

基于小波变换的 图像降噪

JYU XIAOBO BIANHUAN DE TUXIANG JIANGZAO

姜三平 著

本书特色：

- ✧ 讲解小波变换的基本理论；
- ✧ 小波变换图像降噪的一些基本算法；
- ✧ 提供部分图例和算法的MATLAB程序；
- ✧ 讨论变换系数的稀疏性和图像降噪效果的关系；
- ✧ 讲述一种综合利用傅里叶变换和小波变换图像降噪算法。



国防工业出版社
National Defense Industry Press

内 容 简 介

本书系统讨论了小波变换在图像降噪中的应用。内容包括:小波变换的基本理论,应用小波变换进行图像降噪的基本算法;变换系数的稀疏性和图像降噪效果之间的关系;综合利用傅里叶变换和小波变换图像降噪算法,并在附录中提供了书中部分图例和算法的 MATLAB 程序。

本书可作为电子信息类专业的高年级本科生和研究生的课程教材,也可供从事图像处理的科研人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

基于小波变换的图像降噪/姜三平著. —北京:国防工业出版社,2009.1

ISBN 978-7-118-06113-0

I. 基... II. 姜... III. 小波分析—应用—图像处理 IV. TP391.41

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 202776 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

天利华印刷装订有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 850×1168 1/32 印张 4¼ 字数 160 千字

2009 年 1 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—4000 册 定价 19.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)68428422

发行邮购:(010)68414474

发行传真:(010)68411535

发行业务:(010)68472764

前 言

图像降噪技术的研究已经有 50 多年的历史, 现在每年仍有大量公开发表的文献讨论这方面的问题。图像降噪技术之所以如此被重视, 不仅仅是因为有广泛的应用背景, 图像降噪作为一种简单的逆问题, 提供了一个评估图像处理技术的很方便的平台。过去数十年间, 很多科技工作者应用各自感兴趣的数学工具研究这一问题, 主要的图像降噪技术有统计估计方法、空间自适应滤波法、偏微分方法、变换域方法等。其中变换域方法中的基于小波变换的图像降噪法是目前效果最好、最实用的一种方法。编写本书的目的是希望对基于小波变换的图像降噪方法作一较系统的介绍, 书中的部分内容是作者近年的研究成果。

本书编写力求通俗易懂和系统全面。一方面系统介绍了小波变换基础知识、图像降噪的基本理论及最新的研究成果, 另一方面在介绍小波理论时只叙述主要概念和定理, 不作证明, 避免了冗繁的数学推导, 对小波变换理论中用到的泛函分析中的概念定理, 在本书的附录中均可以找到, 以便查阅。附录还提供了书中部分图例和算法的 MATLAB 源程序, 以方便读者理解书中的内容。

本书内容如下:

第 1 章简要介绍主要的图像降噪技术及发展现状。

第 2 章介绍小波变换的基本理论和基础知识。2.1 节介绍小波变换的基本概念及连续小波变换。2.2 节介绍离散小波变

换,包括小波框架及正交小波变换,重点介绍离散正交小波变换及其快速算法。

第3章介绍应用小波变换进行图像降噪的基础理论和方法。3.1节至3.4节介绍图像降噪的几个基本问题,包括白噪声的小波变换,如何用小波变换估计噪声的方差,如何评估降噪算法的降噪效果及小波图像降噪的理想滤波器。3.5节介绍小波阈值滤波法的基本原理和存在的一些问题。3.6节介绍贝叶斯估计的基本理论及基于贝叶斯估计的小波图像降噪算法。

第4章介绍混合傅里叶-小波图像降噪算法。4.1节从理论上分析了变换域降噪中降噪效果和变换域系数稀疏性间的关系。4.2节介绍傅里叶变换和小波变换对不同类型图像的表示效率。4.3节提出一种混合傅里叶-小波图像降噪算法。4.4节和4.5节分别是两种改进后的傅里叶-小波降噪算法。

第5章介绍混合傅里叶-小波图像降噪算法在SAR图像相干斑噪声抑制中的推广应用。

本书参考或直接引用了国内外一些论文和著作,在此向这些文献的作者表示感谢。

尽管写作中歇尽全力,但由于水平及时间有限,书中难免有不足之处,欢迎批评指正。关于本书的建议,请寄往作者的电子信箱:jsp_email@sina.com.cn

著者

2008年12月

目 录

第 1 章 主要的图像降噪技术及发展现状	1
1.1 空间域图像降噪	2
1.2 频域图像降噪	5
1.3 基于小波变换的图像降噪算法	7
1.4 其他图像降噪方法	12
第 2 章 小波变换	13
2.1 小波变换概述	13
2.1.1 小波变换的基本概念	13
2.1.2 连续小波变换	14
2.2 离散小波变换	15
2.2.1 小波框架和小波基	16
2.2.2 多分辨率分析	18
2.2.3 多分辨率滤波器组	20
2.2.4 离散正交小波变换的快速算法	21
2.2.5 连续且紧支撑的正交小波基	22
2.2.6 初始输入序列	25
2.2.7 二维离散正交小波变换	26
第 3 章 基于小波变换的图像降噪	29
3.1 噪声的小波变换系数的统计特性	29

3.2	噪声方差估计	30
3.3	降噪效果的评估方法	31
3.4	小波域的理想滤波器	32
3.5	小波阈值降噪	33
3.5.1	硬阈值和软阈值滤波	33
3.5.2	阈值的选择	35
3.5.3	小波基的选择	35
3.6	基于贝叶斯估计理论的小波域降噪	37
3.6.1	贝叶斯估计	37
3.6.2	图像小波变换系数的几个统计特性和 分布模型	41
3.6.3	小波域的双参数收缩降噪	46
3.6.4	小波域的局部自适应维纳滤波	52
3.6.5	有方向窗口的局部维纳滤波器	54
3.6.6	三种算法的比较	56
第4章	混合傅里叶-小波图像降噪	58
4.1	变换域滤波效果和稀疏表示的关系	59
4.2	傅里叶变换和小波变换的比较	60
4.3	应用简单统计模型的混合傅里叶-小波 图像降噪	62
4.3.1	有色噪声的小波变换系数	62
4.3.2	混合傅里叶-小波降噪算法	65
4.3.3	实验结果	68
4.4	应用GGD统计模型的混合傅里叶-小波 图像降噪	74
4.4.1	算法的描述	74
4.4.2	实验结果	80

4.5	应用 GSM 统计模型的混合傅里叶 - 小波 图像降噪	84
4.5.1	GSM 模型	84
4.5.2	BLS - GSM 降噪算法	85
4.5.3	应用 BLS - GSM 图像降噪算法的混合 傅里叶 - 小波图像降噪	89
4.5.4	实验结果	90
第 5 章	混合傅里叶 - 小波图像降噪在 SAR 图像降噪中 的应用	94
5.1	SAR 图像的相干斑点噪声模型	94
5.2	应用混合傅里叶 - 小波降噪的相干斑点 噪声抑制	95
5.3	实验	96
附录 A	泛函分析基础	99
A.1	赋范线性空间	99
A.2	Hilbert 空间和基	102
A.3	可分离基	106
附录 B	MATLAB 程序	108
B.1	图 2.5 和图 2.6 的源程序	108
B.2	图 2.8 的源程序	109
B.3	图 2.9 的源程序	112
B.4	混合傅里叶 - 小波图像降噪	113
	参考文献	122

第 1 章 主要的图像降噪技术及发展现状

随着数字技术的发展,数字图像在人类生活和活动中开始扮演越来越重要的角色,例如卫星电视、X 射线透视、天文观测、地理信息系统的开发等领域都要用到数字图像。但是图像传感器采集到的图像数据经常会被噪声污染,因此在对图像进一步处理(如三维重建、模式识别、纹理分析等)之前,经常要先对图像进行降噪处理。

数字图像中的噪声来源主要有两类:电子噪声和光电子噪声。电子噪声是阻性电子器件中由于电子随机热运动而造成的。这类噪声可用零均值高斯白噪声作为其模型,它具有一个高斯函数形状的直方图分布以及平坦的功率谱,可用它的方差来完全表征。光电子噪声是由光电转换过程中光的统计性质(每个图像元素接收到的光子数目是有限的)引起的。在弱光的情况下,这种噪声比较严重,此时常用具有泊松分布的随机变量作为光电子噪声的模型。当光照较强时,这类噪声趋向于高斯分布^[1]。若没有特殊说明,本书所指的噪声均为零均值高斯白噪声。

图像降噪是图像处理领域的一个经典问题,已经有数十年的研究历史。通常,图像降噪技术可分为两大类:空间域降噪和

变换域降噪。空间域指图像平面本身,这类方法直接对图像的像素进行处理。变换域降噪法是指将图像进行变换,在变换域中对图像的变换域系数进行处理,处理完毕后再进行逆变换,获得降噪后的图像。目前使用最多的变换方法是傅里叶变换和小波变换。

1.1 空间域图像降噪

最简单的空间域图像降噪法是均值滤波器^[2]。记观测到的含噪声的图像为

$$y(i) = x(i) + n(i) \quad (1.1)$$

式中: x 为原始图像; n 为噪声; i 表示像素位置。则均值滤波器的输出为

$$\hat{x}(i) = \frac{1}{M} \sum_{k \in \Omega_i} y(k) \quad (1.2)$$

式中: Ω_i 为以 i 为中心的局部邻域窗口; M 为窗口 Ω_i 中的像素总数。

均值滤波器在滤除噪声的同时,也去掉了图像的细节信息,把图像中不连续的阶跃变化平滑成缓慢变化,使图像变得模糊。

针对均值滤波器的这一缺陷,一些学者提出了改进的均值滤波方法^[3,5],其中最著名的是文献[5]中提出的双边带滤波法(Bilateral Filtering)。双边带滤波法自适应于图像的局部形状调整均值系数的权重。双边带滤波法的公式描述如下:

$$\hat{x}(i) = \frac{1}{C(i)} \sum_{k \in \Omega_i} y(k) e^{-\frac{|k-i|^2}{\rho^2}} e^{-\frac{|y(k)-y(i)|^2}{h^2}} \quad (1.3)$$

式中: $C(i) = \sum_{k \in \Omega_i} e^{-\frac{|k-i|^2}{\rho^2}} e^{-\frac{|y(k)-y(i)|^2}{h^2}}$ 起归一化作用; ρ 和 h 为两个滤波参数。

从式(1.3)中可以看出,如果某一像素的灰度值和窗口中心像素的灰度值差别太大,则它的权重就变小;离窗口中心越近的像素,它的权重越大,离窗口中心越远的像素,它的权重越小。图 1.1 画出了一个双边带滤波的示意图。可以看出,双边带滤波在降噪的同时较好地保留了图像中的边。

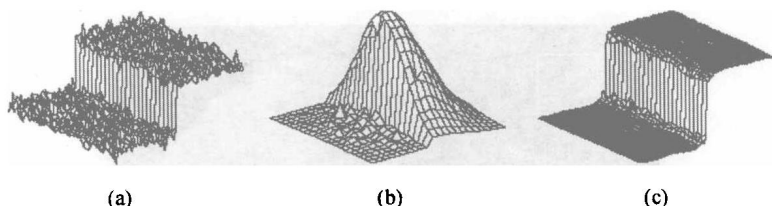


图 1.1 双边带滤波示意图

(a) 被白高斯噪声污染的阶跃图像,阶跃幅度的灰度值为 100, 噪声的标准方差为 10; (b) 以图(a)中心为中心的一个邻域对应的权重值

$$e^{-\frac{|k-i|^2}{\rho^2}} e^{-\frac{|y(k)-y(i)|^2}{h^2}}; (c) \text{ 双边带降噪后的图像。}$$

文献[6]中的非局部平均滤波法是近期提出的一种改进的均值滤波法。非局部平均滤波法的主要思想如下:

$$\hat{x}(i) = \sum_{j \in I} w(j) y(j) \quad (1.4)$$

式中: $w(j)$ 为权重值, 满足条件 $0 \leq w(j) \leq 1$ 和 $\sum_{j \in I} w(j) = 1$ 。

与均值滤波法不同的是,非局部平均滤波法不是在一个局部邻域窗口中计算均值,而是在整幅图像 I 中计算均值,因此,称为非局部平均滤波法。权重 $w(j)$ 和由灰度值组成的向量

$y(N_i)$ 和 $y(N_j)$ 之间的相似程度有关(图 1.2)。 N_k 表示以像素 k 为中心的局部邻域。两个向量之间的相似程度用欧几里得距离 $\|y(N_i) - y(N_j)\|^2$ 衡量,权重按下式计算:

$$w(j) = \frac{1}{C(i)} e^{-\frac{\|y(N_i) - y(N_j)\|^2}{h^2}} \quad (1.5)$$

式中: $C(i)$ 起归一化作用:

$$C(i) = \sum_{j \in I} e^{-\frac{\|y(N_i) - y(N_j)\|^2}{h^2}} \quad (1.6)$$

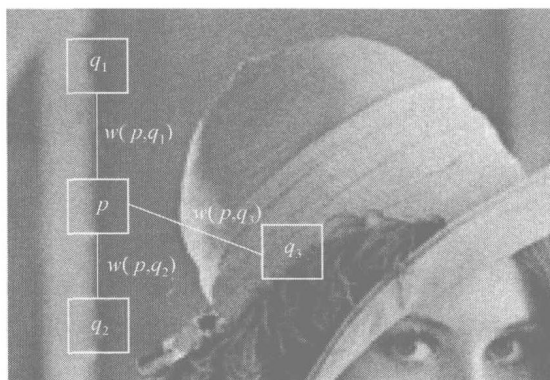


图 1.2 非局部平均滤波法的示意图

(比较相似的像素的权重大,如 $w(p, q_1)$ 和 $w(p, q_2)$;

差别大的像素的权重小,如 $w(p, q_3)$)

非局部平均法颇受人们的关注,例如,文献[7]提出的算法就是在非局部平均法的基础上发展来的,其滤波效果已经达到和滤波效果最好的小波域降噪法^[8]相近的程度。

最小化全变差法(Total Variation Minimization, TVM)^[9~13]也是一类颇受关注的空间域滤波法。最小化全变差法通过最小

化以下代价函数来获得原始图像的估计,即

$$C(y) = \arg \min_x [TV(x) + \lambda \|y - x\|^2] \quad (1.7)$$

式中: $TV(x) = \sum_i |y(i) - x(i)|$ 表示 x 的全变差。

最小化式(1.7)的问题的解存在且解唯一^[9]。式(1.7)中的参数 λ 控制着解的平滑程度,若选得太小,则会平滑掉图像的细节信息。

除了上述空域滤波法,基于偏微分方程(PDE)的图像降噪也是一类很重要的空域滤波方法^[14-17]。这些基于 PDE 的空域滤波方法对脉冲噪声有很强的抑制能力,但对于高斯白噪声去噪效果一般。

1.2 频域图像降噪

频域降噪法就是基于傅里叶变换的降噪法。频域降噪法因为其简单而被广泛应用。

低通滤波器是最简单的频域滤波器。通常情况下,图像的能量大部分集中在幅度谱的低频和中频段,在较高频段,感兴趣的信息通常被噪声所淹没。低通滤波器通过降低高频成分的幅度来减弱噪声的影响^[1]。

频域的维纳滤波器是一种最小均方误差滤波器,它的表达式如下:

$$\hat{X}(\omega) = \frac{|X(\omega)|^2}{|X(\omega)|^2 + \sigma_n^2} Y(\omega) \quad (1.8)$$

式中: $|X(\omega)|^2$ 为不含噪声图像的功率谱; σ_n^2 为零均值高斯白

噪声的方差; $Y(\omega)$ 为含噪声图像的傅里叶变换, $X(\omega)$ 为降噪后图像的傅里叶变换。

图像是非平稳信号, 要估计它的功率谱比较困难, 这限制了维纳滤波器的应用。

基于傅里叶变换的降噪法要求图像是平稳信号, 这与实际图像不相符合。图像中经常包含大量不连续的突变部分, 因此应用傅里叶变换的降噪效果一般不能令人满意。最近, 频域滤波又开始受到关注。虽然傅里叶变换不能处理平稳信号, 但局部傅里叶变换能够克服这一缺陷。例如, Foi 提出一种逐点自适应离散余弦降噪法^[18]。该方法在每一点寻找一个局部区域, 然后对这一区域进行自适应离散余弦变换^[19-21], 再用阈值降噪法降噪, 取得很好的降噪效果。

Dabov 等提出一种三维变换滤波法^[22]。该方法将比较相近的小块图像排列起来, 组成一组三维数据(图 1.3), 对这些三维数据进行三维离散傅里叶变换, 将变换系数作阈值处理后再进行三维离散傅里叶逆变换, 获得降噪后的图像。根据文献^[22]提供的实验数据, 该方法的降噪效果超过了基于小波变换的最好的降噪算法^[8]。

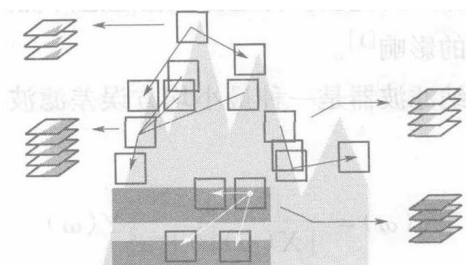


图 1.3 三维变换滤波法中, 将相似的块组成一组三维数据

1.3 基于小波变换的图像降噪算法

自从 1822 年傅里叶发表“热传导解析理论”以来，傅里叶变换一直是信号处理领域中应用最广泛的一种分析手段。但傅里叶变换只是一种纯频域的分析方法，它在频域的定位性是完全准确的，而在时域无任何分辨能力，也就是说傅里叶变换所反映的是整个信号全部时间下的整体频域特征，而不能提供任何局部时间段上的频率信息。相反，当一个函数用 δ 函数展开时，它在时间域的定位性是完全准确的，而在频域无任何分辨能力，也就是说 δ 函数分析所反映的只是信号在全部频率域上的整体时域特征，而不能提供任何频率段所对应的时间信息。实际中，对于一些常见的非平稳信号，如音乐信号，在不同的时间演奏不同的音符；语言信号，在不同的时间对应不同的音节；如二维图像，经常包含大量不连续的凸变部分等，它们的频域特性都随时间（对二维图像是位置）而变化。对于这一类信号进行分析，通常需要提取某一时间段的频域信息或某一频率段所对应的时间信息。因此，寻求一种介于傅里叶分析和 δ 分析之间的，并具有一定的时间和频率分辨能力的基函数来分析非平稳信号，一直是信号处理领域需要解决的一个问题。

1981 年，法国地理物理学家 Morlet 在分析地质探测数据时基于群论首先提出了小波分析这一概念。随后他和法国物理学家 Grossmann 开始一起共同研究小波理论，发展了连续小波变换的理论体系。这一理论是傅里叶分析划时代的发展结果。正

如三角函数是傅里叶分析的基本组成单元,小波函数是小波分析的基本组成单元。但是,小波函数具有紧支撑特性,这使得小波分析具有处理非平稳信号的能力。1985 年, Meyer、Grossmann、Daubechies 等共同研究,得到了一组离散小波基(称为小波框架)。1986 年, Meyer 在证明不可能存在时域和频域都具有一定正则性的正交小波基时,意外发现了具有一定光滑性和衰减性的规范正交小波基,从而证明了确实存在正交小波基。1988 年, Daubechies 提出了具有紧支集的正交基——Daubechies 基^[23]。后来, Mallat 将计算机视觉领域内的多尺度分析思想引入到小波分析中,提出了多分辨率分析的概念,统一了在此之前的所有具体正交小波基的构造,并提出了相应的分解和重构快速算法^[24,25]。这是小波理论突破性的研究成果。Mallat 快速算法的提出促进了小波理论的应用发展。

Weaver 等最早将小波变换用于图像降噪^[26]。Weaver 等所用的算法是一种简单的阈值降噪法。所谓阈值滤波就是把小波系数的幅值同一个阈值进行比较,若小波系数的幅值比这个阈值小,则把小波系数置为 0;若小波系数的幅值比这个阈值大,则把小波系数保留或进行修改后保留。随后 Donoho 等对小波阈值滤波算法作了系统阐述^[27-29],成为小波滤波方法的一个具有里程碑意义的研究成果。

Donoho 等在文献[27]中提出的阈值滤波法采用的是统一阈值(Universal Threshold)。统一阈值的动机是要去掉所有的幅值可能大于噪声小波系数最大幅值的小波系数,阈值选得过大,因此滤波后的图像过于平滑。Donoho 等还提出一种 SURE (Stein's Unbiased Risk Estimator) 阈值^[29]。SURE 阈值是在

SURE 准则下得到的阈值,和统一阈值相比,SURE 阈值能够较好地保留图像中的不连续部分,但也把过多的噪声保留下来。

采用 Cross Validation 准则选取阈值^[30]是 Nason 提出的。采用 Cross Validation 准则能得到一个接近最优的阈值,而且不需要知道噪声的方差,但这种方法要重复多次小波变换和逆变换,计算量较大。

小波基的选择对降噪的效果影响也很大。现实世界的图像千差万别,对不同的图像,使降噪效果达到最优的小波基是不同的,因此选择最优小波基很困难。Nason 等提出采用 Cross Validation 准则选择小波基以及最优的小波分解层数^[31],但同样有计算量大的缺点。

除了阈值降噪法外,研究最多的是基于贝叶斯估计理论的降噪算法^[32-61],该类算法通过最小化贝叶斯估计风险来获的小波系数最优估计。影响该类算法降噪效果的最主要因素就是要为小波系数选择一个准确的先验概率分布模型,但同时为了顾及问题的可解性,概率分布模型不能太复杂。通常,图像的小波变换系数的概率分布具有以下几个特点。

(1) 稀疏性:即大部分小波系数的幅值接近于零,只有少数小波系数的幅值较大。反映在概率分布密度函数上,就是要求概率分布密度函数在 0 处有一个尖的峰值,而在幅值较大的地方有长长的拖尾。

(2) 传播性:若一个小波系数的幅值较大,则在下一个比较精细的尺度上同一位置的小波系数的幅值也趋向于较大。称这一特性为父系数和子系数之间的相关性。

(3) 聚集性:若一个小波系数的幅值较大,则它周围的小波系数的幅值也趋向于较大。

(4) 方向性:这一点是针对二维小波变换而言的,即在每一个子带中,小波系数在不同的方向上具有一定的相关性。

先验概率分布模型要能反映小波系数的以上几个特点,但为了使问题简化,往往不能将以上几个特点都考虑进来。

Mallat 最早提出用广义高斯模型(Generalized Gaussian Distribution, GGD)描述小波系数的稀疏性^[24]。后来 Chipman 又提出一种高斯混合模型(Gaussian Mixture)描述小波系数的稀疏性^[32]。高斯混合模型不如广义高斯模型准确,但比广义高斯模型简单。这两种模型都假设小波系数是相互独立的随机变量,只考虑了小波系数的稀疏性,而没有考虑小波系数之间的相关性是一种边缘分布模型。

Crouse 等在高斯混合模型的基础上提出了一种隐马尔科夫树模型(Hidden Markov Trees, HMT)用于一维信号滤波^[33],后来 Romberg 等将此模型用到图像降噪^[34]。隐马尔科夫树模型考虑了层间小波系数的相关性,是一种联合分布模型。使用 HMT 降噪的缺点是计算量较大。为了克服这一缺点, Romberg 等又提出了一种简化的 HMT 模型,称之为 μ HMT 模型^[35]。

Mihcak 等提出的算法^[36]是一种非常简单却很有效的算法。该算法采用的统计分布模型不同于前面提到的统计模型,它假设相邻的小波系数是方差相等的相互独立的高斯随机变量。该算法一共分两步:首先在一个局部窗口内估计小波系数的方差;然后用估计来的方差作维纳滤波。该算法的计算量很