新教材

丛书主编 吴万用

重要习题集

初三几何

名师解题

谢慧◎主编

- 名题荟萃
- 名师精讲
- 以练为主
- 讲练结合

大连理工大学出版社 Dalian University of Technology Press

重要习题集

初三几何

名师解题

图书在版编目(CIP)数据

新教材重要习题集——名师解题·初三几何/谢慧主编.—大连:大连理工大学出版社,2002.6
ISBN 7-5611-2025-7

Ⅰ.新… Ⅱ.谢… Ⅲ.几何课-初中-习题 Ⅳ.G632.479

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 013011 号

大连理工大学出版社出版发行
大连市凌水河　邮政编码　116024
电话:0411-4708842　传真:0411-4701466
E-mail:dutp@mail.dlptt.ln.cn
URL:http://www.dutp.com.cn
大连业发印刷有限公司印刷

开本:880 毫米×1230 毫米　1/32　字数:378 千字　印张:9.375　插页:2
印数:1—30000 册
2002 年 6 月第 1 版　2002 年 6 月第 1 次印刷

责任编辑:孙　晶　责任校对:杨　昆
封面设计:孙宝福　版式设计:孙宝福

定价:10.50 元

前言

QIANYAN

目前普遍实施的新教学方法和教材改革，更侧重对学生能力的培养与训练。但是，能力的增强不是一蹴而就，而是在对每个知识点的深刻理解，对相关知识点的融会贯通基础上形成的，只有厚积才能薄发。为此，我们在 2001 年组织编写了《新教材重要习题集——名师解题》丛书的高中部分。丛书出版以后，深受广大师生欢迎，普遍认为编写体例和内容便于学生自学，有利于因材施教，能扩大学生知识视野，有效提高学生的能力素质。一些初中教师看后，建议将该丛书扩充到初中。于是今年便组织了教学第一线的具有丰富学科知识和教学经验的特级、高级教师，编写了与人教社新教材配套的《新教材重要习题集——名师解题》初中部分。

本丛书初中部分包括数学（代数、几何）、物理、化学、语文、英语 5 个学科。每个学科均包括两部分：

精讲与习题：按教材章（单元）、节（课）顺序精讲重要知识点与命题方向，并精心设计各节（课）*基础训练题*和章（单元）末的*分级能力训练题*。分级能力训练题包括综合训练题（含学科内综合题）、跨学科综合题、中考真题及竞赛题。

题解与答案：包括本丛书各节（课）基础训练题题解与答案；章（单元）末分级能力训练题题解与答案；新教材中的习题答案。

本丛书有以下特点：

▶*目标明确，便于自学* 有目标才有动力，所以，本丛书在各章（单元）开头指明所要达到的目标；而在每节（课）中又指出应理解掌握的知识点和命题方向。归纳简明扼要，使学生自学更加便捷。本书的题解与答案部分对较难习题既有提示，又给学生留有一定的思考空间；对难题有详解，给学生以示范，便于自学和自我检测。

▶*夯实基础，注重能力* 不抓基础就一定失败，没有基础就没有能力，这是真理。因此，在这套丛书中，每节（课）后编写的习题全是围绕本节（课）知识点拟定的各类基础题，借此强化知识点，并且通过训练揭示出基础题解题的一般规律。而每一章（单元）后编写的分级能力训练题，又以本章（单元）综合性习题为主，再配以跨学科综合题、中考真题及竞赛题，从中让学生知道：综合题是基础题的组合；从中悟出解综合题的一般思路和常规解法。让学生在综合训练的基础上，通过中考真题及竞赛题进行实战演练及能力检测。由此可进一步开阔学生的眼界，为学生素质能力提高创造条件。

▶*针对性强，分级训练* 本丛书设计和选择习题时，注意到学生学习知识的循序渐进性和接受能力上的差异，因此所选习题，梯度明显，类型全、新、典型，便于学生根据自己的需要及程度，自行选题，有针对性地练习。

应该说，这套丛书弥补了教材的不足，与现行中考接轨。因此，称之为“重要习题集”。我们是第一线的教师，深知学生需要什么，并且愿意为他们服务，希望我们的付出会给学生们带来收获。同时也希望教师和学生们在阅读和使用本书过程中，发现问题给予指出，以便不断修改和完善，使其成为深受学生欢迎的良师益友。

吴万用

2002 年 5 月于沈阳

目录 MULU

第一部分 精讲与习题

第二部分　题解与答案

本书习题题解与答案

教材习题答案

第一部分

精讲与习题

第六章 解直角三角形

目标要求

1. 了解三角函数的概念，能够正确地应用 $\sin\alpha$，$\cos\alpha$，$tg\alpha$，$ctg\alpha$ 表示直角三角形中两边的比。

2. 熟记30°、45°、60°角的三角函数值，会计算含有特殊角的三角函数式的值，会由一个特殊锐角的三角函数值，求出它们对应的角度。

3. 会用科学计算器(尚无条件的学校可使用算表)，由已知锐角求它的三角函数值，由已知三角函数值求它对应的锐角。

4. 掌握直角三角形的边角关系，会运用勾股定理、直角三角形中的两个锐角互余及锐角三角函数解直角三角形。

5. 会用解直角三角形的有关知识解决某些简单的实际问题。

6. 通过解直角三角形或四边形有关的实习作业，培养学生解决实际问题的能力和运用数学的意识。

6.1 正弦和余弦

重要知识点

1. 正弦和余弦的定义

如图6-1在 Rt△ABC 中，$\angle C = 90°$，我们把锐角 A 的对边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的正弦，记作 $\sin A$，即 $\sin A = \dfrac{\angle A\text{的对边}}{\text{斜边}} = \dfrac{a}{c}$，我们把锐角 A 的邻边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的余弦，记作 $\cos A$，即 $\cos A = \dfrac{\angle A\text{的邻边}}{\text{斜边}} = \dfrac{b}{c}$。

2. 特殊角的正弦值和余弦值

α	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$

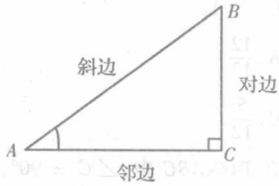

图6-1

3.锐角的正弦与余弦之间的关系

(1) 同一锐角的正弦、余弦关系：$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$。

(2) 任意锐角的正弦值等于它的余角的余弦值，任意锐角的余弦值等于它的余角的正弦值。

$$\sin A = \cos(90° - A);\quad \cos A = \sin(90° - A)。$$

4.锐角的正弦、余弦的变化规律

当锐角在 0° ~ 90° 间变化时，正弦值随着角度的增大(或减小)而增大(或减小)；余弦值随着角度的增大(或减小)而减小(或增大)。

5.应该注意的几个问题

(1) 对于用三个大写字母表示的角，它的正弦和余弦中角的符号"∠"不能省略，如 $\sin\angle ABC$，不能写成 $\sin ABC$。

(2) $\sin A = \dfrac{a}{c}$ 是一个比值，没有单位，只与 ∠A 的大小有关。

(3) 由于直角三角形中，直角边小于斜边，因此有：$0 < \sin A < 1$，$0 < \cos A < 1$。

命题方向

本节中的正弦、余弦等知识，是今后学习三角函数知识的重要基础，一般结合分式、根式等知识考查，以选择题、填空题为主。

基础训练题

一、选择题

1.在 Rt△ABC 中，两条直角边的长度都扩大 2 倍，那么 ∠A 的正弦值(　　)。

A.都扩大 2 倍　　B.都缩小 2 倍　　C.没有变化　　D.不能确定

2.在 Rt△ABC 中，∠C = 90°，两直角边之比为 1 : 2，则较小锐角的余弦值为(　　)。

A.$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　B.$\dfrac{2}{5}\sqrt{5}$　　C.$\dfrac{4}{5}\sqrt{5}$　　D.2

3.如图 6-2，∠C = 90°，BC = 5，AB = 13，则 sinA 的值等于(　　)。

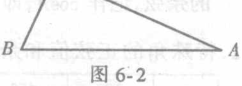

图 6-2

A.$\dfrac{12}{13}$　　B.$\dfrac{13}{5}$

C.$\dfrac{5}{12}$　　D.$\dfrac{5}{13}$

4.在 Rt△ABC 中，∠C = 90°，如果 ∠A = 30°，那么 sinA + cosB 的值等于(　　)。

A.1　　B.$\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$　　C.$\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$　　D.$\dfrac{1}{4}$

5.若 x 是锐角，且 sinx = cos30°，那么锐角 x 等于(　　)。

A.30°　　B.45°　　C.60°　　D.不存在

6.当锐角 $A > 45°$ 时，$\sin A$ 的值(　　)。

A.小于$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B.大于$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C.小于$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D.大于$\frac{\sqrt{3}}{2}$

7.$2\cos^2\alpha + 3\cos\alpha - 2 = 0$，则 $\cos\alpha$ 的值是(　　)。

A.$-\frac{1}{2}$　　B.$\frac{1}{2}$ 或 -2　　C.-2　　D.$\frac{1}{2}$

8.若 $0° < \alpha < 45°$，那么 $\cos\alpha - \sin\alpha$ 的值(　　)。

A.大于零　　B.小于零　　C.等于零　　D.不能确定

9.若 A、B、C 是一个三角形的三个内角，则 $\sin\frac{A+B}{2}$ 等于(　　)。

A.$\sin C$　　B.$\sin\frac{C}{2}$　　C.$\cos\frac{C}{2}$　　D.$\cos C$

10.化简 $\sqrt{(1-\cos 80°)^2} + \frac{\sin 80° - \sin 20°}{\sqrt{(\sin 80° - \sin 20°)^2}}$ 的结果是(　　)。

A.$2-\cos 80°$　　B.$-\cos 80°$　　C.$\cos 80°$　　D.$\cos 80° - 2$

11.$\angle A$ 为锐角，且 $\cos A = \frac{1}{5}$，那么(　　)。

A.$0° < A \leqslant 30°$　　B.$30° < A \leqslant 45°$　　C.$45° < A \leqslant 60°$　　D.$60° < A < 90°$

12.$\angle A + \angle B = 90°$，则 $\sin^2 A + \sin^2 B =$ (　　)。

A.1　　B.$(\sin A + \cos B)^2$　　C.$2\sin^2 A$　　D.0

13.已知：$\sin 67°18' = 0.9225$，则 $\cos 22°42'$ 等于(　　)。

A.0.0775　　B.0.9225

C.0.9220　　D.以上答案都不对

14.已知 $\sin\alpha_1 = 0.5432$，$\sin\alpha_2 = 0.5433$，$\sin\alpha_3 = 0.5434$，$\sin\alpha_4 = 0.5435$，则(　　)。

A.$\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < \alpha_4$　　B.$\alpha_3 < \alpha_2 < \alpha_1 < \alpha_4$

C.$\alpha_4 < \alpha_3 < \alpha_2 < \alpha_1$　　D.$\alpha_2 < \alpha_3 < \alpha_4 < \alpha_1$

15.已知 $3 - 4\sin^2 A = 0$，则锐角 $A =$ (　　)。

A.30°　　B.45°　　C.60°　　D.90°

16.若 $\angle\alpha$、$\angle\beta$ 都是锐角，且 $\cos\alpha < \cos\beta$，则下列各式中正确的是(　　)。

A.$\alpha < \beta$　　B.$\alpha = \beta$　　C.$\alpha > \beta$　　D.以上结论都不对

二、填空题

17.在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的对边分别用 a、b、c 表示，若 $a = 1$，$b = 2$，则 $\angle B$ 的正弦值为________，余弦值为________。

18.直角三角形的斜边与一直角边的比为 13∶5，若较大的锐角为 α，则 $\sin\alpha =$ ________，$\cos\alpha =$ ________。

19.在 Rt$\triangle ABC$ 中，若 $\angle C = 90°$，$a = 5$，$c = 5\sqrt{2}$，则 $\sin A =$ ________。

20.在 Rt△ABC 中,$\angle C = 90°$,$\sin A = \frac{4}{5}$,则 $\sin B =$ ________。

21.在 Rt△ABC 中,$\angle C = 90°$,$AC = 9$,$BC = 12$,则 $\sin A + \cos A =$ ________。

22.已知:锐角 α 满足等式 $2\sin(\alpha + 15°) - 1 = 0$,则 $\angle\alpha =$ ________,$\cos 2\alpha =$ ________。

23.在锐角△ABC 中,$\sin A = \sin B$,则△ABC 一定为________三角形。

24.若 $\sin 38°18' = 0.6198$,则 $\cos 51°42' =$ ________。

25.在 Rt△ABC 中,$\angle C = 90°$,如果 $\sin(90° - A) = \frac{5}{13}$,则 $\cos(90° - A) =$ ________,$\mathrm{tg}B =$ ________。

26.若 $\cos 30°12' = 0.8463$,且 $2'$ 的修正值是 3,则 $\cos 30°14' =$ ________。

27.若 $2 + \sqrt{3}$ 是方程 $x^2 - 8x\cos\alpha + 1 = 0$ 的一个根,且 α 是锐角,则 $\alpha =$ ________。

28.求值:$\sqrt{(\cos 60° - 1)^2} =$ ________。

29.已知:$0° < \alpha < 90°$,那么 $\sqrt{(1 - \sin\alpha)^2} + |\sin\alpha - 2| + 1 =$ ________。

30.若 $0° < \alpha < 45°$,$\sqrt{1 - 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha} =$ ________。

31.$\sin\frac{A}{2} = a$,若 A、B、C 为三角形的三个内角,则 $\cos(\frac{B + C}{2}) =$ ________。

三、解答题

32.计算下列各题

(1)$\sin 30° + \cos 60° - \cos^2 45°$;　(2)$\sin^2 45° + \cos 30° \cdot \sin 60°$;

(3)$\sin 60° - \cos 60° + \sin 30° - \cos 45°$;　(4)$\frac{\sin 23°40' - \cos 66°20'}{\sin 23°40' + \cos 66°20'}$;

(5)$\frac{1}{\cos 45°} + \sin 45° \cdot \sin 30°$;　(6)$\frac{1}{2}\sin 60° + \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 45° + \sin 30° \cdot \cos 30°$;

(7)$\frac{\cos 45° - \sin 30°}{\cos 60° + \sin 30°}$;　(8)$\frac{\sin 60° - \sin 45°}{\cos 45° + \cos 30°}$;

(9)$\frac{\sin 45°}{1 + \sin 60°} - \frac{\cos 45°}{1 - \sin 60°} + \sqrt{2(\sin 30° - \cos 30°)^2}$

33.求锐角 α 的度数:

(1)$\sin^2\alpha - \sin\alpha + \frac{1}{4} = 0$　(2)$(2\cos\alpha - \sqrt{2})(\cos\alpha - 2) = 0$

34.直角三角形的斜边与一条直角边的比为 $\sqrt{3} : 1$,若 α 为较大的锐角,求:$\sin\alpha$、$\cos\alpha$ 的值。

35.用三角函数定义证明:在 Rt△ABC 中,$\angle A$ 为同一锐角,则 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$。

36.在 Rt△ABC 中,斜边 $AB = c$,$\angle B = \alpha$,周长为 S,试用 c 及 α 的三角函数表示 S。

37.在△ABC 中,$\angle C = 90°$,$CD \perp AB$ 于 D,若 $BC = 2$,$CD = \sqrt{3}$,求 $\angle A$ 的正弦值及余弦值。

四、思考题

38. $\sqrt{\cos^2 59° - \cos 59° + 0.25}$ 等于(　　)。

A. $\frac{2\cos 59° - 1}{2}$　　B. $\frac{1 - 2\cos 59°}{2}$

C. $\cos 59° - \frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{4} - \cos 59°$

39. 下列命题中，错误的是(　　)。

A. 在直角三角形中，$\angle C = 90°$，$\cos(A + B) + \cos C = 0$

B. 在直角三角形中，$\angle C = 90°$，$\sin(A + B) + \sin C = 2$

C. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，$\sin A = \cos B$

D. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A = 90°$，已知 b 和 B，那么 a 的关系式为 $a = b\sin B$

40. 化简：$\sqrt{1 - 2\sin\alpha\cos\alpha}$ （α 为锐角）

41. 已知 a、b、c 是 $\triangle ABC$ 的三边，a、b、c 满足等式 $(2b)^2 = 4(c + a)(c - a)$，且 $5a - 3c = 0$，求 $\sin A + \sin B + \sin C$ 的值。

42. 在锐角三角形 ABC 中，求证 $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A}$。

43. $\triangle ABC$ 为任意锐角三角形，能否判断 $\cos A + \cos B + \cos C$ 与 $\sin A + \sin B + \sin C$ 的大小？若能，请证明你的结论，若不能，请说明理由。

6.2 正切和余切

重要知识点

1. 正切和余切的定义

如图 6-3，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，我们把锐角 A 的对边与邻边的比叫做 $\angle A$ 的正切，记作 $\mathrm{tg}A$ 或 $\tan A$，即 $\mathrm{tg}A = \frac{\angle A\text{ 的对边}}{\angle A\text{ 的邻边}} = \frac{a}{b}$。我们把锐角 A 的邻边与对边之比叫做 $\angle A$ 的余切，记作 $\mathrm{ctg}A$ 或 $\cot A$，即 $\mathrm{ctg}A = \frac{\angle A\text{ 的邻边}}{\angle A\text{ 的对边}} = \frac{b}{a} = \frac{1}{\mathrm{tg}A}$。

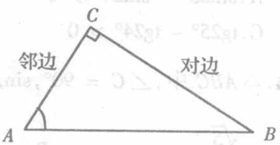

图 6-3

2. 特殊角的正切值和余切值。

α	$30°$	$45°$	$60°$
$\mathrm{tg}\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\mathrm{ctg}\alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

3.锐角的正切与余切之间的关系：

(1) 同角的正切与余切互为倒数，即 $\mathrm{tg}A \cdot \mathrm{ctg}A = 1$。

(2) 任意角的正切值等于它的余角的余切值，任意锐角的余切值等于它的余角的正切值，即 $\mathrm{tg}A = \mathrm{ctg}(90° - A)$，$\mathrm{ctg}A = \mathrm{tg}(90° - A)$。

4.锐角正切、余切的变化规律：

当锐角在 0° ~ 90° 之间变化时，正切值随着角度的增大而增大(或随着角度的减小而减小)，余切值随着角度的增大而减小(或随着角度的减小而增大)。

命题方向

同正弦、余弦一样，正切和余切是今后学习三角函数的基础，考试中一般结合正弦、余弦考查特殊角的三角函数值的计算，一般以填空、选择题的形式出现。有结合分式的性质、根式的性质以及乘法公式的综合题，难度不会太大，但要求计算要准确。

基础训练题

一、选择题

1.已知：在 Rt△ABC 中，c 为斜边，b、a 分别是锐角 B、A 所对的直角边，那么下列正确的关系式是(　　)。

A.$\sin A = \frac{b}{c}$　　B.$\cos B = \frac{a}{c}$　　C.$\mathrm{tg}A = \frac{b}{a}$　　D.$\mathrm{ctg}B = \frac{b}{a}$

2.在直角三角形 ABC 中，斜边 AB 是直角边 AC 的 3 倍，下列各式中正确的是(　　)。

A.$\sin A = \frac{3}{2\sqrt{2}}$　　B.$\cos B = \frac{1}{3}$　　C.$\mathrm{tg}A = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$　　D.$\mathrm{ctg}B = 2\sqrt{2}$

3.在下列不等式中不正确的是(　　)。

A.$\sin 25° - \sin 24° > 0$　　B.$\cos 25° - \cos 24° < 0$

C.$\mathrm{tg}25° - \mathrm{tg}24° > 0$　　D.$\mathrm{ctg}25° - \mathrm{ctg}24° > 0$

4.△ABC 中，$\angle C = 90°$，$\sin A = \frac{2}{3}$，则 $\mathrm{tg}B =$ (　　)。

A.$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B.$\frac{2}{5}\sqrt{5}$　　C.$\frac{\sqrt{5}}{3}$　　D.$\frac{5}{2}$

5.若 $\alpha + \beta = 90°$，以下各式中正确的是(　　)。

A.$\sin\alpha = \sin\beta$　　B.$\mathrm{tg}\alpha = \mathrm{ctg}(90° - \beta)$

C.$\sin\alpha = \cos\beta$　　D.$\mathrm{tg}(90° - \beta) = \mathrm{tg}\beta$

6.Rt△ABC 中，$\angle C = 90°$，下列等式不成立的是(　　)。

A.$\mathrm{ctg}A = \mathrm{tg}B$　　B.$\mathrm{ctg}B = \mathrm{ctg}(90° - B)$

C.$\mathrm{tg}A = \mathrm{ctg}(90° - A)$　　D.$\mathrm{ctg}A = \mathrm{tg}(90° - A)$

7.计算：$2\sin 30° + 4\cos^2 30° - \mathrm{tg}45° \cdot \mathrm{ctg}45°$ 等于(　　)。