高校经典教材同步辅导丛书
配套高教版·马文蔚主编

九章丛书

Physics

物理学
（第五版）
同步辅导及习题全解

主 编 黄淑森 焦艳芳

- 知识点窍
- 逻辑推理
- 习题全解
- 全真考题
- 名师执笔
- 题型归类

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

高校经典教材同步辅导丛书

物理学（第五版）同步辅导及习题全解

主编　黄淑森　焦艳芳

编　委（排名不分先后）

程丽园　李国哲　陈有志　苏昭平
郑利伟　罗彦辉　邢艳伟　范家畅
孙立群　李云龙　刘　岩　崔永君
高泽全　于克夫　尹泉生　林国栋
黄　河　李思琦　刘　闯　侯朝阳

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书是配合马文蔚主编的《物理学》(第五版，高等教育出版社）而编写的教材辅导书，旨在帮助读者深刻理解物理学教材的重点内容，牢固掌握基础知识和基本原理，培养正确的思维方法，提高读者的知识水平和应试能力。

本书可作为高等院校理工类各专业的参考用书，也可供考研复习使用。

图书在版编目（CIP）数据

物理学（第五版）同步辅导及习题全解 / 黄淑森，焦艳芳主编. —北京：中国水利水电出版社，2009

（高校经典教材同步辅导丛书）

ISBN 978-7-5084-6248-6

Ⅰ. 物… Ⅱ. ①黄…②焦… Ⅲ. 物理学—高等学校—教学参考资料 Ⅳ. O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 009415 号

书　　名	高校经典教材同步辅导丛书 **物理学（第五版）同步辅导及习题全解**
作　　者	主编　黄淑森　焦艳芳
出版　发行	中国水利水电出版社（北京市三里河路 6 号　100044） 网址：www.waterpub.com.cn E-mail：mchannel@263.net（万水） sales@waterpub.com.cn 电话：（010）63202266（总机）、68367658（营销中心）、82562819（万水）
经　　售	全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排　　版	北京万水电子信息有限公司
印　　刷	北京市梦宇印务有限公司
规　　格	170mm×227mm　16 开本　19.5 印张　515 千字
版　　次	2009 年 2 月第 1 版　2009 年 2 月第 1 次印刷
印　　数	0001—8000 册
定　　价	19.50 元

前　言

物理学是一门重要的基础学科，是整个自然科学的基础和现代技术发展最主要的源泉。因此，在高等理工科院校培养高素质人才的过程中，大学物理是一门重要的基础理论课程，在培养学生的创新意识和科学素养中有重要的作用和地位。

要学好大学物理，就要透彻地掌握所学的课本知识。本书就是根据马文蔚主编的《物理学》(第五版)一书的习题而作的习题解答，本书由温州职业技术学院黄淑森教授、焦艳芳主编。本书除了有传统习题集的解题过程外，还有以下特点：

◆ **知识点窍**：运用公式、定理及定义来点明知识点。

◆ **逻辑推理**：阐述习题的解题过程。

◆ **解题过程**：概念清晰、步骤完整、数据准确、附图齐全。

把知识点窍——逻辑推理——解题过程串起来，做到融会贯通，最后给出教材课后习题的答案，在解题思路和解题技巧上进行精练分析和引导，巩固所学，达到举一反三的效果。

“知识点窍”和“逻辑推理”是本书的精华所在，是由多位著名教授根据学生答题的弱点进行分析而研究出来的一种新型的拓展思路的训练方法。“知识点窍”提纲挈领地抓住了题目的核心知识，让学生清楚地了解出题者的意图，而“逻辑推理”则注重引导学生思维，旨在培养学生科学的思维方法，并掌握答题的思维技巧。本书在此基础上，还提供了详细的“解题过程”，使学生熟悉整个答题过程。

由于时间仓促及编者水平有限，书中不妥之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

编　者

2008 年 12 月

目　　录

第 1 章　质点运动学

考试要点

1. 质点、参考系、坐标系、时刻和时间等物理概念.

2. 位矢、位移、速度和加速度等描述运动及其变化的一些物理量的定义和性质(相对性、矢量性、瞬时性),借助直角坐标系计算质点作平面运动时的上述这些物理量.

3. 直线运动、抛体运动和圆周运动的基本规律,圆周运动中角量与线量的关系.

4. 速度合成定理,简单的相对运动问题.

知识点归纳

一、质点运动的描述

1. 参考系

为描述物体的运动而选的标准物叫做参考系.

2. 质点

当描述一个物体的运动,可以忽略它的大小、内部结构等时,这个物体便可视为质点. 一个物体能否看做质点,主要取决于所研究问题的性质.

3. 位置矢量

在直角坐标系中,在时刻 t,质点 P 在坐标系里的位置可用位置矢量 $r(t)$ 来表示. 位置矢量简称位矢,它是一个有向线段,其始端位于坐标系的原点 O,末端则与质点 P 在时刻 t 的位置相重合,如图 1－1 所示.

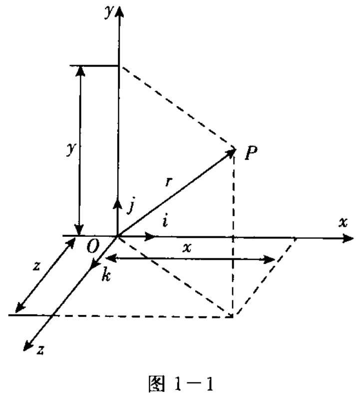


图 1－1

4. 运动方程

$$r=r(t)=x(t)i+y(t)j+z(t)k$$

其中,$x(t)$、$y(t)$、$z(t)$是 $r(t)$在 x 轴、y 轴、z 轴的分量,如图 1－2 所示.

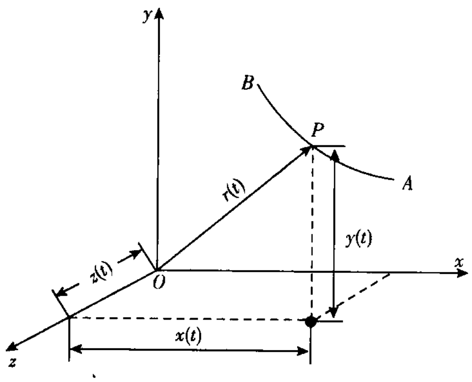


图 1－2

5. 位移

位移是描述质点位置变化的物理量,它是从质点初始时刻位置指向终点时刻位置的有向线段.

6. 速度

速度是描述质点位置变化快慢和方向的物理量,即

$$v=\lim_{\triangle t\to 0}\frac{\triangle r}{\triangle t}=\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}i+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}j+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}k=v_x i+v_y j+v_z k$$

7. 加速度

加速度是描述质点运动速度变化快慢和方向的物理量,可用公式表示为

$$a=\lim_{\triangle t\to 0}\frac{\triangle v}{\triangle t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}i+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}j+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}k$$
$$=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}i+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}j+\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}k$$

位置矢量、位移、速度、加速度等都具有矢量性、瞬时性、叠加性和相对性.

二、圆周运动

1. 平面极坐标

设有一质点在 Qxy 平面内运动,某时刻它位于点 A. 由坐标原点 O 到点 A 的有向线段 r 称为位矢,r 与 Qx 轴之间的夹角为 θ. 于是,质点在点 A 的位置可由(r,θ)来确定. 这种以(r,θ)为坐标的参考系称为平面极坐标系. 而在平面直角坐标系内,点 A 的坐标则为(x,y). 这两个坐标系的坐标之间的变换关系即为 $x=r\cos\theta$ 和 $y=r\sin\theta$.

2. 圆周运动的角速度

角坐标 $\theta(t)$随时间的变化率即 $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t$,叫做角速度,用符号 ω 表示,有 $\omega=\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$.

3. 圆周运动的切向加速度、法向加速度和角加速度

质点在圆周上运动时某点的速度可以写为 $v=ve_t$. e_t 为切向单位矢量.

加速度可以写为　$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}e_t+v\frac{\mathrm{d}e_t}{\mathrm{d}t}=a_t+a_n$

切向加速度　$a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}e_t=r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}e_t=r\alpha e_t$

法向加速度　$a_n=v\frac{\mathrm{d}e_t}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}e_n=r\omega^2e_n=\frac{v^2}{r}e_n$，$e_n$ 为法向单位矢量.

角加速度定义为角速度随时间的变化率，式为

$$\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$$

4.匀速率圆周运动和匀变速率圆周运动

匀速率圆周运动　$a=r\omega^2e_n,\theta=\theta_0+\omega t$

匀变速率圆周运动　$a=a_t+a_n,\alpha=$常量：$\begin{cases}\omega=\omega_0+\alpha t\\ \theta=\theta_0+\omega_0t+\frac{1}{2}\alpha t^2\\ \omega^2=\omega_0^2+2\alpha(\theta-\theta_0)\end{cases}$

三、相对运动

物体相对于不同参考系运动时，其间的关系可由速度合成定理表述，即

$$v=u+v'$$

式中，v 称为绝对速度，它是在基本参考系（视做“不动”）S 中观察到的物体速度；v' 是在另一个运动的参考系 S′中观察到的物体速度，称为相对速度；u 是参考系 S′相对于基本参考系 S 运动的速度，称为牵连速度.

习题解答

1—1　质点作曲线运动，在时刻 t 质点的位矢为 r，速度为 $\boldsymbol{v}$，速率为 v，t 至 $(t+\Delta t)$时间内的位移为 $\Delta\boldsymbol{r}$，路程为 Δs，位矢大小的变化量为 Δr（或称 $\Delta|\boldsymbol{r}|$），平均速度为 $\bar{\boldsymbol{v}}$，平均速率为 $\bar{v}$.

(1)根据上述情况，则必有(　　).

(A) $|\Delta\boldsymbol{r}|=\Delta s=\Delta r$

(B) $|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s\neq\Delta s\neq\Delta r$，当 $\Delta t\to0$ 时有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s\neq\mathrm{d}r$

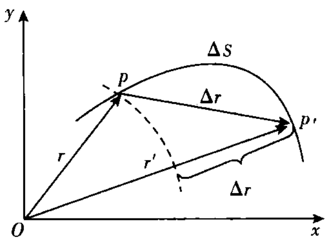
(C) $|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta r\neq\Delta s$，当 $\Delta t\to0$ 时有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}r\neq\mathrm{d}s$

(D) $|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s\neq\Delta r$，当 $\Delta t\to0$ 时有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}r=\mathrm{d}s$

(2)根据上述情况，则必有(　　).

(A) $|\boldsymbol{v}|=|v|,|\bar{\boldsymbol{v}}|=\bar{v}$　(B) $|\boldsymbol{v}|\neq|v|,|\bar{\boldsymbol{v}}|\neq\bar{v}$

(C) $|\boldsymbol{v}|=|v|,|\bar{\boldsymbol{v}}|\neq\bar{v}$　(D) $|\boldsymbol{v}|\neq|v|,|\bar{\boldsymbol{v}}|=\bar{v}$



题 1—1 图

逻辑推理　质点在 t 至$(t+\Delta t)$时间内沿曲线从 P 点运动到P'点，其中路程 $\Delta s=\widehat{PP'}$，位移大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|=\overline{PP'}$，而 $\Delta r=|\boldsymbol{r}'|-|\boldsymbol{r}|$表示质点位矢大小的变化量.

解题过程　(1)当 $\Delta t\to0$ 时，P'点无限趋近 P 点，则有$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=|\mathrm{d}s|$，但却不等于 $\mathrm{d}r$. 故选(B).

(2)由于$|\Delta \boldsymbol{r}|\neq \Delta s$,故$\left|\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}\right|\neq\frac{\Delta s}{\Delta t}$,即$|\bar{\boldsymbol{v}}|\neq\bar{v}$.但由于$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s$,故$\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|\neq\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$,即$|\boldsymbol{v}|=v$.选(C).

1—2　一运动质点在某瞬时位于位矢$\boldsymbol{r}(x,y)$的端点处,对其速度的大小有4种意见,即

(1)$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$;　(2)$\frac{\mathrm{d}|t|}{\mathrm{d}t}$;　(3)$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$;　(4)$\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$.

下述判断正确的是(　　).

(A)只有(1)(2)正确　(B)只有(2)正确　(C)只有(2)(3)正确　(D)只有(3)(4)正确

解题过程　在自然坐标系中速度大小可用公式$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$计算,在直角坐标系中则可由公式$v=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{dt}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$求解,故选(D).

1—3　质点作曲线运动,$\boldsymbol{r}$表示位置矢量,$\boldsymbol{v}$表示速度,$\boldsymbol{a}$表示加速度,s表示路程,a_t表示切向加速度.对下列表达式,即

(1)$\mathrm{d}v/\mathrm{d}t=a$;　(2)$\mathrm{d}r/\mathrm{d}t=v$;　(3)$\mathrm{d}s/\mathrm{d}t=v$;　(4)$|\mathrm{d}v/\mathrm{d}t|=a_t$.

下述判断正确的是(　　).

(A)只有(1)、(4)是对的　(B)只有(2)、(4)是对的　(C)只有(2)是对的　(D)只有(3)是对的

解题过程　$\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|$表示加速度的大小而不是切向加速度$a_t$,因此只有(3)式表达是正确的,选(D).

1—4　一个质点在做圆周运动时,则有(　　).

(A)切向加速度一定改变,法向加速度也改变

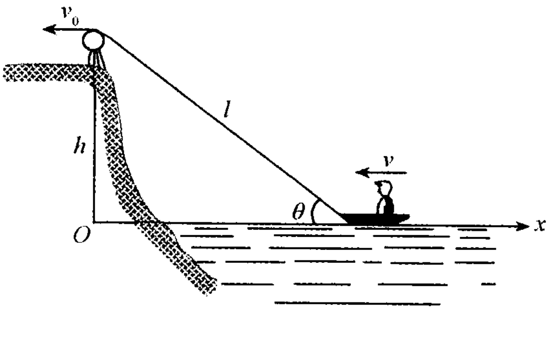
(B)切向加速度可能不变,法向加速度一定改变

(C)切向加速度可能不变,法向加速度不变

(D)切向加速度一定改变,法向加速度不变

解题过程　加速度的切向分量a_t起改变速度大小的作用,而法向分量a_n起改变速度方向的作用.质点作圆周运动时,由于速度方向不断改变,相应法向加速度的方向也在不断改变,因而法向加速度是一定改变的.质点作匀变速率圆周运动时,a_t为一不为零的恒量,当a_t改变时,质点则作一般的变速率圆周运动,选(B).

1—5　如图所示,湖中有一小船,有人用绳绕过岸上一定高度处的定滑轮拉湖中的船向岸边运动.设该人以匀速率v_0收绳,绳不伸长且湖水静止,小船的速率为v,则小船作(　　).



题1—5图

(A)匀加速运动,$v=\frac{v_0}{\cos\theta}$

(B)匀减速运动,$v=v_0\cos\theta$

(C)变加速运动,$v=\frac{v_0}{\cos\theta}$

(D)变减速运动,$v=v_0\cos\theta$

(E)匀速直线运动，$v=v_0$

知识点窍　速度公式：$v=\dfrac{dx}{dt}$　　几何关系：$x^2=(l_0-vt)^2-h^2$

逻辑推理　通过几何关系写出经过的时间 t、船与岸的水平距离 x 与绳长 $l=l_0-vt$ 及滑轮与水平高度 h 之间的关系，然后对时间求导，可以得到收绳速度与小船速度的关系.

解题过程　列出船与岸边水平距离 x 的表达式

$$x^2=(l_0-vt)^2-h^2$$

上式对时间求导

$$2x\frac{dx}{dt}=-2v(l_0-vt)$$

$$v=\frac{dx}{dt}=-\frac{v(l_0-vt)}{[(l_0-vt)^2-h^2]^{\frac{1}{2}}}=-v\left[1-\left(\frac{h}{l_0-vt}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}=\frac{v_0}{\cos\theta}$$

负号表示船运动速度的方向与 x 轴方向相反. 由速度表达式，可判断小船作变加速运动. 故选(C).

1—6　已知质点沿 x 轴作直线运动，其运动方程为

$$x=2+6t^2-t^3$$

式中 x 的单位为 m，t 的单位为 s.

求：(1)质点在运动开始后 4s 内位移的大小；(2)质点在该时间内所通过的路程；(3)$t=4$ s 时质点的速度和加速度.

知识点窍　位移公式：$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=(x_2-x_1)\boldsymbol{i}+(y_2-y_1)\boldsymbol{j}+(z_2-z_1)\boldsymbol{k}$

逻辑推理　位移可由位移矢量求解.

求路程则要先求出运动方向发生改变的时刻，再分段求位移，最后求位移绝对值的和.

运动方向发生改变的时刻可由运动方程的一阶导数为零来确定.

解题过程　(1)由 $x=2+6t^2-2t^3$ 得

$$x_4\Big|_{t=4s\Delta}=2+6\times4^2-2\times4^3=-30,x_0\Big|_{t=0}=2$$

质点在前 4 阶内的位移大小　$\Delta x=x_4-x_0=-30-2=-32\text{m}$

(2)求路程要注意在题设时间内运动方向发生了改变，由 $\dfrac{dx}{dt}=0$ 得

$$12t-6t^2=0$$

解得　$t_1=2\text{s},t_2=0$(不合题意，舍去)

0～2 秒内的位移：$\Delta x_1=x_2-x_0=8\text{m}$

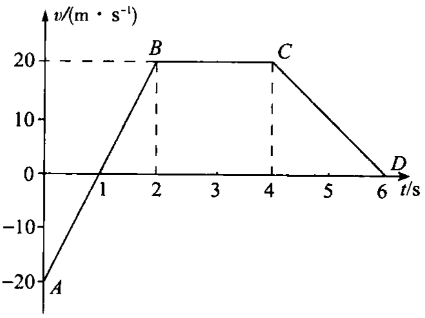
2～4 秒内的位移：$\Delta x_2=x_4-x_2=-40\text{m}$

所以所求路程为：$S=|\Delta x_1|+|\Delta x_2|=48\text{m}$

(3)$t=4\text{s}$ 时

$$v=\frac{dx}{dt}\Big|_{t=4.0\text{ s}}=-48\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}\quad a=\frac{d^2x}{dt^2}\Big|_{t=4.0\text{ s}}=-36\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

1－7　一质点沿 x 轴方向作直线运动，其速度与时间的关系如图所示．设 $t=0$ 时 $x=0$，试根据已知的 $v-t$ 图画出 $a-t$ 图以及 $x-t$ 图．



题 1－7 图

逻辑推理　由题目中的 $v-t$ 图可以分别求出 AB 段、BC 段、CD 段的斜率，即各段对应的加速度，由此可作 $a-t$ 图．得出各段加速度之后，由匀变速直线运动公式 $x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$ 可求出各段对应的 $x=x(t)$，由函数 $x(t)$ 可作出 $x-t$ 图．

解题过程　$A\to B$ 段：$a_{AB}=K_{AB}=\dfrac{v_B-v_A}{t_B-t_A}=20\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$　①

$$x_{AB}=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2=-20t+10t^2 \quad ②$$

$B\to C$ 段：

$$a_{BC}=K_{BC}=0 \quad ③$$

$$x_{BC}=x_B+v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

$$=(-20)\times2+10\times4+20(t-2)=20(t-2) \quad ④$$

其中 x_B 为 $t=2\text{s}$ 时的 x 坐标．

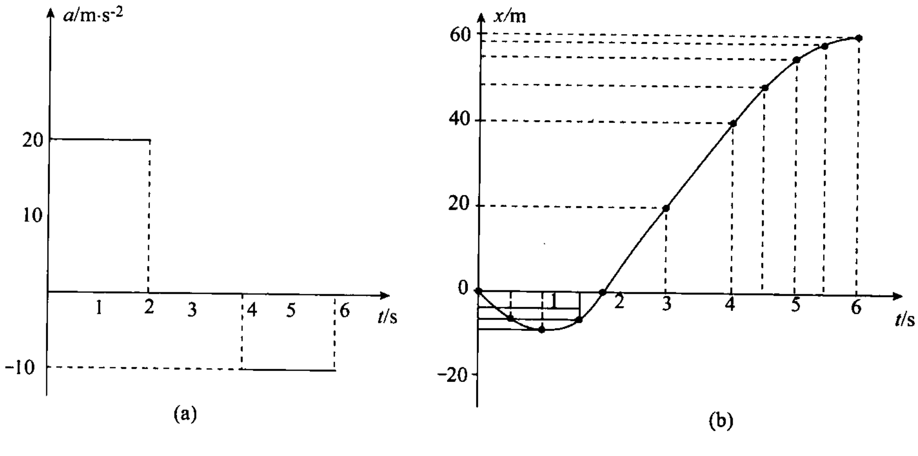
$C\to D$ 段：

$$a_{CD}=R_{CD}=\frac{v_D-v_C}{t_D-t_C}=-10\text{m}\cdot\text{s}^{-2} \quad ⑤$$

$$x_{CD}=x_C+v_0t+\frac{1}{2}at^2=40+20(t-4)+\frac{1}{2}\times(-10)\times(t-4)^2$$

$$=-5t^2+60t-120 \quad ⑥$$

由①、③、⑤可作图解 1－7(a)，由②、④、⑥可作图解 1－7(b)．



图解 1－7

1-8　已知质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(2-t^2)\boldsymbol{j}$，式中 r 的单位为 m，t 的单位为 s. 求：

(1)质点的运动轨迹.

(2)$t=0$ 及 $t=2$ s 时，质点的位矢.

(3)由 $t=0$ 到 $t=2$ s 内质点的位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 和径向增量 Δr.

(4)2 s 内质点所走过的路程 s.

知道点窍　轨道方程、运动方程、位移表达式.

解题过程　(1)由 $x(t)$ 和 $y(t)$ 中消去后得质点轨迹方程为

$$y=2-\frac{1}{4}x^2$$

轨迹如图(a)所示.

(2)将 $t=0$ s 和 $t=2$ s 分别代入运动方程，

$$\boldsymbol{r}_0=2\boldsymbol{j},\qquad \boldsymbol{r}_2=4\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}$$

图(a)中的 P、Q 两点即为 $t=0$ s 和 $t=2$ s 时质点所在位置.

(3)由位移表达式，得

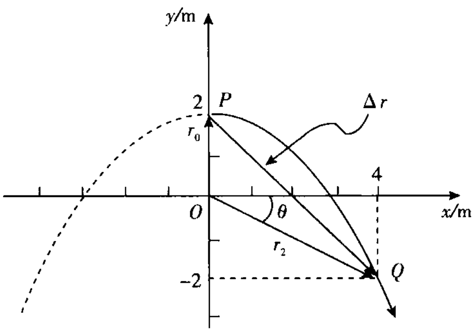
$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=(x_2-x_0)\boldsymbol{i}+(y_2-y_0)\boldsymbol{j}=4\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}$$

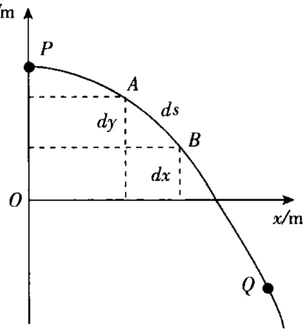
位移大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}=5.66$ m

径向增量 $\Delta r=\Delta|\boldsymbol{r}|=|\boldsymbol{r}_2|-|\boldsymbol{r}_0|=\sqrt{x_2^2+y_2^2}-\sqrt{x_0^2+y_0^2}=2.47$ m

(4)如图(b)所示，所求 Δs 即为图中 $\overset{\frown}{PQ}$ 段长度，先在其间任意处取 AB 微元 ds，则 $ds=\sqrt{(dx)^2+(dy)^2}$，由轨道方程可得 $dy=-\frac{1}{2}xdx$，代入 ds，则 2 s 内路程为

$$s=\int_P^Q ds=\int_0^4\frac{1}{2}\sqrt{4+x^2}\,dx=5.91\text{ m}$$





题 1-8 图

1-9　质点的运动方程为 $x=-10t+30t^2$，$y=15t-20t^2$，式中 x 和 y 的单位为 m，t 的单位为 s. 试求：(1)初速度的大小和方向；(2)加速度的大小和方向.

逻辑推理　由运动方程的分量式可分别求出速度、加速度的分量，由运动合成算出速度和加速

度的大小和方向.

解题过程 (1)速度的分量式为 $v_x=\frac{dx}{dt}=-10+60t, v_y=\frac{dy}{dt}=15-40t$

当 $t=0$ 时,$v_{0x}=-10m\cdot s^{-1}, v_{0y}=15m\cdot s^{-1}$,则初速度大小为 $v_0=\sqrt{v_{0x}^2+v_{0y}^2}=18.0\cdot s^{-1}$

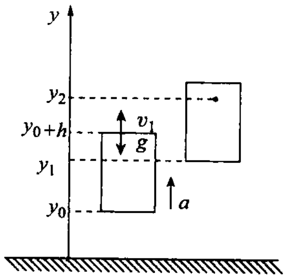
设 v_0 与 x 轴的夹角为 α,则 $\tan\alpha=\frac{v_{0y}}{v_{0x}}=-\frac{3}{2}\quad \alpha=123°41'$

(2)加速度的分量式为 $a_x=\frac{dv_x}{dt}=60m\cdot s^{-2}\quad a_y=\frac{dv_y}{dt}=-40m\cdot s^{-2}$

则加速度的大小为 $a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=72.1m\cdot s^{-2}$

设 a 与 x 轴的夹角为 β,则

$\tan\beta=\frac{a_y}{a_x}=-\frac{2}{3}\quad \beta=-33°41'$(或 $326°19'$)



题 1－10

1－10 一升降机以加速度 1.22m · s⁻² 上升,当上升速度为 2.44m · s⁻¹时,有一螺丝自升降机的天花板上松脱,天花板与升降机的底面相距 2.74m. 计算:(1)螺丝从天花板落到底面所需要的时间;(2)螺丝相对升降机外固定柱子的下降距离.

知识点窍 匀加速直线运动 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_0+\boldsymbol{v}_0t+\frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2$

逻辑推理 在相对运动中,选择合适的坐标,由匀加速直线运动公式求解.

解题过程 以升降机为参照系,竖直向下为 y 轴正向,对于螺丝的初始条件为:$t=0$ 时,$v_0=0$,而螺丝相对于升降机的加速度为 $a=a_{升}+g$,由匀加速直线运动得

$$h=0+\frac{1}{2}(a_{升}+g)t^2$$

即

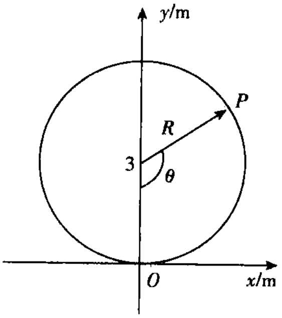
$$t=\sqrt{\frac{2h}{g+a}}=0.75s$$

(2)在 $t=0.75s$ 时,升降机上升的高度为

$$y=v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

所以螺丝相对于柱子的下降距离为

$$\Delta h=h-y=0.716m$$



题 1－11 图

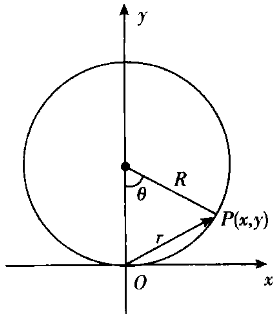
1－11 一质点 P 沿半径 $R=3.0m$ 的圆周作匀速率运动,运动一周所需时间为 20.0s,设 $t=0$ 时,质点位于 O 点. 按图所示 Oxy 坐标系,求(1)质点 P 在任意时刻的位矢;(2)5s 时的速度和加速度.

知识点窍 匀速圆周运动的基本公式:$\theta=\omega t$

位矢公式:$\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}$

速度公式:$v(t)=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}=\frac{dx}{dt}\boldsymbol{i}+\frac{dy}{dt}\boldsymbol{j}$

加速度公式：$\boldsymbol{a}(t)=\dfrac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}$



图解 1－11

逻辑推理　由匀速圆周运动的基本公式，求出 t 时刻 P 点转速的角度 θ，再由几何关系求出 P 点坐标 (x,y)，进而写出位矢方程.

对位矢方程求一、二阶导数，可求出速度矢量和加速度矢量.

解题过程　(1)由初始条件 $t=0$ 时 $\theta=0$，设经过 t 时刻后到达 P 点，则

$$\theta=\omega t=\frac{2\pi}{T}=0.1\pi t$$

所以　$x=R\sin\theta=3\sin 0.1\pi t$

$y=R(1-\cos\theta)=3(1-\cos 0.1\pi t)$

所以质量 P 的位矢为：

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{r}(t)=3\cdot\sin[(0.1\pi)t]\boldsymbol{i}+3[1-\cos(0.1\pi)t]\boldsymbol{j}$$

(2)5 秒时的速度和加速度分别为：

$$\boldsymbol{v}=\left.\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right|_{t=5}=[3\times 0.1\pi\cos(0.1\pi t)\boldsymbol{i}+3\times 0.1\pi\sin(0.1\pi t)\boldsymbol{j}]_{t=5}$$

$$=0.3\pi\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{a}=\left.\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}\right|_{t=5}=-3(0.1\pi)^2\sin 0.1\pi t\boldsymbol{i}+3\times(0.1\pi)^2\cos(0.1\pi t)\boldsymbol{j}$$

$$=-0.03\pi^2\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}\boldsymbol{i}$$

1—12　地面上垂直竖立一高 20.0m 的旗杆，已知正午时分太阳在旗杆的正上方，求在下午 2:00 时，杆顶在地面上的影子的速度大小在何时刻杆影将伸展至 20.0m?

知识点窍　位矢方程

逻辑推理　建立影长与时间的函数关系，即影子端点的位矢方程.

解题过程　设太阳光线对地转动的角速度为 ω，从正午时分开始计时，则杆的影长为 $s=h\mathrm{tg}\omega t$，下午 2:00 时，杆顶在地面上影子的速度大小为

$$v=\frac{ds}{dt}=\frac{h\omega}{\cos^2\omega t}=1.94\times 10^{-3}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

当杆长等于影长时，即 $s=h$，则

$$t=\frac{1}{\omega}\arctan\frac{s}{h}=\frac{\pi}{4\omega}=3\times 60\times 60\mathrm{s}$$

下午 3:00 时，杆影将伸展到 20m.

1—13　质点沿直线运动，加速度 $a=4-t^2$，式中 a 的单位为 $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$，t 的单位为 s. 如果当 $t=3\mathrm{s}$ 时，$x=9\mathrm{m}$，$v=2\mathrm{m\cdot s^{-1}}$，求质点的运动方程.

知识点窍　运动学问题，用积分方法解.

逻辑推理　由 $a=\dfrac{dv}{dt}$ 和 $v=\dfrac{dx}{dt}$ 可得 $dv=adt$ 和 $dx=vdt$. 如 $a=a(t)$ 或 $v=v(t)$，则可两边直接积分.

解题过程　由推理知，应有

$$\int_{v_0}^{v} \mathrm{d}v=\int_{t_0}^{t} a\mathrm{d}t, v=4t-\frac{1}{3}t^3+v_0 \quad ①$$

$$\int_{x_0}^{x} \mathrm{d}x=\int_{0}^{t} v\mathrm{d}t, x=2t^2-\frac{1}{12}t^4+v_0 t+x_0 \quad ②$$

将 $t=3$ 时, $x=9\mathrm{m}$, $v=2\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ 代入①、②得 $v_0=-1\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$, $x_0=0.75\mathrm{m}$. 于是可得质点运动方程为

$$x=2t^2-\frac{1}{12}t^4-t+0.75$$

1—14 一石子从空中由静止下落,由于空气阻力,石子并非作自由落体运动,现测得其加速度 $a=A-Bv$,式中 A、B 为常量,求石子下落的速度和运动方程.

知识点窍 运动学问题,用积分方法解.

逻辑推理 将 $\mathrm{d}v=a(v)\mathrm{d}t$ 分离变量为$\dfrac{\mathrm{d}v}{a(v)}$

解题过程 设石子下落方向为 y 轴正向,起点为坐标原点.

(1)得

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=A-Bv \quad ①$$

分离变量为

$$\frac{\mathrm{d}v}{A-Bv}=\mathrm{d}t \quad ②$$

将式②两边积分

$$\int_0^v \frac{\mathrm{d}v}{A-Bv}=\int_0^t \mathrm{d}t$$

得石子速度

$$v=\frac{A}{B}(1-\mathrm{e}^{-Bt})$$

当 $t\to\infty$ 时, $v\to\dfrac{A}{B}$ 为一常量.

(2)再由 $v=\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=\dfrac{A}{B}(1-\mathrm{e}^{-Bt})$并考虑初始条件有

$$\int_0^y \mathrm{d}y=\int_0^t \frac{A}{B}(1-\mathrm{e}^{-Bt})\mathrm{d}t$$

得石子运动方程

$$y=\frac{A}{B}t+\frac{A}{B^2}(\mathrm{e}^{-Bt}-1)$$

1—15 一质点具有恒定加速度 $a=6i+4i$,式中 a 的单位为 $\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$. 在 $t=0$ 时,其速度为零,位置矢量 $r_0=10\mathrm{m}i$. 求:(1)在任意时刻的速度和位置矢量;(2)质点在 Oxy 平面上的轨迹方程,并画出轨迹的示意图.

知识点窍 同前两题,不同处质点作平面曲线运动.

逻辑推理 由叠加原理,求得运动方程的两个分量式 $x(t)$和 $y(t)$.

解题过程 由加速度定义式,根据初始条件 $t_0=0$ 时 $v_0=0$,积分可得

$$\int_0^v \mathrm{d}v=\int_0^t a\mathrm{d}t=\int_0^t (6i+4i)\mathrm{d}t$$

$$v=6ti+4ti$$

又由 $v=\dfrac{dr}{dt}$ 及初始条件 $t=0$ 时，$r_0=(10\mathrm{m})i$，积分可得

$$\int_{r_0}^{r}dr=\int_0^t v\,dt=\int_0^t(6ti+dti)\,dt$$

$$r=(10+3t^2)i+2t^2j$$

由上述结果可得质点运动方程的分量式，即

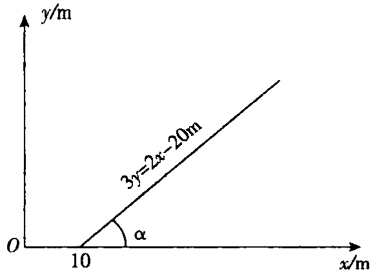
$$x=10+3t^2$$

$$y=2t^2$$

消去参数 t，可得运动的轨迹方程

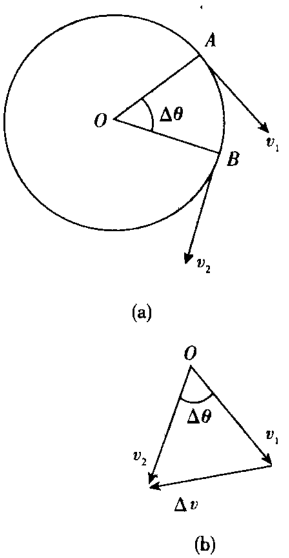
$$3y=2x-20\mathrm{m}$$

这是一个直线方程，直线斜率 $k=\dfrac{dy}{dx}=\tan\alpha=\dfrac{2}{3}$，$\alpha=33°41'$. 轨迹如图所示.



题 1－15 图

1－16　一质点在半径为 R 的圆周上以恒定的速率运动，质点由位置 A 运动到位置 B，OA 和 OB 所对的圆心角为 $\Delta\theta$. (1)试证位置 A 和 B 之间的平均加速度为 $\bar{a}=\sqrt{2(1-\cos\Delta\theta)}\,v^2/(R\Delta\theta)$；(2)当 $\Delta\theta$ 分别等于 90°、30°、10°和 1°时，平均加速度各为多少？并对结果加以讨论.



题 1－16 图

知识点窍　$\boldsymbol{a}=\dfrac{d\boldsymbol{v}}{dt}$，$\bar{a}=\dfrac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}\Rightarrow a_n=\dfrac{\boldsymbol{v}^2}{R}$，$\bar{a}=\dfrac{|\Delta \boldsymbol{v}|}{\Delta t}$

逻辑推理　由图(b)的几何关系求解.

解题过程　(1)由图(b)可看到 $\Delta v=v_2-v_1$，故

$$|\Delta v|=\sqrt{v_1^2+v_2^2-2v_1v_2\cos\Delta\theta}=v\sqrt{2(1-\cos\Delta\theta)}$$

而

$$\Delta t=\frac{\Delta s}{v}=\frac{R\Delta\theta}{v}$$

所以

$$\bar{a}=\frac{|\Delta v|}{\Delta t}=\sqrt{2(1-\cos\Delta\theta)}\frac{v^2}{R\Delta\theta}$$

(2)将 $\Delta\theta=90°$、30°、10°、1°分别代入上式，得

$$\bar{a}_1\approx0.9003\frac{v^2}{R},\bar{a}_2\approx0.9886\frac{v^2}{R}$$

$$\bar{a}_3\approx0.9987\frac{v^2}{R},\bar{a}_4\approx1.000\frac{v^2}{R}$$

以上表明，当 $\Delta\theta\to0$ 时，匀速率圆周运动的平均加速度趋近于一极限值，该值即为法向加速度 $\dfrac{v^2}{R}$.

1－17　质点在 Oxy 平面内运动，其运动方程为 $r=2.0ti+(19.0-2.0t^2)j$. 式中 r 的单位为 m，t 的单位为 s. 求：(1)质点的轨迹方程；(2)在 $t_1=1.0\mathrm{s}$ 到 $t_2=2.0\mathrm{s}$ 时间内的平均速度；(3) $t_1=1.0\mathrm{s}$ 时的速度及切向加速度和法向加速度. (4) $t=1.0$ s 时质点所在处轨道的曲率半径 ρ.

知识点窍　平均速度公式 $\bar{\boldsymbol{v}}=\dfrac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$