高校经典教材同步辅导丛书

配套高教版·吴大正主编

九章丛书

信号与线性系统分析

第四版

同步辅导及习题全解

主编 刘东星 孟祥曦

· 知识点窍 · 逻辑推理 · 习题全解

· 全真考题 · 名师执笔 · 题型归类

新版

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

高校经典教材同步辅导丛书

信号与线性系统分析(第四版)同步辅导及习题全解

主　编　刘东星　孟祥曦

编　委（排名不分先后）

程丽园	李国哲	陈有志	苏昭平
郑利伟	罗彦辉	邢艳伟	范家畅
孙立群	李云龙	刘　岩	崔永君
高泽全	于克夫	尹泉生	林国栋
黄　河	李思琦	刘　闯	侯朝阳

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内容提要

本书是为了配合由高等教育出版社出版、吴大正主编的《信号与线性系统分析》（第四版）教材而编写的辅导用书。

本书对教材中各章的重点、难点做了较深刻的分析，对各章的课后习题做了全面解析解答。本书将是电气信息类本科生的重要参考书，可供广大教师作为参考书使用，并可作为各类工程技术人员和自学者的辅导书。

图书在版编目（CIP）数据

信号与线性系统分析（第四版）同步辅导及习题全解／刘东星，孟祥曦主编.—北京：中国水利水电出版社，2009

（高校经典教材同步辅导丛书）

ISBN 978-7-5084-6331-5

I. 信… II.①刘…②孟… III.①信号理论－高等学校－教学参考资料②线性系统－系统分析－高等学校－教学参考资料 IV.TN911.6-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 031532 号

策划编辑：杨庆川　责任编辑：张玉玲　封面设计：李佳

书　　名	高校经典教材同步辅导丛书 信号与线性系统分析（第四版）同步辅导及习题全解
作　　者	主编　刘东星　孟祥曦
出版　发行	中国水利水电出版社（北京市三里河路 6 号　100044） 网址：www.waterpub.com.cn E-mail：mchannel@263.net（万水） sales@waterpub.com.cn 电话：（010）63202266（总机）、68367658（营销中心）、82562819（万水）
经　　售	全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排　　版	北京万水电子信息有限公司
印　　刷	北京市梦宇印务有限公司
规　　格	170mm×227mm　16 开本　24.75 印张　656 千字
版　　次	2009 年 3 月第 1 版　2009 年 3 月第 1 次印刷
印　　数	0001—8000 册
定　　价	25.80 元

前 言

《信号与线性系统分析》(第四版)一直是大中专院校电子类专业学生的必修课程,其内容随着电子技术的发展而日趋丰富。这就产生了一个矛盾:一方面学生因所修课程越来越多而导致课外时间减少;另一方面因技术的进步又要求学生去了解比以前更多的知识。本书正是为了解决这一矛盾而精心编写的。

本书是与吴大正主编的教材《信号与线性系统分析》(第四版)同步配套的习题全程辅导书。本书除了有传统习题集的解题过程外,还有以下特点:

1. **知识点窍**:运用公式、定理及定义来点明知识点。

2. **逻辑推理**:阐述习题的解题过程。

3. **解题过程**:概念清晰、步骤完整、数据准确、附图齐全。

把**知识点窍——逻辑推理——解题过程**串起来,做到融会贯通,最后给出教材课后习题的答案,在解题思路和解题技巧上进行精练分析和引导,巩固所学,达到举一反三的效果。

"知识点窍"和"逻辑推理"是本书的精华所在,是由多位著名教授根据学生答题的弱点进行分析而研究出来的一种新型的拓展思路的训练方法。"知识点窍"提纲挈领地抓住了题目核心知识,让学生清楚地了解出题者的意图,而"逻辑推理"则注重引导学生思维,旨在培养学生科学的思维方法,及掌握答题的思维技巧。本书在此基础上,还提供了详细的"解题过程",使学生熟悉整个答题过程。

由于编写时间仓促及编者水平有限,书中不妥之处在所难免,恳请广大读者批评指正。

编 者

2008 年 12 月

目 录

第1章　信号与系统

考试要求

掌握信号与系统的基本概念以及它们的分类方法，了解线性时不变系统(LTI)的特性和分析方法，掌握在广义函数理论下阶跃函数中冲激函数的定义及其特性。

知识点归纳

1. 信号的分类

确定信号是一种理想化的模型，是研究随机信号的重要理论基础。确定信号有以下几种分类方法：

(1) 根据信号定义域的特点可分为连续时间信号和离散时间信号。

(2) 根据信号按时间自身的变化规律可分为周期信号和非周期信号。

(3) 根据信号的物理可实现性可分为实信号和复信号。

(4) 根据信号的能量性质可分为能量信号和功率信号。

某一确定信号可以同时属于上述4种分类方法中的某一类信号。例如$f(t) = \sin t + 1$同时属于连续时间信号、周期信号、实信号及功率信号。

2. 信号的基本运算

(1) 加法。信号$f_1(\cdot)$和$f_2(\cdot)$之和(瞬时和)是指同一瞬时两信号之值对应相加所构成的"和信号"，即$f(\cdot) = f_1(\cdot) + f_2(\cdot)$。

(2) 乘法。信号$f_1(\cdot)$与$f_2(\cdot)$之积是指同一瞬时两信号之值对应相乘所构成的"积信号"，即$f(\cdot) = f_1(\cdot) \cdot f_2(\cdot)$。

(3) 反转。将信号从纵轴为对称轴反转，即将信号$f(t)$或$f(k)$中的变量t或k变换成$-t$或$-k$。

(4) 平移。也即移位，对于连续信号$f(t)$、延时信号$f(t+t_0)$，若$t_0 > 0$，则是将原信号沿t轴负方向平移t_0时间；若$t_0 < 0$，则是将原信号沿t轴正方向平移$|t_0|$时间。对于离散信号$f(k)$，情况类似，需要注意的是，离散信号平移的时间单位必须为整数。

(5) 尺度变换(横坐标展缩)。对于变换后的信号$f(at)$，若$a > 1$，则$f(at)$是将原信号$f(t)$以原点($t = 0$)为基准，沿横轴压缩到原来的$1/a$；若$0 < a < 1$，则$f(at)$表示将原信号$f(t)$沿横轴展宽至$\frac{1}{a}$倍；若$a < 0$，则$f(at)$表示将原信号$f(t)$的波形反转，并压缩或展宽至原来的$\frac{1}{|a|}$倍。对于离散信号$f(k)$，为防止原信号信息丢失，通常不作展缩运算。

已知信号$f(t)$的波形，求变换后信号$f(at+b)$($a \neq 0$)的波形，通常采用对信号$f(t)$的波形先平移，再反转，最后进行尺度变换的步骤。即，若$a > 0$，有$f(t) \to f(t+b) \to f(at+b)$；若$a < 0$，有$f(t) \to f(t+b) \to f(-t+b) \to f(-|a|t+b)$。

3. **阶跃函数和冲激函数**

(1) 定义。阶跃函数 $\varepsilon(t)=\begin{cases}0,t<0\\ \dfrac{1}{2},t=0\\ 1,t>0\end{cases}$和冲激函数$\begin{cases}\delta(t)=0,t\neq 0\\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1\end{cases}$属于奇异函数,二者关系为$\delta(t)=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\varepsilon(t)$,$\varepsilon(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(t)\mathrm{d}t$。按照广义函数理论,冲激函数$\delta(t)$由式$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\varphi(t)\mathrm{d}t=\varphi(0)$定义,即冲激函数 $\delta(t)$ 作用于检验函数 $\varphi(t)$ 的效果是给它赋值 $\varphi(0)$;单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$ 由式 $\int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon(t)\varphi(t)\mathrm{d}t=\int_{0}^{\infty}\varphi(t)\mathrm{d}t$ 定义,即单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$ 作用于检验函数 $\varphi(t)$ 的效果是赋予它一个数值,该值等于 $\varphi(t)$ 在$(0,\infty)$区间的定积分。

(2) 冲激函数的导数和积分。冲激函数 $\delta(t)$ 的一阶导数 $\delta'(t)$ 或 $\delta^{(1)}(t)$ 定义为$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)\varphi(t)\mathrm{d}t=-\varphi'(0)$,其 n 阶导数 $\delta^{(n)}(t)$ 定义为$\int_{-\infty}^{\infty}\delta^{(n)}(t)\varphi(t)\mathrm{d}t=(-1)^{n}\varphi^{(n)}(0)$。单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$ 的导数可定义为$\int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon'(t)\varphi(t)\mathrm{d}t=\varphi(0)$,即$\delta(t)=\varepsilon'(t)=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\varepsilon(t)$。单位阶跃函数$\varepsilon(t)$的积分为斜升函数 $r(t)=\int_{-\infty}^{t}\varepsilon(x)\mathrm{d}x=t\varepsilon(t)$,$\delta(t)$ 的积分为 $\varepsilon(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(x)\mathrm{d}x$,冲激偶函数$\delta'(t)$的积分为$\delta(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta'(x)\mathrm{d}x$。

(3) 冲激函数的性质。根据广义函数相等的原理,普通函数与冲激函数相乘时有 $f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$,$f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t)$。冲激函数的移位性质为$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_1)\varphi(t)\mathrm{d}t=\varphi(t_1)$,$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t-t_1)\varphi(t)\mathrm{d}t=-\varphi'(t_1)$,尺度变换性质为$\delta^{(n)}(at)=\dfrac{1}{|a|}\dfrac{1}{a^{n}}\delta^{(n)}(t)$,式中$n=0,1$时也成立,若取 $a=-1$ 即得冲激函数的奇偶特性。

4. **系统的描述**

动态系统可分为连续系统和离散系统,描述两个系统的数学模型不同,前者采用微分方程,后者采用差分方程。除用数学方程描述外,还可用框图表示系统的激励与响应之间的数学运算关系。采用框图描述系统时常用的基本单元有:积分器(用于连续系统)或迟延单元(用于离散系统)以及加法器和数乘器(标量乘法器),而对于连续系统有时还需要用延迟时间为 T 的延时单元即延时器。

如果已知描述系统的框图,列写其微分或差分方程的一般步骤是:

(1) 选中间变量 $x(\cdot)$。对于连续系统,设其最右端积分器的输出为 $x(t)$;对于离散系统,设其最左端迟延单元的输入为 $x(k)$。

(2) 写出各加法器输出信号的方程。

(3) 消去中间变量 $x(\cdot)$。

5. **系统的性质**

连续的或离散的动态系统,按其基本特性可分为线性的与非线性的、时变的与时不变的、因果的与非因果的、稳定的与不稳定的。

一个既具有分解特性，又具有零状态线性和零输入线性的系统称为线性系统，否则称为非线性系统。描述线性连续（离散）系统的数学模型是线性微分（差分）方程，而描述非线性连续（离散）系统的数学模型是非线性微分（差分）方程。

如果系统的参数都是常数，它们不随时间变化，则该系统为时不变系统或常参量系统，否则称为时变系统。描述线性时不变系统的数学模型为常系数线性微分（或差分）方程，而描述线性时变系统的数学模型是变系数线性微分（或差分）方程。

如果系统的响应（零状态响应）不出现于激励之前，则系统为因果系统。

如果系统对有界的激励$f(\cdot)$，系统的零状态响应$y_f(\cdot)$也是有界的，则称此系统为稳定系统；如果$y_f(\cdot)$无界，则此系统不稳定。

重要公式

1. 典型的连续信号

实指数信号　$f(t) = Ae^{\alpha t}$

正弦信号　$f(t) = A\sin(wt + \theta)$

复指数信号　$f(t) = Ae^{st} = Ae^{(\sigma + jw)t}$

抽样信号　$s_a(t) = \dfrac{\sin}{t}$

高斯函数　$f(t) = Ee^{-(\frac{\tau}{\alpha})2}$

单位斜升信号　$r(t) = \begin{cases} t, t \geqslant 0 \\ 0, t < 0 \end{cases} = t\varepsilon(t)$

单位阶跃信号　$\varepsilon(t) = \begin{cases} 1, t > 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}, \dfrac{d}{dt}r(t) = \varepsilon(t), \int_0^t \varepsilon(\tau)d\tau = r(t)$

矩形脉冲信号　$G(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon(t - t_0)$

符号函数　$\operatorname{sgn}(t) = \begin{cases} 1, t > 0 \\ -1, t < 0 \end{cases}, \varepsilon(t) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\operatorname{sgn}(t), \operatorname{sgn}(t) = 2\varepsilon(t) - 1$

2. 单位冲激信号

（1）定义。　$\delta(t) = \lim\limits_{\Delta \to 0} \dfrac{1}{\triangle}[\varepsilon(t + \dfrac{\Delta}{2}) - \varepsilon(t - \dfrac{\Delta}{2})], \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1, \delta(t) = 0(t \neq 0)$

（2）性质。　$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t - t_0)dt = f(t_0)\quad \delta(t) = \delta(-t)$

$f(t)\delta(t - t_0) = f(t_0)\delta(t - t_0)\quad \int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)d\tau = \varepsilon(t)$

$\dfrac{d}{dt}\varepsilon(t) = \delta(t)$

3. 冲激偶信号

（1）定义。　$\dfrac{d}{dt}\delta(t) = \delta'(t), \int_{-\infty}^{t} \delta'(\tau)d\tau = \delta(t)$

(2) 性质。 $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta'(t-t_0)\mathrm{d}t = -f'(t_0)$, $\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)\mathrm{d}t = 0$

$$\delta'[-(t-t_0)] = -\delta'(t-t_0)$$

$$f(t)\delta'(t) = f(0)\delta'(t) - f'(0)\delta(t)$$

4. 系统的性质

(1) 可加性与齐次性。$T[\alpha_1 f_1(0) + \alpha_2 f_2(\cdot)] = \alpha_1 T[f_1(\cdot)] + \alpha_2 T[f_2(\cdot)]$

(2) 时不变性。 $T[\{0\}, f(t-t_d)] = y_f(t-t_d)$, $T[\{0\}, f(k-k_d)] = y_f(k-k_d)$

(3) 微分特性。 $T[\{0\}, \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)] = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}y_f(t)$

(4) 积分特性。 $T[\{0\}, \int_{-\infty}^{t} f(\tau)\mathrm{d}\tau] = \int_{-\infty}^{t} y_f(\tau)\mathrm{d}\tau$

典型例题与解题技巧

【例 1】 粗略绘出下列各函数式的波形图：

(1) $f(t) = (2 - \mathrm{e}^{-t})\varepsilon(t)$。

(2) $f(t) = (3\mathrm{e}^{-t} + 6\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t)$。

(3) $f(t) = (5\mathrm{e}^{-t} - 5\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)$。

(4) $f(t) = \mathrm{e}^{-t}\cos(10\pi t)[\varepsilon(t-1) - \varepsilon(t-2)]$。

【解题分析】 根据 $u(t)$ 函数的性质可以直接得出波形。

【解题过程】 信号波形分别如图 1－1(a)、(b)、(c)、(d) 所示。

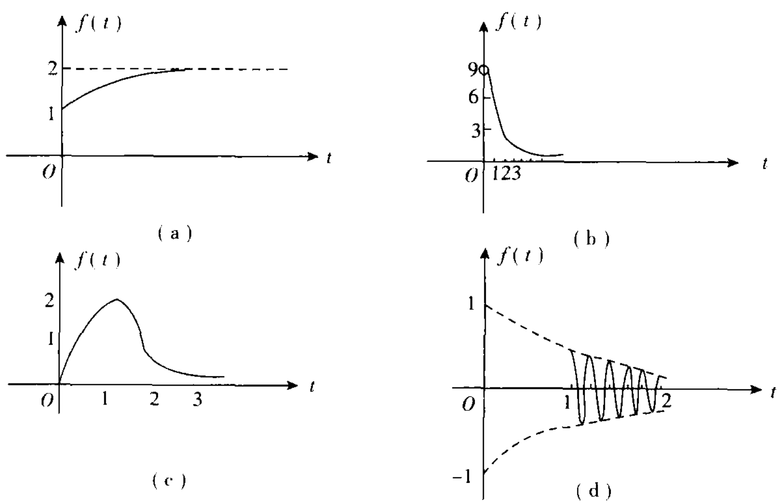


图 1－1

【例2】 有一线性时不变系统，当激励 $e_1(t)=\varepsilon(t)$ 时，响应 $r_1(t)=e^{\alpha t}\varepsilon(t)$，试求当激励 $e_2(t)=\delta(t)$ 时，响应 $r_2(t)$ 的表达式(假定起始时刻系统无储能)。

【解题分析】 线性时不变系统具有微分特性。

$e_2(t)=\delta(t)=\dfrac{d\varepsilon(t)}{dt}=\dfrac{de_1(t)}{dt}$，故利用该系统的微分特性可直接得到 $r_2(t)$ 的表达式。

【解题过程】 $r_2(t)=\dfrac{dr_1(t)}{dt}=\dfrac{d}{dt}[e^{-\alpha t}\varepsilon(t)]=-ae^{-\alpha t}\varepsilon(t)+e^{-\alpha t}\delta(t)=e^{-\alpha t}\delta(t)-ae^{-\alpha t}\varepsilon(t)$

【例3】 分别求下列各周期信号的周期 T:

(1) $\cos(10t)-\cos(30t)$　　(2) $e^{(j10t)}$　　(3) $[5\sin(8t)]^2$

(4) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n[\varepsilon(t-nT)]-\varepsilon(t-nT-T)$ (n 为正整数)

【解题分析】 求信号周期即找出上式中 T 的最小值，若所求信号为不同周期信号的叠加，则取其最小公倍数；若叠加的子信号中有一个为非周期的，则合成信号非周期。

【解题过程】

(1) $\cos(10t)$ 的信号周期 $\dfrac{2\pi}{10}=\dfrac{\pi}{5}$，记为 T_1

$\cos(30t)$ 的信号周期 $\dfrac{2\pi}{30}=\dfrac{\pi}{15}$，记为 T_2

T_1、T_2 的最小公倍数为 $\dfrac{\pi}{5}$，故 $T=\dfrac{\pi}{5}$

(2) 由欧拉公式，有 $e^{j10t}=\cos(10t)+j\sin(10t)$，$T=\dfrac{2\pi}{10}=\dfrac{\pi}{5}$

(3) $[5\sin(8t)]^2=25\sin^2(8t)=25\cdot\dfrac{1-\cos(16t)}{2}=\dfrac{25}{2}-\dfrac{25}{2}\cos(16t)$，$T=\dfrac{2\pi}{16}=\dfrac{\pi}{8}$

(4) 原式 $=\begin{cases}1, 2nT\leqslant t<(2n+1)T\\ -1, (2n+1)T\leqslant t<(2n+2)T\end{cases}$

其中 $n\geqslant 0$，由上式可知，信号以 $2T$ 间隔周期重复。

由此在 $t\geqslant 0$ 时，原信号是周期为 $2T$ 的周期信号。

历年考研真题评析

【题1】 (空军工程大学2005年) 计算下列各题:

(1) 积分 $\int_{-5}^{5}(3t-2)[\delta(t)+\delta(t-2)]dt$。

(2) 积分 $\int_{-\infty}^{+\infty}(2-t)[\delta'(t)+\delta(t)]dt$。

(3) 积分 $\int_{-5}^{5}(t^2-2t+3)\delta'(t-2)dt$。

(4) 积分 $\int_{-5}^{1}[\delta(t-2)+\delta(t+4)]\cos\dfrac{\pi t}{2}dt$。

【解题分析】　由积分的性质和 $\delta(t)$ 函数的性质可得(1) ~ (4) 的答案。

【解题过程】　(1) 原式 $=\int_{-5}^{5}(3t-2)\delta(t)\mathrm{d}t+\int_{-5}^{5}(3t-2)\delta(t-2)\mathrm{d}t=-2+(2\times 3-2)=2$

(2) 原式 $=\int_{-\infty}^{+\infty}(2-t)\delta'(t)\mathrm{d}t+\int_{-\infty}^{\infty}(2-t)\delta(t)\mathrm{d}t=1+2=3$

(3) 原式 $=-(t^2+3-2t)'|_{t=2}=-(2t-2)|_{t=2}=-(2\times 2-2)=-2$

(4) 原式 $=\int_{-5}^{1}\cos\frac{\pi t}{2}\delta(t-2)\mathrm{d}t+\int_{-5}^{1}\cos\frac{\pi t}{2}\cdot\delta(t+4)\mathrm{d}t=0+1=1$

【题2】　(北京理工大学2005年)已知 $f(t)$ 的波形如图1－2所示,求:

(1) $f(1-2t)$ 的表达式,并画出波形。

(2) $f_1(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[f(1-2t)]$ 的表达式,并画出波形。

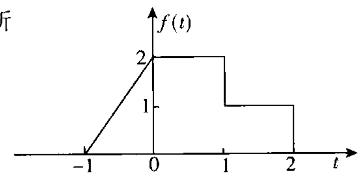


图1－2

【解题分析】　由 $f(t)$ 的反转、平移等特性求解。

【解题过程】　(1) $f(t)$ 经由 $\xrightarrow{\text{尺度变换(压缩2倍)}} f(2t) \xrightarrow{\text{时移(左移}\frac{1}{2}\text{个单位)}} f(2t+1) \xrightarrow{\text{反转}} f(-2t+1)$ 三个过程,如图1－3所示。

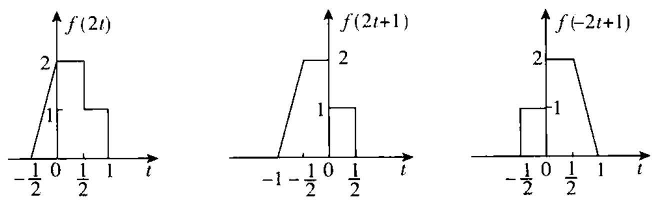


图1－3

表达式:

$$f(1-2t)=\varepsilon\left(t+\frac{1}{2}\right)+\varepsilon(t)-2\varepsilon\left(t-\frac{1}{2}\right)-4(t-1)\cdot\left[\varepsilon\left(t-\frac{1}{2}\right)-\varepsilon(t-1)\right]$$

(2) 求 $f(1-2t)$ 的导数,由图1－4可知:$f(1-2t)$ 在 $t=-\frac{1}{2}$ 和 $t=0$ 处有函数值的跳变,并在跳变处会产生冲激函数,因此 $f_1(t)$ 的波形如图1－4所示。

表达式:$f_1(t)=\delta\left(t+\frac{1}{2}\right)+\delta(t)-4\left[\varepsilon\left(t-\frac{1}{2}\right)-\varepsilon(t-1)\right]$

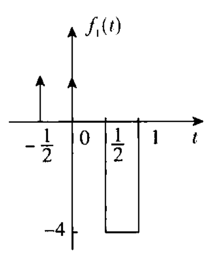


图1－4

【题3】　(东南大学2006年)一线性时不变系统,在相同的初始条件下,激励为 $f(t)$ 时,其全响应为 $y_1(t)=(2\mathrm{e}^{-3t}+\sin 2t)\varepsilon(t)$;激励为 $2f(t)$ 时,其全响应为 $y_2(t)=(\mathrm{e}^{-3t}+2\sin 2t)\varepsilon(t)$。求:(1) 初始条件不变,激励为 $f(t-t_0)$ 时的全响应 $y_3(t)$,t_0 为大于零的实常数;(2) 初始条件减小1倍,激励为 $0.5f(t)$ 时的全响应 $y_4(t)$。

【解题分析】　由全响应是由零输入响应加上零状态响应可得出常数和 $y_4(t)$。

【解题过程】 (1) 设零输入响应为 $y_x(t)$,零状态响应为 $y_f(t)$,则有

$$y_x(t)+y_f(t)=y_1(t)=(2e^{-3t}+\sin 2t)\varepsilon(t)$$

$$y_x(t)+2y_f(t)=y_2(t)=(e^{-3t}+2\sin 2t)\varepsilon(t)$$

解之得

$$y_x(t)=3e^{-3t}\varepsilon(t)$$

$$y_f(t)=(-e^{-3t}+\sin 2t)\varepsilon(t)$$

故 $y_3(t)=y_x(t)+y_f(t-t_0)=3e^{-3t}\varepsilon(t)+[-e^{-3(t-t_0)}+\sin 2(t-t_0)]\varepsilon(t-t_0)$

(2) $y_4(t)=2y_x(t)+0.5y_f(t)=2[3e^{-3t}\varepsilon(t)]+0.5[-e^{-3t}+\sin 2t]\varepsilon(t)$

$=(5.5e^{-3t}+0.5\sin 2t)\varepsilon(t)$

【题4】 (电子科技大学2005年)电容 C_1 与 C_2 串联,以阶跃电压源 $v(t)=E\varepsilon(t)$ 串联接入,试分别写出回路中的电流 $i(t)$ 及每个电容两端电压 $v_{c_1}(t)$、$v_{c_2}(t)$。

【解题分析】 按题意先求出回路中的电流 $i(t)$,再由电容的电流和电压的关系求得每个电容两端电压。

【解题过程】 由题意可知,电容 C_1、C_2 和电压源 $v(t)$ 串联,故有

$$i(t)=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}\cdot\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}\cdot E\delta(t)$$

所以 C_1 两端电压

$$v_{c_1}(t)=\frac{1}{C_1}\int_{-\infty}^{t}i(t)\mathrm{d}t=\frac{C_2E}{C_1+C_2}\varepsilon(t)$$

C_2 两端电压

$$v_{c_2}(t)=\frac{1}{C_2}\int_{-\infty}^{t}i(t)\mathrm{d}t=\frac{C_1E}{C_1+C_2}\varepsilon(t)$$

习题解答

1.1 画出下列各信号的波形(式中 $r(t)=t\varepsilon(t)$ 为斜升函数)。

(1) $f(t)=(2-3e^{-t})\varepsilon(t)$　　(2) $f(t)=e^{-|t|},\ -\infty<t<\infty$

(3) $f(t)=\sin(\pi t)\cdot\varepsilon(t)$　　(4) $f(t)=\varepsilon(\sin t)$

(5) $f(t)=r(\sin t)$　　(6) $f(k)=\begin{cases}2^k, & k<0\\ (\frac{1}{2})^k, & k\geqslant 0\end{cases}$

(7) $f(k)=(-2)^{-k}\varepsilon(k)$　　(8) $f(k)=(k+1)\varepsilon(k)$

(9) $f(k)=\sin(\frac{k\pi}{4})\varepsilon(k)$　　(10) $f(k)=[1+(-1)^k]\varepsilon(k)$

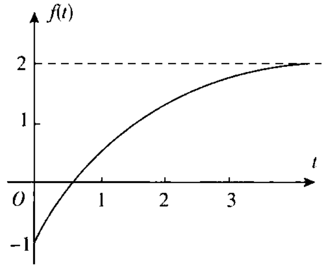
【知识点窍】 本题主要考查阶跃函数和单位阶跃序列的性质,包括 $\varepsilon(t)$ 和 $\varepsilon(k)$ 的波形特性以及它们与普通函数结合时的波形变化特性。

【逻辑推理】 首先考虑各信号中普通函数的波形特点,再考虑与 $\varepsilon(t)$ 或 $\varepsilon(k)$ 结合时的变化情况,若 $f(t)$ 只是普通信号与阶跃信号相乘,则可利用 $\varepsilon(t)$ 或 $\varepsilon(k)$ 的性质直接画出 $t>0$ 或 $k\geqslant 0$ 部

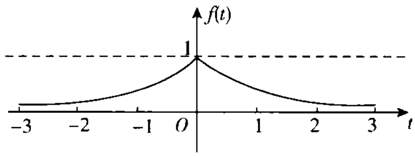
分的普通函数的波形;若$f(t)$是普通函数与阶跃信号组合成的复合信号,则需要考虑普通函数值域及其对应的区间。

【解题过程】　各信号的波形为:

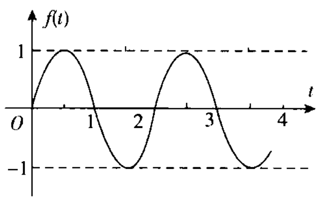
(1) $f(t)=(2-3e^{-t})\varepsilon(t)$



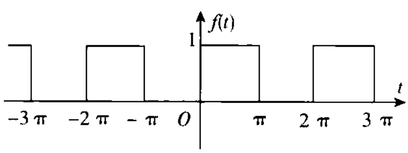
(2) $f(t)=e^{-|t|},\ -\infty<t<\infty$



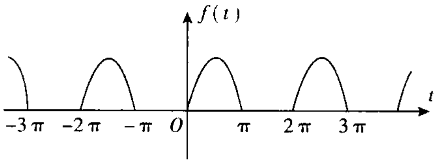
(3) $f(t)=\sin(\pi t)\varepsilon(t)$



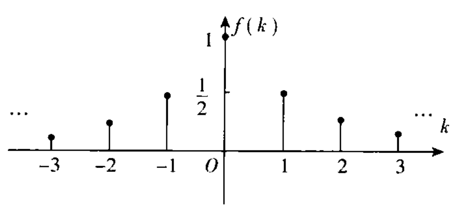
(4) $f(t)=\varepsilon(\sin t)$



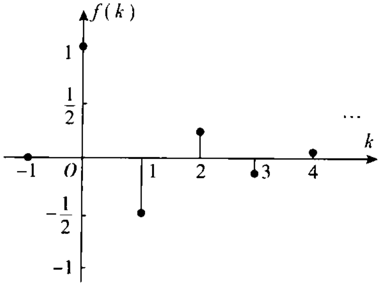
(5) $f(t)=r(\sin t)$



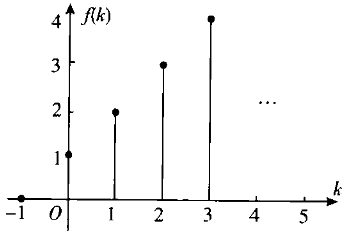
(6) $f(k)=\begin{cases}2^k, & k<0\\ \left(\dfrac{1}{2}\right)^k, & k>0\end{cases}$



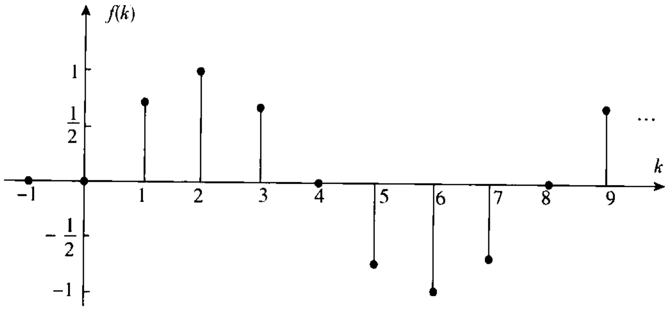
(7) $f(k)=(-2)^{-k}\varepsilon(k)$



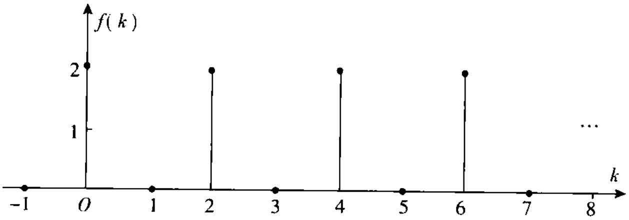
(8) $f(k)=(k+1)\varepsilon(k)$



(9) $f(k)=\sin(\frac{k\pi}{4})\varepsilon(k)$



(10) $f(k)=[1+(-1)^{k}]\varepsilon(k)$



1.2　画出下列各信号的波形(式中 $r(t)=t\varepsilon(t)$ 为斜升函数)。

(1) $f(t)=2\varepsilon(t+1)-3\varepsilon(t-1)+\varepsilon(t-2)$

(2) $f(t)=r(t)-2r(t-1)+r(t-2)$

(3) $f(t)=\varepsilon(t)r(2-t)$

(4) $f(t)=r(t)\varepsilon(2-t)$

(5) $f(t)=r(2t)\varepsilon(2-t)$

(6) $f(t) = \sin(\pi t)[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-1)]$

(7) $f(t) = \sin[\pi(t-1)][\varepsilon(2-t) - \varepsilon(-t)]$

(8) $f(k) = k[\varepsilon(k) - \varepsilon(k-5)]$

(9) $f(k) = 2^{-k}\varepsilon(k)$

(10) $f(k) = 2^{-(k-2)}\varepsilon(k-2)$

(11) $f(k) = \sin(\frac{k\pi}{6})[\varepsilon(k) - \varepsilon(k-7)]$

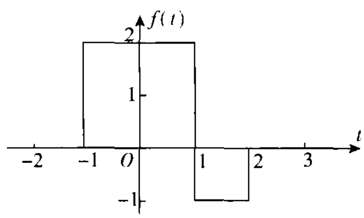
(12) $f(k) = 2^k[\varepsilon(3-k) - \varepsilon(-k)]$

【知识点窍】 此题考查的是阶跃函数和阶跃序列的性质,包括阶跃信号的反转、平移,另外还考查了矩形脉冲信号的基本性质,包括矩形脉冲函数和矩形脉冲序列两种脉冲信号。同时作图过程中还用到了斜升函数的反转、平移等性质。

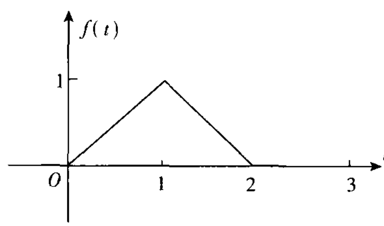
【逻辑推理】 作出 $\varepsilon(t)$ 或 $\varepsilon(k)$ 的图形以及对其进行平移、反转后的信号波形,找出 $f(t)$ 中含有 $\varepsilon(t)(\varepsilon(k))$ 及其变换后的项,利用矩形脉冲的性质作出其波形。最后再将 $f(t)$ 中含有的普通函数项的图形与其作用,最后得到 $f(t)$ 的波形。

【解题过程】(1) $f(t) = 2\varepsilon(t+1) - 3\varepsilon(t-1) + \varepsilon(t-2)$ 的波形如图(a) 所示。

(2) $f(t) = r(t) - 2r(t-1) + r(t-2)$ 的波形如图(b) 所示。



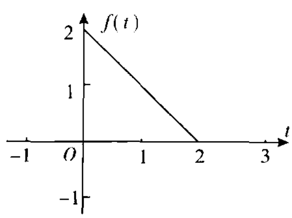
(a)



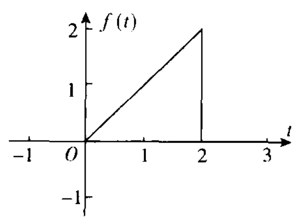
(b)

(3) $f(t) = \varepsilon(t)r(2-t)$ 的波形如图(c) 所示。

(4) $f(t) = r(t)\varepsilon(2-t)$ 的波形如图(d) 所示。



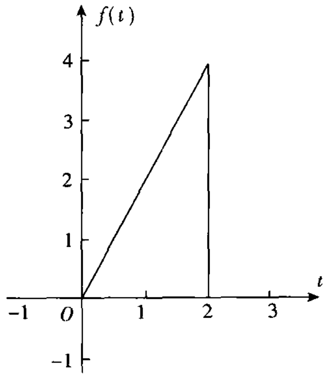
(c)



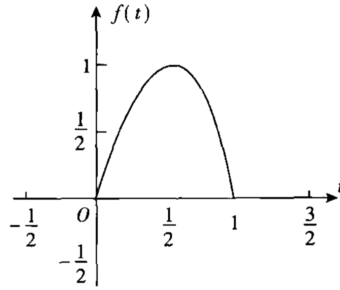
(d)

(5) $f(t) = r(2t)\varepsilon(2-t)$ 的波形如图(e) 所示。

(6) $f(t) = \sin(\pi t)[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-1)]$ 的波形如图(f) 所示。



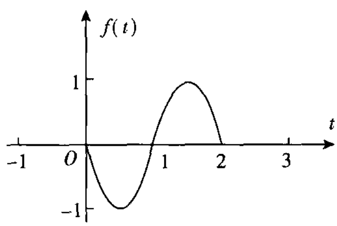
(e)



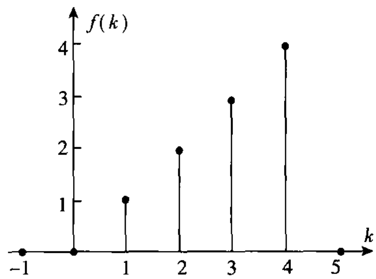
(f)

(7) $f(t) = \sin[\pi(t-1)][\varepsilon(2-t) - \varepsilon(-t)]$ 的波形如图(g) 所示。

(8) $f(k) = k[\varepsilon(k) - \varepsilon(k-5)]$ 的波形如图(h) 所示。



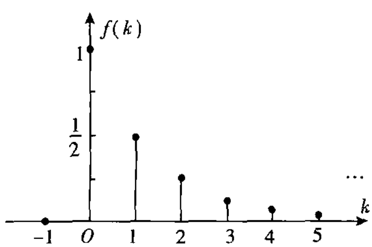
(g)



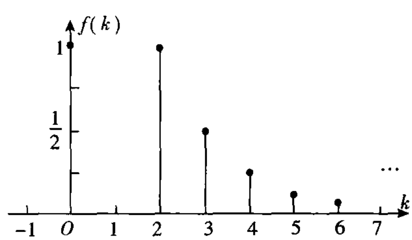
(h)

(9) $f(k) = 2^{-k}\varepsilon(k)$ 的波形如图(i) 所示。

(10) $f(k) = 2^{-(k-2)}\varepsilon(k-2)$ 的波形如图(j) 所示。



(i)



(j)

(11) $f(k) = \sin(\frac{k\pi}{6})[\varepsilon(k) - \varepsilon(k-7)]$ 的波形如图(k) 所示。

(12) $f(k) = 2^{k}[\varepsilon(3-k) - \varepsilon(-k)]$ 的波形如图(l) 所示。