的脉搏

练 《中考完全学案》 难点突破—挑战思维的极限



《中考完全学案》

讲 《高考完全解读》 精湛解析—把握高考的方向

练 《高考完全学案》 阶段测试—进入实战的演练



《高考完全学案》

讲 《教材完全解读》 细致讲解—汲取教材的精髓

例 《课标导航基础知识手册》透析题型—掌握知识的法宝

练 《教材完全学案》 夯实基础—奠定能力的基石



伴随着新的课程标准问世及新版教材的推广，经过多年的锤炼与优化，数次的修订与改版，如今的“X导航”丛书系列以精益求精的质量、独具匠心的创意，已成为备受广大读者青睐的品牌图书。今天，我们已形成了高效、实用的同步练习与应试复习丛书体系，如果您能结合自身的实际情况配套使用，一定能取得立竿见影的效果。

编者寄语·····	1
-----------	---

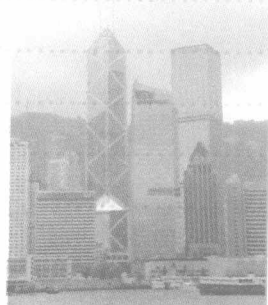
第1章 二次根式

1.1 二次根式·····	3
1.2 二次根式的性质·····	7
1.3 二次根式的运算·····	11
教材课后习题解答·····	17
单元知识梳理与能力整合·····	18
最新3年中考名题詮解·····	20
知识与能力同步测控题·····	22



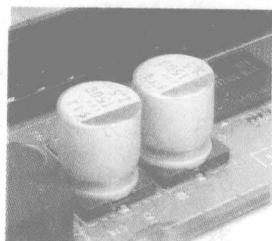
第2章 一元二次方程

2.1 一元二次方程·····	24
2.2 一元二次方程的解法·····	28
2.3 一元二次方程的应用·····	34
教材课后习题解答·····	38
单元知识梳理与能力整合·····	40
最新3年中考名题詮解·····	44
知识与能力同步测控题·····	46



第3章 频数及其分布

3.1 频数与频率·····	48
3.2 频数分布直方图·····	51
3.3 频数分布折线图·····	55
教材课后习题解答·····	57
单元知识梳理与能力整合·····	60
最新3年中考名题詮解·····	63
知识与能力同步测控题·····	65



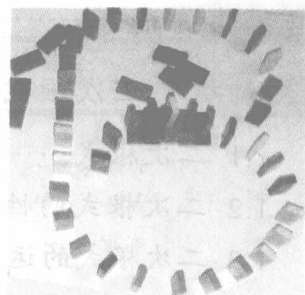
第4章 命题与证明

4.1 定义与命题·····	69
4.2 证明·····	72

目

录

4.3 反例与证明·····	72
4.4 反证法·····	75
教材课后习题解答·····	77
单元知识梳理与能力整合·····	81
最新3年中考名题詮解·····	82
知识与能力同步测控题·····	84



第5章 平行四边形

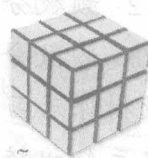


5.1 多边形·····	87
5.2 平行四边形·····	91
5.3 平行四边形的性质·····	91
5.4 中心对称·····	95
5.5 平行四边形的判定·····	95
5.6 三角形的中位线·····	99
5.7 逆命题和逆定理·····	99

教材课后习题解答·····	101
单元知识梳理与能力整合·····	108
最新3年中考名题詮解·····	110
知识与能力同步测控题·····	112

第6章 特殊平行四边形与梯形

6.1 矩形·····	115
6.2 菱形·····	118
6.3 正方形·····	123
6.4 梯形·····	128
教材课后习题解答·····	132
单元知识梳理与能力整合·····	138
最新3年中考名题詮解·····	140
知识与能力同步测控题·····	143



答案与提示·····	145
------------	-----

知识与方法

阅读索引

第1章 二次根式

1.1 二次根式

1. 二次根式的概念 3
2. 由二次根式确定被开方数中字母的取值范围 4
3. 易错与疑难题 5

1.2 二次根式的性质

1. 二次根式的基本性质 7
2. 积的算术平方根的性质 8
3. 商的算术平方根的性质 8
4. $\sqrt{a^2}$ 与 $(\sqrt{a})^2$ 的异同 9
5. $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 与 $|a|$ 的意义的异同 9

1.3 二次根式的运算

1. 二次根式的乘法 11
2. 二次根式的乘法公式的逆用 11
3. 二次根式的除法 12
4. 二次根式的除法公式的逆用 12
5. 最简二次根式 13
6. 同类二次根式的概念 14
7. 合并同类二次根式 14
8. 二次根式的加减 15

第2章 一元二次方程

2.1 一元二次方程

1. 一元二次方程的概念 24
2. 一元二次方程的一般形式 24
3. 方程的解的定义 26
4. 因式分解法解方程 26
5. 利用因式分解法解一元二次方程的常用方法 26

2.2 一元二次方程的解法

1. 利用直接开平方法解形如 $(ax+b)^2=c$ ($c \geq 0$) 的一元二次方程 28
2. 利用配方法解一元二次方程 28
3. 利用公式法解一元二次方程 28
4. 用直接开平方法解一元二次方程的理论根据是平方根的定义 30
5. 用公式法解一元二次方程的一般步骤 30
6. 一元二次方程的根的判别式 30
7. 一元二次方程的根与系数的关系 31

2.3 一元二次方程的应用

1. 列一元二次方程解实际应用题的一般步骤 34

2. 平均增长率方面的应用题 34

3. 利润方面的应用题 35

4. 与几何图形有关的一元二次方程的应用题 35

5. 数字问题 36

第3章 频数及其分布

3.1 频数与频率

1. 频数与频率 48
2. 平均数与众数、中位数 48
3. 极差、标准差、方差 48
4. 频数分布表 49
5. 频率分布表 49
6. 两组特殊关系数据的平均数与方差 49
7. 平均数与方差、标准差的意义 49

3.2 频数分布直方图

1. 直方图的特点 51
2. 用直方图描述数据 52
3. 直方图 52

3.3 频数分布折线图

1. 用折线统计图来描述数据 55
2. 频数折线图及其制作 55
3. 本节的主要误区 56

第4章 命题与证明

4.1 定义与命题

1. 定义 69
2. 命题 69
3. 证明的必要性 69
4. 公理、定理 69
5. 命题的组成形式 70
6. 命题的真假 70
7. 如何判断命题的真假 70

4.2 证明

4.3 反例与证明

1. 证明 72
2. 三角形的内角和与三角形的外角 72
3. 反例 72
4. 两直线平行的证明 73
5. 两角相等的证明 73
6. 两线段相等的证明 73

7. 证明的方法	73
----------------	----

4.4 反证法

1. 反证法	75
2. 反证法的适用范围	75
3. 平行线的传递性	75
4. 辅助线在证明题中的应用	76
5. 证明中常用的思维方法	76

第5章 平行四边形

5.1 多边形

1. 多边形的概念	87
2. 四边形的定义	87
3. 多边形内角和定理	87
4. 多边形的外角和定理及其与多边形的内角和定理的作用	88
5. 正多边形的概念	89
6. 镶嵌平面	89
7. 判断平面图形能否镶嵌	89

5.2 平行四边形

5.3 平行四边形的性质

1. 平行四边形	91
2. 平行四边形的性质	91
3. 平行四边形性质的应用	92
4. 平行四边形的面积	93
5. 学习本节的最终目标	93

5.4 中心对称

5.5 平行四边形的判定

1. 中心对称	95
2. 平行四边形的判定方法	95
3. 与平行四边形相关的问题	96
4. 与平行四边形相关的辅助线作法	96
5. 误区警示	96
6. 平行四边形的性质与判定的综合应用	97

5.6 三角形的中位线

5.7 逆命题和逆定理

1. 三角形的中位线	99
2. 逆命题、原命题、互逆命题	99
3. 逆定理、互逆定理	100
4. 逆定理的应用	100
5. 中位线的应用	100

第6章 特殊平行四边形与梯形

6.1 矩形

1. 矩形的定义	115
2. 矩形的性质	115
3. 矩形的判定方法	115
4. 直角三角形的性质	115
5. 矩形面积	116
6. 利用矩形的性质和判定定理来证明或计算有关问题是一个重点,而利用矩形的轴对称性和中心对称性,又往往是对动手操作能力、设计能力的锻炼与考查	116
7. 利用矩形的性质解决折纸问题	116

6.2 菱形

1. 菱形的定义	118
2. 菱形的性质	119
3. 菱形的判定方法	119
4. 菱形的性质及判定方法的作用	119
5. 菱形的面积	119
6. 思维误区警示	120
7. 作辅助线解决菱形问题	121
8. 小结	121

6.3 正方形

1. 正方形的定义	123
2. 正方形的性质	123
3. 正方形的判定	123
4. 正方形的面积	124
5. 正方形与平行四边形、矩形、菱形的关系	124
6. 利用正方形的对角线互相垂直平分解题	124
7. 关于正方形问题的解法	125
8. 思维误区警示	126

6.4 梯形

1. 梯形的定义	128
2. 梯形的分类	128
3. 一般梯形的判定方法	128
4. 等腰梯形的性质	128
5. 等腰梯形的判别	129
6. 梯形的面积	129
7. 解决梯形问题的基本思路(方法)	129
8. 关于中点的联想	130



编者寄语

亲爱的同学们:

新的学期又开始了,当你翻开这本内容丰富、有趣实用的《教材完全解读》,我们衷心地欢迎你进入一个新的学习阶段。

一、浙教版八年级下册学什么?

浙教版八年级下册的内容有:二次根式,一元二次方程,频数及其分布,命题与证明,平行四边形,以及特殊平行四边形与梯形.学习二次根式可进一步丰富我们关于代数的知识,也是学习一元二次方程的需要.一元二次方程既是进一步学习方程与函数的必备基础,在生活和实际生产中也有着广泛的应用.频数及其分布是我们以前所学的统计知识的继续,我们将学习到反映数据分布的新方法.命题与证明把空间与图形领域的学习提高到一个新的阶段,帮我们学会证明的思路与方法,体验证明的必要性.平行四边形,以及特殊平行四边形与梯形是我们在日常生活中经常遇到的图形,知道这些图形的性质和判定也是解决实际问题的需要.

总之,八年级的数学学习既是七年级的补充、延伸与拓展,又是九年级的基础与前奏,在整个初中三年的学习及中考中占据着十分重要的地位.

二、浙教版八年级下册怎么学?

首先,学习八年级数学要有充分的信心.数学并不神秘,每个人都可以学好数学.七年级数学没学好,并不代表八年级数学也学不好,相反,通过八年级的数学学习还能把七年级没学好的内容补起来.因此,学习数学不仅要有信心,还要有毅力、不畏难、肯钻,相信自己能行.

其次,学习八年级数学要掌握良好的学习方法.笔者在编写这套教辅书的过程中已谈到很多学习方法,但学无定法,关键是你找到属于自己的学习方法.建议你能和同伴们“合作学习”,通过与别人携手探索新的数学知识,领悟新的学习方法.

当然,如果你的数学学习本就十分轻松,成绩优异,我们衷心地祝福你,也希望我们的《教材完全解读》能帮助你得到提高与完善.

最后,祝愿每一位学子都能在八年级的数学学习中取得优异的成绩,能领略数学的魅力和作用,并享受学习数学的乐趣.

第1章 二次根式

课标单元知识

◆ 1. 教材知识解读 ◆

(1)本章主要内容是二次根式的化简与运算,其中包括二次根式的有关概念、性质以及运算(包括化简)三部分内容.

(2)要注意与数的开方、有理数的运算、代数式等知识的联系,以便对二次根式有一个全面、牢固的认识与理解.

(3)逐步感受数学的变化,养成严密的数学思想.

(4)本章的重点是二次根式的化简与运算,难点是正

确理解与运用公式: $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a > 0), \\ 0 & (a = 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$ 学好本章

的关键是正确认识与运用二次根式的概念与性质,这里的二次根式主要指的是最简二次根式与同类二次根式.

◆ 2. 考试说明要求 ◆

(1)掌握二次根式的概念及二次根式的基本性质: $\sqrt{a} \geq 0$, $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$. 并能理解 $\sqrt{a^2}$ 的化简,理解 $(\sqrt{a})^2$ 与 $\sqrt{a^2}$ 的联系.

(2)会运用公式 $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} (a \geq 0, b \geq 0)$, $\sqrt{\frac{a}{b}} =$

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b} (a \geq 0, b > 0)$ 化简二次根式.

(3)会进行二次根式的加减混合运算.

(4)掌握最简二次根式与同类二次根式的概念,能辨别最简二次根,能认清同类二次根式,并对同类二次根式进行合并.

◆ 3. 学习方法导航 ◆

二次根式的有关概念是二次根式化简和运算的基础,二次根式的性质是二次根式化简与运算的根据,熟练地掌握二次根式的性质,能准确迅速地进行根式的化简、变形及二次根式的四则运算.

中考命题趋向

二次根式的考查强调基础,此类考题在命题中经常涉及的知识有:

1. 求二次根式有意义的条件.
2. 最简二次根式的判断.
3. 同类二次根式的判断.
4. 利用二次根式的加减乘除法则进行简单运算和化简.

这部分内容重视基础知识的考查.

本节知识是中考必考内容,其中二次根式的非负性及 $\sqrt{a^2}$ 的化简是考查的热点,通常以填空题、选择题的形式出现,也常结合其他知识出解答题.

在今后的中考中,以上内容仍是必考内容,主要以基础题、中档题为主.

1.1 二次根式

学习目标·考纲解读

(1)理解并掌握二次根式的概念(A.了解);(2)掌握二次根式的意义(C.理解);(3)掌握二次根式有意义时被开方数的取值范围(D.应用);(4)理解二次根式的被开方数的非负性(C.理解);(5)利用二次根式的意义确定数的取值(D.应用).

1 知识·能力聚焦

1. 二次根式的概念

一般地,我们把形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$)的式子叫做二次根式.二次根式 $\sqrt{a}$ 的实质是一个非负数 a 的算术平方根,其中“ $\sqrt{\quad}$ ”读作“二次根号”.

二次根式的概念要从以下几个方面来理解:

(1)从表面形式上看,二次根式必须含有二次根号“ $\sqrt{\quad}$ ”.如 $\sqrt{3}$, $\sqrt{16}$ 等都有“ $\sqrt{\quad}$ ”,虽然 $\sqrt{16}=4$,但是4是二次根式 $\sqrt{16}$ 的计算结果,因此, $\sqrt{16}$, $\sqrt{121}$, $\sqrt{1.44}$, $\sqrt{\frac{9}{4}}$ 等,也都是二次根式.

(2)二次根式中的被开方数 a 既可以表示一个数,也可以表示一个代数式,但前提是必须保证 $\sqrt{a}$ 有意义,由算术平方根的含义可知,非负数才有算术平方根,即 $a \geq 0$,也就是说, a 如果表示数,就必须是非负数,如果表示代数式,这个代数式的值也必须是非负数.例如: $\sqrt{a^2}$,因为无论 a 取什么实数,都有 $a^2 \geq 0$,所以 $\sqrt{a^2}$ 是二次根式.而 $\sqrt{-x^2-1}$, $\sqrt{-2x^2-1}$ 等都不是二次根式,因为它们虽然都有“ $\sqrt{\quad}$ ”,但是它们的被开方数都是负数,是没有意义的.因此判别二次根式时,不仅要表达形式上看是否存在“ $\sqrt{\quad}$ ”,而且应注意看被开方数是否是非负数,如果被开方数中含有字母,那么就要考虑字母的取值范围.

名师诠释

[考题1] 下列各式中,是二次根式的有().

- (1) $\sqrt{x}$; (2) $\sqrt{5}$; (3) $\sqrt{-4}$; (4) $\sqrt[3]{8}$; (5) $\sqrt{x^2+1}$; (6) $\sqrt[4]{a^2}$;
(7) $\sqrt{2a-1}$ ($a < \frac{1}{2}$)

A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

[解析] 本题考查的是二次根式的概念.(1)中的 x 既可以是正数,也可以是负数,故 $\sqrt{x}$ 不一定是二次根式;(2) $\sqrt{5}$ 是二次根式;(3)中的被开方数是 $-4 < 0$,所以 $\sqrt{-4}$ 不是二次根式;(4)的根指数是三次,所以 $\sqrt[3]{8}$ 不是二次根式;(5)因为 $x^2+1 > 0$,所以 $\sqrt{x^2+1}$ 是二次根式;(6)的根指数是四次,所以 $\sqrt[4]{a^2}$ 不是二次根式;(7)中被开方数 $2a-1 < 0$,所以 $\sqrt{2a-1}$ ($a < \frac{1}{2}$)不是二次根式.

[答案] A

[点评] 被开方数是以式子的形式给出的,要对式子进行分析,挖掘出那些隐含的非负数,然后根据定义进行判断.

[考题2] (2006年浙江杭州)要使式子 $\sqrt{2x+3}$ 有意义,字母 x 的取值必须满足().

- A. $x > -\frac{3}{2}$ B. $x \geq -\frac{3}{2}$ C. $x > \frac{3}{2}$ D. $x \geq \frac{3}{2}$

[解析] 要使二次根式有意义,被开方数必须不为负的.所以 $2x+3 \geq 0$,得 $x \geq -\frac{3}{2}$.故应选B项.

[答案] B

[点评] 理解被开方数非负是关键.

[考题3] (2007年四川)若要式子 $-\frac{\sqrt{x}}{x-1}$ 有意义,则自变量 x 的取值范围是().

(3) “ $\sqrt{\quad}$ ”的根指数为2,即“ $\sqrt{\quad}$ ”,我们常省略根指数2,写作“ $\sqrt{\quad}$ ”,不要误把“ $\sqrt{\quad}$ ”的根指数当作0.如 $\sqrt[3]{2}$ 就不是二次根式,因为它的根指数是3.

(4) 式子 $\sqrt{a}(a \geq 0)$ 既表示二次根式,又表示非负数 a 的算术平方根,因此式子 $\sqrt{a} \geq 0$,也就是说,二次根式一定是非负数.所以 $\sqrt{a}$ 中,不但 a 是非负数, $\sqrt{a}$ 也是非负数,即 $\sqrt{a}$ 中, $a \geq 0, \sqrt{a} \geq 0$.

(5) 形如 $b\sqrt{a}(a \geq 0)$ 的式子是二次根式吗?首先我们考虑 $b\sqrt{a}$ 的意义,它表示 b 与 $\sqrt{a}$ 的乘积.如 $2\sqrt{3}$ 表示 $2 \times \sqrt{3}$,因此它是二次根式;如 $-\frac{2}{7}\sqrt{2}$ 表示 $-\frac{2}{7}$ 与 $\sqrt{2}$ 的乘积,它也是二次根式; $\frac{8}{3}\sqrt{5}$ 也是二次根式,但要注意不能写成 $2\frac{2}{3}\sqrt{5}$,也就是说,当 b 为带分数时,要把 b 改写成假分数.



2 方法·技巧平台

2. 由二次根式确定被开方数中字母的取值范围

要使 $\sqrt{a}$ 有意义,被开方数 a 就必须是非负数,即 $a \geq 0$,由此可以确定被开方数中字母的取值范围.如 $\sqrt{2x+1}$,只有当 $2x+1 \geq 0$,即 $x \geq -\frac{1}{2}$ 时,二次根式 $\sqrt{2x+1}$ 才有意义.再如,对于式子 $\frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{x+1}}$ 来说,只有当 $\begin{cases} 3-x \geq 0, \\ x+1 > 0, \end{cases}$ 即 $-1 < x \leq 3$ 时,二次根式才有意义.

$$A. x \geq 0$$

$$C. x < 0$$

$$B. x > 0, \text{且 } x \neq 1$$

$$D. x \geq 0, \text{且 } x \neq 1$$

[解析] 由 $x \geq 0$,且 $x-1 \neq 0$,得 $x \geq 0$,且 $x \neq 1$.故应选D项.

[答案] D

[点评] 求定义域(取值范围)

求定义域要过关,四项原则须注意:负数不能开平方;分母为零无意义;数零没有零次幂;限制条件不唯一,不等式组求解集.

[考题4] 当 $x=3$ 时,在实数范围内无意义的是().

$$A. \sqrt{x-3}$$

$$B. \sqrt{3-x}$$

$$C. \sqrt{x^2-3}$$

$$D. \sqrt{3-x^2}$$

[解析] 当 $x=3$ 时,A中 $x-3=0$ 满足被开方数范围;B中 $3-x=0$ 亦满足;C中 $x^2-3=6>0$ 满足;D中 $3-x^2=-6<0$ 不符合.故选D项.

[答案] D

[点评] 强调被开方数要大于或等于零.

[考题5] 若 $\sqrt{\frac{a}{b}}$ 是二次根式,则 a, b 应该满足的条件是().

$$A. \frac{a}{b} \geq 0$$

$$B. a \geq 0, \text{且 } b > 0$$

$$C. a > 0, \text{且 } b \geq 0$$

$$D. \frac{a}{b} > 0$$

[解析] 由被开方数为非负数即可判断 $\frac{a}{b} \geq 0$,故选A项.

[答案] A

[点评] B、C、D三项中,B与D范围不全面,C中 $b \neq 0$.

[考题6] 若实数 m, n 满足 $(m-1)^2 + \sqrt{n+3} = 0$,则 $m+n = \underline{\hspace{2cm}}$.

[解析] 因为 $(m-1)^2 \geq 0, \sqrt{n+3} \geq 0$,故要使 $(m-1)^2 + \sqrt{n+3} = 0$,则必有 $(m-1)^2 = 0, \sqrt{n+3} = 0$,所以 $m=1, n=-3$,则 $m+n=-2$.

[答案] -2

[点评] 两个非负数之和为零,则这两数都为零.

[考题7] 已知 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$,则 $x + \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

[解析] $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 5$,则 $x + \frac{1}{x} = \pm\sqrt{5}$.

[答案] $\pm\sqrt{5}$

[点评] 理解 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$ 是关键,还要注意由 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5$ 得 $x + \frac{1}{x} = \pm\sqrt{5}$ 两个值,即一个正数的开方数有两个,这两个开方数互为相反数.

[考题8] 当 x 取何值时,下列各式有意义?

$$(1) \sqrt{3x} + \sqrt{-x};$$

$$(2) \sqrt{-2x + \frac{x}{x+2}};$$

$$(3) \sqrt{(x-1)^2};$$

$$(4) \sqrt{\frac{1}{2-3x}};$$

[注意] (1)对于含有分母的二次根式,不要忽略分母不能为零这一条件.

(2)当一个式子中含有多个二次根式,那么它们有意义的条件是二次根式中所有被开方数都为非负实数.

3 创新·思维拓展

3. 易错与疑难题

本节知识的理解与运用常出现的错误有:(1)忽略二次根式的双重非负性;(2)忽略已知条件或隐含条件.

当 x 为何整数时, $\sqrt{10x-1}+1$ 有最小整数值? 并求出这个最小整数值.

错解1:当 $x=0$ 时, $\sqrt{10x-1}+1=\sqrt{0-1}+1=-1+1=0$, 此时, 最小值是0.

错解2:当 $x=\frac{1}{10}$ 时, $\sqrt{10x-1}+1=\sqrt{10\times\frac{1}{10}-1}+1=0+1=1$, 此时, 最小值是1.

分析:错解1忽略了 $10x-1\geq 0$ 和 $\sqrt{10x-1}\geq 0$ 这两个性质;错解2忽略了 x 应取整数这个条件.

正解: $\because 10x-1\geq 0, \therefore x\geq \frac{1}{10}$.

当 $x=1$ 时, $10x-1=10\times 1-1=9=3^2$, 即 $\sqrt{10x-1}=\sqrt{3^2}=3$,

$\therefore$ 当 $x=1$ 时, $\sqrt{10x-1}+1$ 有最小整数值, 为 $3+1=4$.

小结:此题是求 $\sqrt{10x-1}+1$ 的最小整数值, 如果不要求 x 为整数, 则有最小整数值为1, 此时 $10x-1=0$, 即 $x=\frac{1}{10}$.

$$(5) \frac{\sqrt{2x+4}}{x-2};$$

$$(6) \frac{\sqrt{x-3}}{x^2-3};$$

$$(7) \frac{\sqrt{1-2x}}{|x|-1};$$

$$(8) \sqrt{2-a} + \frac{2a}{a+1}.$$

[解析] 本题考查二次根式有意义的条件, 要使各式有意义, 则被开方数必须是非负数, 如果分母中有根式, 那么被开方数必须为正数, 因为零不能作分母.

[答案] (1)欲使 $\sqrt{3x} + \sqrt{-x}$ 有意义, 则必有 $\begin{cases} 3x \geq 0, \\ -x \geq 0, \end{cases} \therefore x=0.$

$\therefore$ 当 $x=0$ 时, $\sqrt{3x} + \sqrt{-x}$ 有意义.

(2)欲使 $\sqrt{-2x} + \frac{x}{x+2}$ 有意义, 则必有 $\begin{cases} -2x \geq 0, \\ x+2 \neq 0, \end{cases} \therefore x \leq 0, \text{ 且 } x \neq -2.$

$\therefore$ 当 $x \leq 0$, 且 $x \neq -2$ 时, $\sqrt{-2x} + \frac{x}{x+2}$ 有意义.

(3) $\because (x-1)^2 \geq 0, \therefore$ 无论 x 取任何实数, $\sqrt{(x-1)^2}$ 都有意义.

(4)欲使 $\sqrt{\frac{1}{2-3x}}$ 有意义, 则必有 $2-3x > 0, \therefore x < \frac{2}{3}.$

$\therefore$ 当 $x < \frac{2}{3}$ 时, $\sqrt{\frac{1}{2-3x}}$ 有意义.

(5)欲使 $\frac{\sqrt{2x+4}}{x-2}$ 有意义, 则必有 $\begin{cases} 2x+4 \geq 0, \\ x-2 \neq 0, \end{cases} \therefore x \geq -2, \text{ 且 } x \neq 2.$

$\therefore$ 当 $x \geq -2$, 且 $x \neq 2$ 时, $\frac{\sqrt{2x+4}}{x-2}$ 有意义.

(6)欲使 $\frac{\sqrt{x-3}}{x^2-3}$ 有意义, 则必有 $\begin{cases} x-3 \geq 0, \\ x^2-3 \neq 0, \end{cases} \therefore x \geq 3.$

$\therefore$ 当 $x \geq 3$ 时, $\frac{\sqrt{x-3}}{x^2-3}$ 有意义.

(7)欲使 $\frac{\sqrt{1-2x}}{|x|-1}$ 有意义, 则必有 $\begin{cases} 1-2x \geq 0, \\ |x|-1 \neq 0, \end{cases} \therefore x \leq \frac{1}{2}, \text{ 且 } x \neq -1.$

$\therefore$ 当 $x \leq \frac{1}{2}$, 且 $x \neq -1$ 时, $\frac{\sqrt{1-2x}}{|x|-1}$ 有意义.

(8)欲使 $\sqrt{2-a} + \frac{2a}{a+1}$ 有意义, 则必有 $\begin{cases} 2-a \geq 0, \\ a+1 \neq 0, \end{cases} \therefore a \leq 2, \text{ 且 } a \neq -1.$

$\therefore$ 当 $a \leq 2$, 且 $a \neq -1$ 时, $\sqrt{2-a} + \frac{2a}{a+1}$ 有意义.

[点评] 本例中的(2)、(4)~(8)小题应充分考虑到分母不能为零的情况. (6)小题中, 由 $x-3 \geq 0$, 得 $x \geq 3$, 由 $x^2-3 \neq 0$, 得 $x \neq \pm\sqrt{3}$, 而 $\pm\sqrt{3}$ 均不在 $x \geq 3$ 的范围内, 所以只需满足 $x \geq 3$ 即可; (7)小题中, 由 $1-2x \geq 0$, 得 $x \leq \frac{1}{2}$, 由 $|x|-1 \neq 0$, 得 $x \neq \pm 1$, 只有 $x = -1$ 在 $x \leq \frac{1}{2}$ 的范围内, 而 $x = 1$ 不在 $x \leq \frac{1}{2}$ 的范围内, 所以只要满足 $x \leq \frac{1}{2}$, 且 $x \neq -1$ 即可.



4 能力·题型设计

1A 当 x _____ 时, $\sqrt{2x-3}$ 是二次根式.

2A 使式子 $\sqrt{2x-4}$ 有意义的 x 的取值范围为().

A. $x > 2$ B. $x \geq 2$ C. $x \geq 0$ D. $x < 2$

3A 当 x 满足条件 _____ 时, $\sqrt{\frac{-1}{x}}$ 在实数范围内有意义.

4B 当 a _____ 时, $\frac{\sqrt{a-2}}{a-5}$ 在实数范围内有意义.

5B 如果 $\sqrt{m-n}$ 是二次根式, 那么 m, n 应满足的条件是 _____.

6A 使 $\sqrt{5-a} + \frac{1}{\sqrt{a-1}}$ 有意义的 a 的取值范围是 _____.

7B 下列语句正确的是().

A. 式子 $\sqrt{1-x}$ 是二次根式

B. 2 的平方根是 $\sqrt{2}$

C. 3 是 $\pm\sqrt{3}$ 的平方

D. 二次根式中的被开方数是正数

8A 要使代数式 $\frac{\sqrt{2x-3}}{x-3}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 _____.

9A 使式子 $\sqrt{4-x}$ 有意义且取得最小值的 x 的取值是().

A. 0 B. 2 C. 4 D. 不存在

点击考点

测试要点 1

测试要点 1、2

测试要点 2

2006 年浙江宁波

测试要点 1、2

测试要点 2、3

测试要点 2、3

测试要点 1、2

测试要点 1、2、3

测试要点 1、2、3

测试要点 1

测试要点 1

测试要点 2、3

测试要点 1、2

测试要点 1

10C 原子弹爆炸时, 所遵循的质能联系方程为 $\Delta E = \Delta mc^2$ ($c > 0$), 试用含有 $\Delta E, \Delta m$ 的代数式表示 c , 并求当 $\Delta E = 49, \Delta m = 4$ 时, c 的值.

11C 下列说法: ① $\sqrt{4}$ 是二次根式; ② $\sqrt{a^2 + b^2}$ 是一个非负数; ③ 当 $a \geq 0$ 时, $\sqrt{a-1}$ 有意义; ④ $\sqrt{x^2 + 16}$ 的最小值为 4. 其中正确的有().

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

12A 使式子 $\frac{1}{2-\sqrt{x}}$ 有意义的 x 值为().

A. $x \neq 4$ 的正实数

B. $x \neq 4$ 的非负数

C. $x \geq 0$ 的实数

D. $x < 2$ 的实数

13A 下列各式中哪些是二次根式? 哪些不是? 为什么?

(1) $\sqrt{15}$;

(2) $\sqrt{-7}$;

(3) $\sqrt{x^2 + 2x + 1}$;

(4) $\sqrt{-3x} (x \leq 0)$;

(5) $\sqrt[3]{x^2 + 1}$;

(6) $\sqrt{-(2x-1)^2}$.

14C 试判断当代数式中的字母取何值时, 下列各式有意义.

(1) $\sqrt{\frac{1}{2x-8}}$;

(2) $\sqrt{(x-5)^2}$;

(3) $\sqrt{\frac{1}{|x|}}$;

(4) $\sqrt{-a}$;

(5) $\frac{\sqrt{1-x}}{2-|x|}$;

(6) $\frac{\sqrt{x+1}}{x+3} + (x-2)^0$.

1.2 二次根式的性质

学习目标·考纲解读

- (1)理解二次根式的基本性质(A.了解);(2)掌握 $(\sqrt{a})^2 = a(a \geq 0)$ (D.应用);(3)掌握 $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a > 0), \\ 0 & (a = 0), \\ -a & (a < 0) \end{cases}$ (C.理解);(4)掌握 $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}(a \geq 0, b \geq 0)$ (C.理解);(5)掌握 $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}(a \geq 0, b > 0)$ (C.理解);(6)注意二次根式的乘除法与整式乘除法的联系(D.应用);(7)比较 $\sqrt{a^2}$ 与 $(\sqrt{a})^2$ 的异同(D.应用);(8)切实掌握好运用 $\sqrt{a^2} = |a|$ 进行化简(D.应用).

1 知识·能力聚焦

1. 二次根式的基本性质

(1) $\sqrt{a} \geq 0(a \geq 0)$,即一个非负数的算术平方根是一个非负数.

(2) $(\sqrt{a})^2 = a(a \geq 0)$,即一个非负数的算术平方根的平方等于它本身.

$$(3) \sqrt{a^2} = \begin{cases} a(a > 0), \\ 0(a = 0), \\ -a(a < 0). \end{cases}$$

[注意] 对于性质(1):因为 $\sqrt{a}(a \geq 0)$ 表示 a 的算术平方根,所以 $\sqrt{a} \geq 0$ 这个性质一般也是非负数的算术平方根的性质,这个性质在解答题目时运用较多,如 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 0$,则 $a = 0, b = 0$.

对于性质(2):实际上可以看做性质(1)的推广,它既可以正向应用,也可以逆向应用.

如: $(\sqrt{3})^2 = 3, \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$ 等,
反过来可以写成 $3 = (\sqrt{3})^2, \frac{1}{2} = \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$ 等.

名师诠释

[考题1] 计算下列各式:

$$(1)(\sqrt{15})^2; (2)\sqrt{\left(-\frac{1}{5}\right)^2}; (3)(2\sqrt{x})^2.$$

[解析] (1)由 $(\sqrt{a})^2 = a(a \geq 0)$ 直接可得;(2)要注意应先计算 $\left(-\frac{1}{5}\right)^2$,然后再求算术平方根;(3)根据积的平方法则,这里要注意2也要平方.

[答案] (1) $(\sqrt{15})^2 = 15$; (2) $\sqrt{\left(-\frac{1}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}$; (3) $(2\sqrt{x})^2 = 2^2 \times (\sqrt{x})^2 = 4x$.

[点评] (2)可由 $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a(a > 0), \\ 0(a = 0), \\ -a(a < 0), \end{cases}$ 直接得 $\sqrt{\left(-\frac{1}{5}\right)^2} = \left|-\frac{1}{5}\right| = \frac{1}{5}$.

[考题2] 下列各等式成立的是().

- A. $(\sqrt{-2})^2 = 2$ B. $\sqrt{(-5)^2} = -5$
C. $\sqrt{(-6)^2} = 6$ D. $\sqrt{x^2} = x$

[解析] 本题主要考查 $\sqrt{a^2} = |a|$.

$(\sqrt{a})^2 = a$,必须要有 $a \geq 0$ 的条件,因此A项是错的; $\sqrt{a^2} = -a(a < 0)$,因此 $\sqrt{(-5)^2} = -(-5) = 5$,所以B项是错的;由于字母 x 不知道是正、是负,因此D项也是错的,故选C项.

[答案] C

[点评] 根式的值为非负.

[考题3] (2007年江苏)已知 $x < 2$,则化简 $\sqrt{x^2 - 4x + 4}$ 的结果是().

- A. $x - 2$ B. $x + 2$ C. $-x - 2$ D. $2 - x$