



清华21世纪高等职业经济管理专业系列教材



微积分应用基础

左振钊 刘志刚 主编

张艳红 赵俊瑾 赵红海 高云峰 赵建玲 副主编

清华大学出版社





ISBN 978-7-302-17989-4



9 787302 179894 >

定价: 26.00元



清华21世纪高等职业经济管理专业系列教材

微积分应用基础

左振钊 刘志刚 主编

张艳红 赵俊瑾 赵红海 高云峰 赵建玲 副主编

清华大学出版社

北京

内 容 简 介

本书主要内容有函数的有关内容、函数的极限与连续、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分及常微分方程简介、定积分、多元函数微分学、二重积分等。本书内容丰富,取材广泛,注重体现素质教育与创新能力的培养;各节后配有思考题和适量习题,以巩固所学内容。各章后附有习题答案。

本书可作为高等职业学校、高等专科学校、普通本科院校下设的二级职业技术学院经济管理类各专业的教材,也可供成人学校、民办高校与从事企业管理工作的人员参考。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

微积分应用基础/左振钊,刘志刚主编. —北京:清华大学出版社,2008.7

(清华 21 实际高等教育经济管理专业系列教材/刘进宝主编)

ISBN 978-7-302-17989-4

I. 微… II. ①左… ②刘… III. 微积分—高等学校:技术学校—教材 IV. O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 094439 号

责任编辑:徐学军

责任校对:王凤芝

责任印制:杨 艳

出版发行:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者:北京四季青印刷厂

装 订 者:北京国马印刷厂

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印 张:14.75 字 数:332 千字

版 次:2008 年 7 月第 1 版 印 次:2008 年 7 月第 1 次印刷

印 数:1~5000

定 价:26.00 元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号:030354-01

京

京

清华 21 世纪高等职业经济管理 专业系列教材编写委员会

主编 刘进宝

编写委员会成员

刘进宝 张思光 刘建铭 乔颖丽

潘 力 申松涛 秦树文 陈宝财

总 序

在 21 世纪中国经济走向全球的时代,我们不但需要大批高素质的理论人才,更需要大批高素质技能型人才。高等职业教育是我国高等教育的重要类型,主要培养生产、建设、管理、服务等第一线亟需的高素质技能型人才,具有周期短、实用性强、针对性强、文化层次与我国国民经济发展水平拟和度高、教育投资效率高等优势。

教材建设是高等学校基本的教学建设之一,是学科建设的主要组成部分。教材作为体现教学内容和教学方法的知识载体,无疑是承载教学改革种种思路并传导至教学对象的主要方面,因此是体现高等职业教育特色可选择的首要改革路径。对于此,一线教师在多年的教学实践中深有感触。长期以来,在教学中使用本科教材或本科院校编写的高等职业教育教材时,深感现有教材不能适用教学工作的实际需要,教材上的许多内容教学中不需要,需要讲的内容不在教材当中,主讲教师需要进行多本教材的综合提炼,极大地影响了教学效率和教学效果。由于高等职业教育是我国高等教育当中的一个新的类型,教材建设成为一个瓶颈问题。

基于以上认识,我们开始探索高等职业经济管理类专业教材建设。在清华大学出版社的大力支持下,包括原张家口农业高等专科学校、郑州牧业工程高等专科学校、洛阳农业高等专科学校等 14 所高等职业院校共同合作,2002 年由清华大学出版社出版了“高职高专经济管理类系列教材”,教材出版发行后,受到教材使用单位的普遍好评,其中《管理学原理》一书截至 2006 年 6 月印刷、发行 60000 册。由于首次教材编写获得成功,2007 年年初,和清华大学出版社共同协商,决定对前次出版教材进行修订,同时再新编一批教材。

本套教材主要满足高等职业教育相关专业的教学需求,同时也可以用于实际工作者的技能培训。教材编写以先进性、适用性、针对性为主导原则,突出了高等职业教育培养技术应用人才的办学特色,教材体系简明精练,理论选择深浅适度、范围明确,不求面面俱到;内容削枝强干,强化应用性、实践性、可操作性,削减抽象的纯概念阐述和繁复的模型推演。在此基础上,教材具有如下特色:

1. 摒弃“本科压缩型”教材模式,构建高职高专教材自成体系。我国高等职业教育发展历史短,其教材长期以来由本科院校的教授们编写,具有较高的理论水平、完善的理论体系和系统的知识结构,和本科教材在形式上、结构上和内容上没有太大的差异,不适应高等职业教育教学的需要。本系列教材以培养学生的实际操作技能为主线,教材编写上要求理论和实践相结合,以实践为主,强调理论够用;一般内容教学和案例教学相结合,加强案例教学内容;课堂教学和课外练习思考相结合,强化课外思考。

2. 教材内容简明易懂。针对目前我国的高等教育由传统的精英教育转向大众化教育后,高职高专学生素质的变化,高等职业教育教材建设努力做到理论简明且通俗易懂,

实际操作技能过程程序化,以便于学生更好的接受和掌握。

3. 适应快速变化的国民经济环境对教材建设的要求。经济管理在我国各学科专业当中是一门新兴专业学科,它与我国政治经济的发展紧密相关联。最近 20 多年来是我国政治经济发展最快的一个时期,我国由传统的计划经济体制转向了全面建设社会主义市场经济体制,这就要求经济管理的教材建设必须与之相适应;我国加入 WTO 以来,经济、文化快速融入国际经济体系,这就要求我们在教材编写当中将国际规则融入教材内容当中。

为出版本套教材,清华大学出版社经济管理事业部的编辑人员和相关人员付出了极大辛苦,在本套教材编写组织过程中得到了河北北方学院领导的大力支持,在此表示衷心感谢。

刘进宝

2007 年 8 月 16 日

前言

数学是科学的基本语言,是研究和探索物质世界的重要手段。对于现代化的工农业技术和现代化工程而言,数学则是表达技术原理、进行复杂的工程设计和计算必不可少的工具。特别是随着计算机技术的快速发展,数学的社会化程度日益提高,现代化产业和经济的组织与管理,已完全离不开数学所提供的方法和技术。因此,高等数学在大学教育中占有举足轻重的地位。

本书按照“21世纪高等职业教育经济类数学教学大纲”的基本要求,结合作者多年来的教学研究和科学研究等多方面的成果编写而成。注意渗透现代数学思想,注重体现素质教育和创新能力的培养,以适应培养具有创新精神的复合型经济管理类人才的要求。本书的编写具有以下一些特点:

1. 本书是为我国高等职业教育经济管理专业编写的,充分考虑到使用本书的学生的数学水平和专业特点,注重对数学思想方法和应用能力的培养训练,增加数学作为文化修养的内涵,对于演算技巧与逻辑推理能力的要求则相对低一些。

2. 突出平台思想,注重直观性和应用性。对于有些证明较难、较繁的定理,或不加证明直接作为平台应用,或用直观的方法归纳得出,或仅指出证明思想。有些内容的讲述适当结合教育数学的理念,使概念讲述平易直观、逻辑推理展开迅速简明,力求让学生学得容易一些、生动一些、实用一些。

3. 增强专业特色与实用性。本书结合各章节的内容,较系统地介绍了常见的经济函数及其边际函数与弹性、极值在优化理论中的应用等内容,并增加了将数学思想方法应用于经济问题的训练。这对于培养高素质的经济管理人才来说,是十分有益的。

本书包括一元函数微积分学、空间解析几何简介、多元函数微积分学的部分内容及常微分方程简介。本书适合于高职高专院校经贸、财会、管理、金融、物流等专业作为高等数学课程的教材。

参加本书编写的有:左振钊(河北北方学院)、刘志刚(张家口职业技术学院)、张艳红(河北北方学院)、赵俊瑾(河北北方学院)、赵红梅(张家口职业技术学院)、高云峰(吉林农业科技学院)、赵建玲(张家口职业技术学院)、周兴盛(张家口职业技术学院)、刘海萍(河北北方学院)。最后由左振钊统一审核定稿。

河北北方学院王静海副教授为本书的编写做了大量工作,在此表示感谢。

由于水平有限,书中难免出现疏漏与错误,敬请专家、同行和读者批评指正。

编 者

2008年4月3日

目 录

第 1 章 函数	1
1.1 函数及其性质	1
1.1.1 函数的概念	1
1.1.2 函数的几种特性	4
思考题	7
习题 1-1	7
1.2 反函数与复合函数	8
1.2.1 反函数	8
1.2.2 复合函数	9
思考题	10
习题 1-2	10
1.3 初等函数	11
1.3.1 基本初等函数	11
1.3.2 初等函数的概念	14
思考题	14
习题 1-3	15
1.4 简单函数关系的建立	15
1.4.1 建立函数关系的例题	15
1.4.2 经济学中几种常见的函数	16
思考题	17
习题 1-4	17
本章小结	18
习题答案	19
第 2 章 函数的极限与连续	20
2.1 数列的极限	20
2.1.1 数列的概念	20
2.1.2 数列极限的概念	21
2.1.3 收敛数列的性质	22
思考题	22
习题 2-1	22
2.2 函数的极限	22
2.2.1 当 $x \rightarrow \infty$ 时函数 $f(x)$ 的极限	23
2.2.2 自变量 $x \rightarrow x_0$ 时函数 $f(x)$ 的极限	23

2.2.3 函数极限的性质	25
思考题	25
习题 2-2	25
2.3 无穷小量与无穷大量	25
2.3.1 无穷小量与无穷大量的概念	25
2.3.2 无穷小量基本定理	26
2.3.3 无穷小量阶的比较	27
思考题	28
习题 2-3	28
2.4 极限的运算法则	29
2.4.1 极限的四则运算法则	29
2.4.2 复合函数的极限法则	31
思考题	32
习题 2-4	32
2.5 极限存在准则与两个重要极限	33
2.5.1 极限存在准则	33
2.5.2 两个重要极限	33
思考题	36
习题 2-5	36
2.6 函数的连续性	37
2.6.1 函数的增量	37
2.6.2 函数连续的概念	37
2.6.3 函数的间断点及分类	39
2.6.4 连续函数的运算与初等函数的连续性	41
2.6.5 闭区间上连续函数的性质	42
思考题	42
习题 2-6	43
本章小结	43
习题答案	46

第 3 章 函数的导数与微分	48
3.1 导数的概念	48
3.1.1 导数问题的提出	48
3.1.2 导数的定义	49
3.1.3 导数的几何意义	51
3.1.4 函数的可导性与连续性的关系	52
思考题	53
习题 3-1	53
3.2 导数的基本运算法则	53

3.2.1 导数的四则运算法则	54
3.2.2 反函数的求导法则	55
3.2.3 复合函数的求导法则	56
思考题	57
习题 3-2	57
3.3 高阶导数	58
思考题	59
习题 3-3	60
3.4 隐函数的导数及对数求导法	60
3.4.1 隐函数的导数	60
3.4.2 对数求导法	61
思考题	62
习题 3-4	62
3.5 函数的微分	63
3.5.1 微分的概念	63
3.5.2 微分的几何意义	65
3.5.3 微分的基本公式与运算法则	65
3.5.4 微分在近似计算中的应用	66
3.5.5 导数和微分在经济分析中的简单应用	67
思考题	72
习题 3-5	72
本章小结	73
习题答案	75
第 4 章 中值定理与导数的应用	77
4.1 中值定理	77
4.1.1 罗尔定理	77
4.1.2 拉格朗日中值定理	78
4.1.3 柯西中值定理	79
思考题	80
习题 4-1	80
4.2 洛必达法则	80
4.2.1 “ $\frac{0}{0}$ ”型未定式	81
4.2.2 “ $\frac{\infty}{\infty}$ ”型未定式	82
4.2.3 其他未定式极限的计算	83
思考题	85
习题 4-2	85
4.3 函数的单调性	86

思考题	88
习题 4-3	88
4.4 函数的极值	89
思考题	92
习题 4-4	92
4.5 唯一极值原理在经济问题中的应用(最大值与最小值的应用)	92
4.5.1 闭区间上连续函数的最大值和最小值	92
4.5.2 开区间内连续函数的最大值和最小值	93
4.5.3 边际概念	95
思考题	96
习题 4-5	96
4.6 函数曲线的凹凸性与拐点	96
思考题	97
习题 4-6	97
4.7 函数作图简介	98
4.7.1 函数曲线的渐近线	98
4.7.2 函数作图的基本方法与步骤	99
思考题	100
习题 4-7	101
本章小结	101
习题答案	103
 第 5 章 不定积分	105
5.1 不定积分的概念与性质	105
5.1.1 原函数与不定积分	105
5.1.2 不定积分的基本性质	107
5.1.3 不定积分的几何意义	107
思考题	108
习题 5-1	108
5.2 基本积分公式与简单函数的积分(直接积分法)	109
思考题	111
习题 5-2	111
5.3 换元积分法	112
5.3.1 第一类换元积分法(凑微分法)	112
5.3.2 第二类换元积分法	116
思考题	119
习题 5-3	119
5.4 分部积分法	120
思考题	124

习题 5-4	124
5.5 简单有理函数积分举例	124
思考题	126
习题 5-5	127
5.6 微分方程初步	127
5.6.1 微分方程的基本概念	127
5.6.2 可分离变量的微分方程	128
5.6.3 一阶线性微分方程	129
思考题	132
习题 5-6	132
本章小结	133
习题答案	135
第 6 章 定积分及其应用	138
6.1 定积分的概念与性质	138
6.1.1 定积分问题引例	138
6.1.2 定积分的概念	140
6.1.3 定积分的几何意义	141
6.1.4 定积分的性质	142
思考题	144
习题 6-1	144
6.2 微积分基本定理	145
6.2.1 变上限积分函数	145
6.2.2 牛顿-莱布尼茨公式	146
思考题	148
习题 6-2	149
6.3 定积分的换元积分法与分部积分法	150
6.3.1 定积分的换元积分法	150
6.3.2 定积分的分部积分法	152
思考题	154
习题 6-3	154
6.4 定积分的应用	155
6.4.1 微元法基本原理	155
6.4.2 平面图形的面积	156
6.4.3 旋转体的体积	157
6.4.4 经济应用问题举例	158
思考题	159
习题 6-4	159
6.5 无穷区间上的广义积分	159

6.5.1	无穷区间上的广义积分的概念	160
6.5.2	无穷区间上的广义积分的计算	160
6.6	思考题	162
6.7	习题 6-5	162
6.8	本章小结	163
6.9	习题答案	166
7	第 7 章 多元函数微分学	170
7.1	空间解析几何基础知识	170
7.1.1	空间直角坐标系	170
7.1.2	空间两点间的距离	171
7.1.3	空间中常见图形的方程	172
	思考题	174
	习题 7-1	174
7.2	多元函数	174
7.2.1	有关区域的概念	174
7.2.2	多元函数的概念	175
	思考题	177
	习题 7-2	177
7.3	二元函数的极限与连续	177
7.3.1	二元函数的极限	177
7.3.2	二元函数的连续	178
	思考题	178
	习题 7-3	179
7.4	偏导数	179
7.4.1	二元函数的偏导数	179
7.4.2	高阶偏导数	182
	思考题	183
	习题 7-4	184
7.5	多元函数的微分	184
7.5.1	全微分概念及其运算	184
7.5.2	全微分在近似计算中的应用	186
	思考题	187
	习题 7-5	187
7.6	多元复合函数与隐函数的求导法则	187
7.6.1	多元复合函数的求导法则	187
7.6.2	隐函数的求导法则	189
	思考题	190
	习题 7-6	190

7.7 多元函数的极值	191
7.7.1 多元函数的极值与最大值和最小值	191
7.7.2 条件极值、拉格朗日乘数法	193
思考题	194
习题 7-7	195
本章小结	195
习题答案	197
 第 8 章 多元函数的积分	 201
8.1 二重积分的概念与性质	201
8.1.1 二重积分的概念	201
8.1.2 二重积分的性质	202
思考题	204
习题 8-1	204
8.2 二重积分的计算	204
8.2.1 直角坐标系下二重积分的计算	204
8.2.2 极坐标系下二重积分的计算	210
思考题	212
习题 8-2	213
8.3 二重积分的简单应用举例	213
8.3.1 体积	213
8.3.2 平面薄片的质量和质心	214
习题 8-3	216
本章小结	216
习题答案	218
 参考文献	 222

第1章

函 数

高等数学以函数为研究对象. 函数是数学中最基本的概念之一, 它是变量之间的最基本的一种依赖关系. 而数学的一项重要任务就是要找出反映各种实际问题中变量的变化规律, 即其中所蕴含的变量之间的函数关系. 本章在中学数学关于函数知识的基础上进一步讨论函数的概念及其特性、基本初等函数、复合函数和初等函数及其图形等.

1.1 函数及其性质

1.1.1 函数的概念

函数是微积分也是数学最基本的概念之一.

在考察自然现象或社会现象时, 往往会遇到几个变量. 这些变量并不是孤立地变化的, 而是存在着某种相互依赖关系, 为了说明这种关系, 先举几个例子.

例1 自由落体运动. 设物体下落时间为 t , 落下的距离为 s , 假设开始下落的时刻为 $t=0$, 那么 s 和 t 之间的对应关系由公式

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

给定. 其中, g 为重力加速度. 假设物体着陆的时刻为 $t=T$, 那么当时间 t 在闭区间 $[0, T]$ 上任意取定一个数值时, 按上式 s 就有一个确定的数值与其对应.

例2 某工厂每天生产产品 A 的件数为 x , 机械设备等固定成本为 1600 元, 生产每件产品所花费的人工费和使用原材料费用等单位产品变动成本为 6 元, 那么每天日产量 x 与每天的生产总成本 C 之间的对应关系由式

$$C = 1600 + 6x$$

给出. 假定该厂日产量最多为 350 件, 那么当产量 x 在数 $\{0, 1, 2, \dots, 350\}$ 上任意选定一个数值时, 按上式 C 就有一个确定的数值与它对应. 在例 1 与例 2 中各有两个变量(例 1 中 s 和 t , 例 2 中 x 和 C), 且每对变量间都有确定的对应关系, 这种对应关系就是函数的概念的实质.

1. 函数的定义

定义1 设 x 和 y 是两个变量, D 是一个给定的数集, 如果对于每一个 $x \in D$, 变量 y