

新 创意丛书

根据 **新课程** 标准编写
适用各种版本教材

贯彻新课程标准 步入成材阶梯

9 年级

初中数学 好题巧解

主编 胡均宇

好题巧解 一箭中第



江西高校出版社



新创意丛书

内容求新 知识求序 方法求活 练习求精

目次

江西高校出版社 南昌 邮编 330000

(设计)

ISBN 978-7-81135-331-3

初中数学 九年级 上册

好题巧解

初中数学

9 年级

主编：胡均宇

江西高校出版社

图书在版编目(CIP)数据

好题巧解. 初中数学. 9 年级/胡均宇主编. —南昌: 江西高校出版社, 2008. 7
(新创意丛书)

ISBN 978 - 7 - 81132 - 331 - 3

I. 好… II. 胡… III. 数学课—初中—解题 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 100476 号

责任编辑: 胡李钦

封面设计: 李法明

版式设计:  Creative Times
创意时代

好题巧解 · 初中数学 9 年级

江西高校出版社出版发行

(江西省南昌市洪都北大道 96 号)

邮编: 330046 电话: (0791) 8529392, 8504319

北京市业和印务有限公司印刷

各地新华书店经销

*

2008 年 12 月第 1 版 2008 年 12 月第 1 次印刷

787mm × 1092mm 1/16 59 印张 750 千字

印数: 1—5000

ISBN 978 - 7 - 81132 - 331 - 3

定价: 75.00 元(全三册)

(江西高校版图书如有印刷、装订错误, 请随时向承印厂调换)

前言



前言

前言

亲爱的读者，展现在您面前的这本《好题巧解·初中数学9年级》是《新创意丛书》系列中的一种。本丛书是由具有丰富教研、教学经验的特级教师和优秀教师合作编写。本丛书主要以中考要求和新课程标准为依据来编写。

本书通过9个专题，对解题方法和技巧进行了探讨，并对各种类型的数学习题进行了详细点拨，介绍了一些特殊方法与技巧。这些方法与技巧，不仅新颖、巧妙，而且容易掌握和便于记忆。

《新创意丛书》在编写体例上遵循学习规律，本丛书每个专题有以下几点特点：

1. 图表导航：将每章节的知识，以互相关联的内容为中心，精心设计图表以便于解读，使读者对知识的系统性、深入性有一个完整的把握，便于读者学习以及有所侧重地查阅。

2. 知识一览：概括总结了各节的定义、公式、定理，便于读者解题查阅。

3. 典例精析：设置“自主探究、真题回放及模拟精析”三部分，丛书不仅对每一道好题进行了“巧解”，而且更能引导读者“解题”，注重方法、思路的点拨，使读者学有所思、学有所得，不仅能举一反三，更能提高解题能力，大幅度提高学习效率，达到事半功倍之效。

4. 中考预测大本营：设置“自主探究、深度拓展及走近奥赛”三部分，本丛书采用由浅入深的方法来编排，在自主探究、深度拓展过关训练的基础上，选编一道走近奥赛题，让学生在解题的思路有一个质的飞跃，达到触类旁通的效果，从而真正掌握解题的方法和规律。

本书内容丰富、技巧性强、知识面覆盖广，是初中学生学习数学的好帮手，

衷心希望本书能成为每一位学生的良师益友，在中考时助大家一臂之力。

由于时间仓促，书中难免有错误、疏漏之处，敬请批评指正，以便再版时修订。

只要信心多一点，能力强一点，你的脚步将迈得更加轻松、自在！

编者

2008 年 12 月

知识一览

定义
定理
公式

典例精析

自主探究
真题回放
模拟精析

中考预测大本营

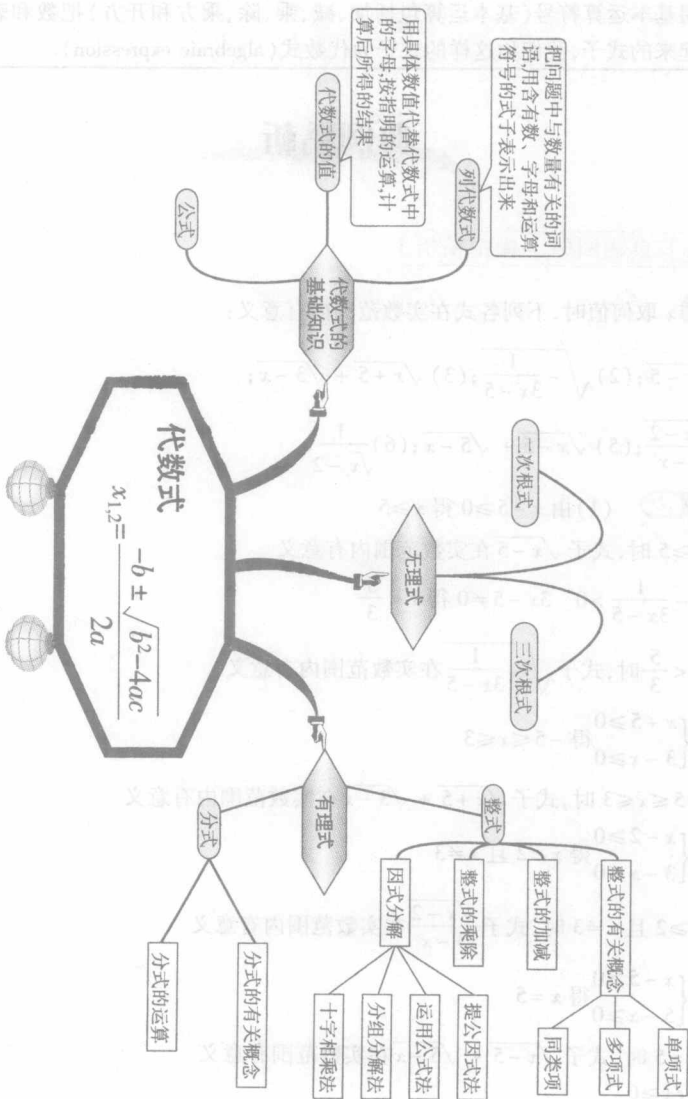
自主探究
深度拓展
走近奥赛

专题21 二次根式	1	25.3 利用频率估计概率	225
21.1 二次根式	2	专题26 二次函数	233
21.2 二次根式的乘除	14	26.1 二次函数	234
专题22 一元二次方程	28	26.2 用函数观点看一元二次 方程	252
22.1 一元二次方程	29	26.3 实际问题与二次函数	260
22.2 降次——解一元二次 方程	38	专题27 相似	271
22.3 实际问题与一元二次 方程	55	27.1 图形的相似	272
专题23 旋转	66	27.2 相似三角形	278
23.1 图形的旋转	67	27.3 位似	306
23.2 中心对称	93	专题28 锐角三角函数	316
专题24 圆	115	28.1 锐角三角函数	317
24.1 圆	116	28.2 解直角三角形	332
24.2 与圆有关的位置关系	139	专题29 投影与视图	355
24.3 正多边形和圆	167	29.1 投影	356
24.4 弧长和扇形面积	178	29.2 三视图	367
专题25 概率初步	199	综合测试一	378
25.1 概率	200	综合测试二	382
25.2 用列举法求概率	210	参考答案	387

21
题

二次根式

图表导航



图注: 本图表除含有二次根式的内容, 还回顾了整式的加减、整式和分式的知识.

21.1

二次根式

知识一览

定义

1. 一般地,我们把形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$)的式子叫做二次根式,“ $\sqrt{\quad}$ ”称为二次根号.
 2. 用基本运算符号(基本运算包括加、减、乘、除、乘方和开方)把数和表示数的字母连结起来的式子,我们称这样的式子为代数式(algebraic expression).

典例精析

自主探究

真题回放

模拟精析

例 1 x 取何值时,下列各式在实数范围内有意义:

(1) $\sqrt{x-5}$; (2) $\sqrt{-\frac{1}{3x-5}}$; (3) $\sqrt{x+5} + \sqrt{3-x}$;

(4) $\frac{\sqrt{x-2}}{3-x}$; (5) $\sqrt{x-5} + \sqrt{5-x}$; (6) $\frac{1}{\sqrt{x-2}}$.

解析

(1) 由 $x-5 \geq 0$ 得 $x \geq 5$

$\therefore$ 当 $x \geq 5$ 时,式子 $\sqrt{x-5}$ 在实数范围内有意义

(2) 由 $-\frac{1}{3x-5} > 0$ $3x-5 \neq 0$ 得 $x < \frac{5}{3}$

$\therefore$ 当 $x < \frac{5}{3}$ 时,式子 $\sqrt{-\frac{1}{3x-5}}$ 在实数范围内有意义

(3) 由 $\begin{cases} x+5 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases}$ 得 $-5 \leq x \leq 3$

$\therefore$ 当 $-5 \leq x \leq 3$ 时,式子 $\sqrt{x+5} + \sqrt{3-x}$ 在实数范围内有意义

(4) 由 $\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ 3-x \neq 0 \end{cases}$ 得 $x \geq 2$ 且 $x \neq 3$

$\therefore$ 当 $x \geq 2$ 且 $x \neq 3$ 时,式子 $\frac{\sqrt{x-2}}{3-x}$ 在实数范围内有意义

(5) 由 $\begin{cases} x-5 \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases}$ 得 $x = 5$

$\therefore$ 当 $x = 5$ 时,式子 $\sqrt{x-5} + \sqrt{5-x}$ 在实数范围内有意义

(6) 由 $\begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x-2} \neq 0 \end{cases}$ 得 $x \geq 0$ 且 $x \neq 4$

∴ 当 $x \geq 0$ 且 $x \neq 4$ 时, 式子 $\frac{1}{\sqrt{x}-2}$ 在实数范围内有意义

注意 对于单个的二次根式来说需满足被开方数为非负实数; 对于多个二次根式, 则每个被开方数均为非负实数; 含有分母的, 还需满足分母不为零.

例2 化简 $\sqrt{a^2+4a+4} - \sqrt{a^2-6a+9}$.

解析 $\sqrt{a^2+4a+4} - \sqrt{a^2-6a+9} = \sqrt{(a+2)^2} - \sqrt{(a-3)^2} = |a+2| - |a-3|$

当 $a \geq 3$ 时, 原式 $= a+2 - (a-3) = 5$.

当 $-2 < a < 3$ 时, 原式 $= a+2 - (3-a) = 2a-1$.

当 $a \leq -2$ 时, 原式 $= -(a+2) - (3-a) = -5$.

例3 化简下列各式.

(1) $\sqrt{(x-2)^2} (x < 2)$;

(2) $\sqrt{(5-a)^2} (a > 5)$;

(3) $\sqrt{x^2-4x+4} (x > 2)$;

(4) $\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$.

解析 (1) $\because x < 2, \therefore x-2 < 0$

$\therefore \sqrt{(x-2)^2} = |x-2| = 2-x$

(2) $\because a > 5, \therefore 5-a < 0$

$\therefore \sqrt{(5-a)^2} = |5-a| = a-5$

(3) $\because x^2-4x+4 = (x-2)^2$

又 $x > 2, \therefore x-2 > 0$

$\therefore \sqrt{x^2-4x+4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2| = x-2$

(4) $\because \sqrt{3}-\sqrt{2} > 0, 1-\sqrt{2} < 0$

$\therefore \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$

$= |\sqrt{3}-\sqrt{2}| + |1-\sqrt{2}| = \sqrt{3}-\sqrt{2} + \sqrt{2}-1 = \sqrt{3}-1$

注意 在求 a^2 的算术平方根时, 可以与数 a 的绝对值的概念联系起来, 因此有

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & a \geq 0 \\ -a & a < 0 \end{cases}$$

例4 若 $|m| = -m$, 则 $|\sqrt{4m^2} + m| =$ _____

点拨

$\therefore |m| = -m, \therefore m \leq 0$.

$\therefore |\sqrt{4m^2} + m| = |-2m + m| = |-m| = -m$.

答案

$-m$

例 5 已知 x, y 为实数, 且实数 m 满足关系式

$$\sqrt{2x+y-3-m} + \sqrt{3x+y-m} = \sqrt{x-99+y} \cdot \sqrt{99-x-y},$$

试确定 m 的值.

点拨

由 $x-99+y \geq 0, 99-x-y \geq 0$ 同时成立, 可得 $x+y=99$.

又由算术平方根是非负数, 可得到关于 x, y, m 的方程组, 结合 $x+y=99$ 求出 m 的值.

解析 由题意, 知

$$\begin{cases} x-99+y \geq 0 \\ 99-x-y \geq 0 \end{cases} \therefore x+y=99$$

将其代入已知等式得

$$\sqrt{2x+y-3-m} + \sqrt{3x+y-m} = 0$$

由算术平方根的非负性有

$$\begin{cases} 2x+y-3-m=0 & ① \\ 3x+y-m=0 & ② \\ x+y=99 & ③ \end{cases}$$

$$① \times 2 - ② \text{ 得 } x+y-m-6=0$$

又代入③得 $m=93$.

例 6 下列二次根式中哪些是最简二次根式? 哪些不是? 为什么?

$$\sqrt{15}, \sqrt{45}, \sqrt{0.2a}, \sqrt{3ab}, \sqrt{18a^2b}, \sqrt{\frac{x}{3}}, \frac{\sqrt{x}}{3}, \frac{1}{ab}\sqrt{ab}, \sqrt{4x^2+y^2},$$

$$\sqrt{(a-b)^2(a+b)} (a>b), \frac{1}{2}\sqrt{3x^2+6xy+3y^2} (x+y>0).$$

解析 最简二次根式有:

$$\sqrt{15}, \sqrt{3ab}, \frac{\sqrt{x}}{3}, \frac{1}{ab}\sqrt{ab}, \sqrt{4x^2+y^2},$$

其余的均不是最简二次根式, 因为

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5},$$

$$\sqrt{0.2a} = \sqrt{\frac{1}{5}a} = \sqrt{\frac{5}{25}a} = \frac{1}{5}\sqrt{5a}$$

$$\sqrt{18a^2b} = \sqrt{9a^2 \cdot 2b} = 3a\sqrt{2b}$$

$$\sqrt{\frac{x}{3}} = \sqrt{\frac{3x}{9}} = \frac{1}{3}\sqrt{3x}$$

$$\sqrt{(a-b)^2(a+b)} = (a-b)\sqrt{a+b} (a>b)$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{3x^2+6xy+3y^2} = \frac{1}{2}\sqrt{3(x+y)^2} = \frac{x+y}{2}\sqrt{3} (x+y>0)$$

注意 最简二次根式必须同时满足下列两个条件:

- (1) 被开方数的因数是整数, 因式是整式;
- (2) 被开方数中不含有能开得尽方的因式或因数(被开方数不含平方因子).

自主探究 真题回放 模拟精析

例1 (云南) 求 $\sqrt{a+4} - \sqrt{9-2a} + \sqrt{1-3a} + \sqrt{-a^2}$ 的值.

解析 因当 $a=0$ 时, $\sqrt{-a^2}$ 才有意义.

$$\begin{aligned}\text{故原式} &= \sqrt{a+4} - \sqrt{9-2a} + \sqrt{1-3a} + \sqrt{-a^2} \\ &= \sqrt{0+4} - \sqrt{9-0} + \sqrt{1-0} + 0 \\ &= 2-3+1+0=0.\end{aligned}$$

例2 (四川) 已知: $\sqrt{a+1} + |b+1| = 0$, a, b 为实数, 则 $a^{100} + b^{101} =$.

点拨

$$\because \sqrt{a+1} + |b+1| = 0, \text{ 而 } \sqrt{a+1} \geq 0, |b+1| \geq 0,$$

$$\therefore a+1=0 \text{ 且 } b+1=0, \therefore a=-1, b=-1, \therefore a^{100} + b^{101} = (-1)^{100} + (-1)^{101} = 1-1=0.$$

答案 0

自主探究 真题回放 模拟精析

例1 $\sqrt{\frac{x}{y}}$ 是二次根式, 则 x, y 应满足的条件是

A. $x \geq 0$ 且 $y \geq 0$

B. $\frac{x}{y} > 0$

C. $x \geq 0$ 且 $y > 0$

D. $\frac{x}{y} \geq 0$

点拨

要使 $\sqrt{\frac{x}{y}}$ 有意义, 则被开方数 $\frac{x}{y}$ 是非负数. 应满足条件是 $x \geq 0$ 且 $y > 0$ 或 $x \leq 0, y < 0$.

答案 D

例2 计算: (1) $(\sqrt{2.4})^2$; (2) $(2\sqrt{3})^2$.

解析 (1) $(\sqrt{2.4})^2 = 2.4$; (2) $(2\sqrt{3})^2 = 2^2 \times (\sqrt{3})^2 = 12$.

例3 下列各式中, 哪些是二次根式, 哪些不是二次根式?

(1) $\sqrt{2}$; (2) $\sqrt{-2}$; (3) $\sqrt{(-2)^2}$; (4) $\sqrt[3]{4}$; (5) $\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}$; (6) $\sqrt{1-a} (a \leq 1)$;

(7) $\sqrt{-x}(x>0)$; (8) $\sqrt{x^2}$; (9) $\sqrt{-a^2-1}$; (10) $\frac{a}{b}$.

解析 二次根式有 $\sqrt{2}$, $\sqrt{(-2)^2}$, $\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}$, $\sqrt{1-a}(a\leq 1)$, $\sqrt{x^2}$.

不是二次根式的有 $\sqrt{-2}$, $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt{-x}(x>0)$, $\sqrt{-a^2-1}$, $\sqrt{\frac{a}{b}}(ab<0)$.

例4 x 取什么数时, 下列各式有意义?

(1) $\sqrt{x-3}$; (2) $\sqrt{x+3}$; (3) $\sqrt{2x-1}$; (4) $\sqrt{x(x+1)}$; (5) $\sqrt{\frac{x-2}{2x+1}}$; (6) $\sqrt{x^2+4}$.

点拨

若使二次根式有意义, 需满足被开方数是非负数.

解析 (1) 由 $x-3\geq 0$, 得 $x\geq 3$.

所以 当 $x\geq 3$ 时, $\sqrt{x-3}$ 有意义;

(2) 由 $x+3\geq 0$, 得 $x\geq -3$.

所以 当 $x\geq -3$ 时, $\sqrt{x+3}$ 有意义;

(3) 由 $2x-1\geq 0$, 得 $x\geq \frac{1}{2}$.

所以 当 $x\geq \frac{1}{2}$ 时, $\sqrt{2x-1}$ 有意义;

(4) 由 $x(x+1)\geq 0$, 得① $\begin{cases} x\geq 0, \\ x+1\geq 0 \end{cases}$ 或② $\begin{cases} x\leq 0, \\ x+1\leq 0 \end{cases}$ 解①, 得 $x\geq 0$. 解②, 得 $x\leq -1$.

所以 当 $x\geq 0$ 或 $x\leq -1$ 时, $\sqrt{x(x+1)}$ 有意义;

(5) 由 $\frac{x-2}{2x+1}\geq 0$, 得① $\begin{cases} x-2\geq 0, \\ 2x+1>0 \end{cases}$ 或② $\begin{cases} x-2\leq 0, \\ 2x+1<0 \end{cases}$ 解①, 得 $x\geq 2$. 解②, 得 $x<-\frac{1}{2}$.

所以 当 $x\geq 2$ 或 $x<-\frac{1}{2}$ 时, $\sqrt{\frac{x-2}{2x+1}}$ 有意义;

(6) 因为 $x^2\geq 0$, 所以 $x^2+4>0$.

所以 不论 x 取什么数, $\sqrt{x^2+4}$ 都有意义.

例5 判断下列根式是否是二次根式.

(1) $\sqrt{-2}$; (2) $\sqrt{|-2|}$; (3) $\sqrt{(-2)^2}$; (4) $\sqrt[3]{2}$; (5) $\sqrt{-a}$.

解析 (1) $\because -2<0$, $\therefore \sqrt{-2}$ 不是二次根式;

(2) $\because |-2|>0$, $\therefore \sqrt{|-2|}$ 是二次根式;

(3) $\because (-2)^2=4>0$, $\therefore \sqrt{(-2)^2}$ 是二次根式;

(4) $\because \sqrt[3]{2}$ 是三次根式, $\therefore \sqrt[3]{2}$ 不是二次根式;

(5) $\because -a$ 的符号不能确定, $\therefore$ 应分情况讨论, 当 $a > 0$ 时, $-a < 0$, $\sqrt{-a}$ 不是二次根式; 当 $a \leq 0$ 时, $-a \geq 0$, $\sqrt{-a}$ 是二次根式.

例 6 已知 $a = \frac{1}{\sqrt{3}+2}$, $b = \sqrt{3}-2$, 则 a 与 b 的关系是 ()

- A. $a = b$ B. $a = -b$ C. $a = \frac{1}{b}$ D. $ab = -1$

点拨

$a = \frac{1}{\sqrt{3}+2} = 2 - \sqrt{3}$, 所以 $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$ 互为相反数.

答案 B

中考预测大本营

自主探究

深度拓展

走近奥赛

一、选择题

- 下列各式一定是二次根式的是 ()
A. $\sqrt{-1}$ B. $\sqrt{2a}$ C. $\sqrt{m^2+3}$ D. $\sqrt[3]{9}$
- 如果 $\sqrt{6-2x}$ 是二次根式, 那么 x 应满足的条件是 ()
A. $x \leq 3$ B. $x > 3$ C. $x \geq 3$ D. $x \neq 3$
- 若式子 $\sqrt{x-2} + \sqrt{3-x}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ()
A. $x=2$ 或 $x=3$ B. $x \leq 3$ C. $2 \leq x \leq 3$ D. $x \geq 2$
- 若实数 a 使 $\sqrt{-(a-1)^2}$ 成立, 则 a 的取值有 ()
A. 0 个 B. 1 个 C. 3 个 D. 无数个
- 已知等式 $\frac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x-2} + |x-2| = 0$, 则 $x =$ ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 1 或 3
- 若代数式 $\sqrt{(3-a)^2} + \sqrt{(a-5)^2}$ 的值是常数 2, 则 a 的取值范围是 ()
A. $a \geq 5$ B. $a \leq 3$ C. $3 \leq a \leq 5$ D. $a=3$ 或 $a=5$
- 若实数 x 满足方程 $|1-x| = 1 + |x|$, 那么 $\sqrt{(x-1)^2} =$ ()
A. $x-1$ B. $1-x$ C. $\pm(x-1)$ D. ± 1
- 下列式子中, 不论 x 取何值都有意义的是 ()
A. $\sqrt{x+2}$ B. $\sqrt{(x-1)^2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{(x+1)^2}}$ D. $\sqrt{x^2-2}$
- 当 $x < -1$ 时, $|x - \sqrt{(2-x)^2} - 2|x-1||$ 的值为 ()
A. $4x-4$ B. $4-4x$ C. $4x+4$ D. 0

二、填空题

- $(-\sqrt{3})^2 =$ _____.
- 当 _____ 时, $\sqrt{3 - \frac{3}{2}x}$ 有意义.
- 若 $\sqrt{(5-a)^2} = a-5$, 则 a _____ 5; 若 $\sqrt{(5-a)^2} = 5-a$, 则 a _____ 5.
- 若 $\sqrt{(4m-2n)^2} = 2n-4m$ 成立, 则 m 与 n 的关系是 _____.
- 已知 $0 < a < 2$, 则 $\sqrt{(a+2)^2(a-2)^2} =$ _____.
- 已知 $b < 0$, 化简 $\sqrt{a^2} - \sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{\frac{b}{a} + \frac{a}{b} + 2} =$ _____.

16. 若表示 $\frac{1}{\sqrt{3-4x}}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 .

17. 若 $(x+1)^2 + \sqrt{x+2y} = 0$, 则 $x+y =$.

18. $-\sqrt{x^2+1}$ 的相反数一定是 数.

三、计算题

19. $(\sqrt{3})^2$. 20. $(\sqrt{0})^2$. 21. $-\sqrt{(-5)^2}$. 22. $\sqrt{(-\frac{1}{4})^2}$.

23. $\sqrt{(-\frac{1}{\pi})^2}$. 24. $(3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2$.

四、解答题

25. 求 $\sqrt{a+16} - \sqrt{9-2a} + \sqrt{25-3a} + \sqrt{-a^2}$ 的值.

26. 已知 $a+b = \sqrt{\sqrt{2008} + \sqrt{2007}}$, $a-b = \sqrt{\sqrt{2008} - \sqrt{2007}}$, 则 $ab =$.

27. 已知 $\sqrt{(a+\frac{1}{2})^2} + \sqrt{b-\frac{1}{3}} = 0$, 求 $ab + \frac{b}{a}$ 的值.

28. 已知 $|x-2| - y = -y^2 - \frac{1}{4}$, 求证: $xy = 1$.

29. 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三条边, 化简 $\sqrt{(a+b-c)^2} + \sqrt{(a-b-c)^2}$.

30. 已知 $\sqrt{16-x^2} - \sqrt{4+x^2} = 2$, 求 $\sqrt{16-x^2} + \sqrt{4+x^2}$ 的值.

31. 计算: $\sqrt{8} + (-1)^3 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$.

自主探究 深度拓展 走近奥赛

一、选择题

1. 如果 $\sqrt{\frac{a}{b}}$ 是二次根式, 那么 a, b 应满足是 ()

A. $a < 0, b < 0$

B. a, b 同号

C. $b > 0, a \geq 0$

D. $\frac{a}{b} \geq 0$ 且 $b \neq 0$

2. 在实数范围内分解因式 $4a^4 - b^4$ ()

A. $(2a^2 + b^2)(2a^2 - b^2)$

B. $(2a^2 + b^2)(\sqrt{2}a + b)(\sqrt{2}a - b)$

C. $(2a^2 - b^2)(\sqrt{2}a + b)(\sqrt{2}a - b)$

D. $(2a^2 + b^2)(\sqrt{2}a + b)(\sqrt{2}a - b)$

3. 如果 a 是任意数, 下列各式一定有意义的是 ()

A. $-\sqrt{a}$

B. $\sqrt{\frac{1}{a}}$

C. $\sqrt{-a^2}$

D. $\sqrt[3]{-a}$

4. 已知 $x > 2$, 则化简 $\sqrt{x^2 - 4x + 4}$ 的结果是 ()

A. $x-2$

B. $x+2$

C. $-x-2$

D. $2-x$

5. 若 $\sqrt{a^2} = -a$, 则实数 a 的取值情况 ()

A. 大于 0

B. 小于 0

C. 不大于 0

D. 不小于 0

6. 若 $|1-x| - \sqrt{x^2 - 8x + 16} = 2x - 5$, 则 x 的取值范围是 ()
 A. x 为任意实数 B. $1 \leq x \leq 4$ C. $x \geq 1$ D. $x \leq 4$
7. 如果 $a + \sqrt{a^2 - 4a + 4} = 2$, 那么 a 的取值范围是 ()
 A. $a = 0$ B. $a = 2$ C. $a \leq 2$ D. $a = 0$ 或 $a = 2$
8. 设 a 是大于 1 的数, 且 $b = \sqrt{a}$, 那么 a 与 b 之间的大小关系是 ()
 A. $a > b$ B. $a < b$ C. $a = b$ D. 不能确定
9. 若 $x < -3$, 则 $|1 - \sqrt{(1+x)^2}|$ 的值等于 ()
 A. x B. $-x$ C. $2+x$ D. $-2-x$
10. 使 $\frac{\sqrt{x+2}}{x-2}$ 有意义的 x 的值是 ()
 A. $x \geq -2$ B. $x > 2$
 C. $x \geq -2$ 且 $x \neq 2$ D. $x \neq 2$

二、填空题

11. 如果 $a^2 + b^2 - 4b - 2a + 5 = 0$, 则 $\frac{\sqrt{a+b}}{3\sqrt{b} - \sqrt{2a}}$ 的值是 _____.
12. 当 x _____ 时, $\sqrt{\frac{1}{1-x}}$ 在实数范围内有意义.
13. 当 $1 < x < 2$ 时, $\frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+4}} + \frac{\sqrt{x^2-2x+1}}{x-1} =$ _____.
14. 当 a _____ 时, $\sqrt{a^2} = (-\sqrt{-a})^2$
15. 函数 $y = \frac{x}{x-11} + \sqrt{2x+1}$ 的自变量 x 的取值范围是 _____.
16. 使等式 $\sqrt{(a+2)^2} = (\sqrt{a+2})^2$ 成立的条件是 _____.
17. 当 $3 < x < 5$ 时, 化简 $\sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{(x-5)^2}$ 的结果为 _____.
18. 若 $\sqrt{x-y+3} + |x+y-1| = 0$, 则 $\sqrt{x^2+y^2} =$ _____.
19. 当 _____ 时, $\sqrt{3+x}$ 是二次根式. 当 _____ 时, $-\sqrt{\frac{1}{x}}$ 是二次根式.
20. $\sqrt{-(-x)^2}$ 是二次根式, 则 $x =$ _____.
21. 式子 $(-\sqrt{-a})^2 = -a$ 成立条件是 _____.

三、计算题

22. $(2\sqrt{3})^2$. 23. $(-\sqrt{\frac{2}{5}})^2$. 24. $\sqrt{(-3)^2}$. 25. $\sqrt{0.3^2}$. 26. $-\sqrt{100}$.
27. $(\sqrt{12})^2 - (\sqrt{3})^2$. 28. $\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}$. 29. $\sqrt{4^2+3^2}$.

四、解答题

30. 化简: (1) $\sqrt{a^2+4a+4}$ ($a < -2$); (2) $\sqrt{a^2+\frac{1}{a^2}} - 2$ ($a > 1$);

$$(3) \sqrt{(x-2)^2(9x^2-6x+1)} \left(\frac{1}{3} < x < 2 \right).$$

$$31. \text{化简 } (\sqrt{1-2x})^2 + \sqrt{x^2-4x+4}.$$

$$32. \text{化简 } \sqrt{1+10x+25x^2}.$$

$$33. \text{已知 } \sqrt{x-1} - \sqrt{1-x} = y-4, \text{求 } x^y \text{ 的算术平方根}.$$

$$34. \text{若 } |x+2y| \text{ 与 } \sqrt{9-x^2} \text{ 互为相反数,求代数式 } x-2y \text{ 的值}.$$

$$35. \text{若 } a>0, ab<0, \text{化简 } \sqrt{(b-a-3)^2} - \sqrt{(a-b+2)^2}.$$

五、 x 为何值下列各式有意义

$$36. \sqrt{2x+3}. \quad 37. \sqrt{2-5x}. \quad 38. \sqrt{-x^2}. \quad 39. \sqrt{\frac{3}{3x-1}}.$$

$$40. \frac{2}{1+\sqrt{x}}. \quad 41. \sqrt{3x+2} + \sqrt{1-3x}. \quad 42. 2\sqrt{x} + 3\sqrt{-x}.$$

$$43. 3\sqrt{1+|x|}. \quad 44. \sqrt{(x-3)^2}. \quad 45. \frac{\sqrt{x-4}}{x-3}. \quad 46. \frac{\sqrt{2-x}}{2-|x|}.$$

$$47. \sqrt{x+3} + \frac{1}{\sqrt{-x}}. \quad 48. \sqrt{1+4x} - \sqrt{-1-4x}. \quad 49. \sqrt{\frac{x-2}{x}}.$$

自主探究 深度拓展 走近奥赛

阅读下列材料,回答问题.

对于题目“化简并求值: $\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2$, 其中 $a = \frac{1}{5}$ ”, 甲、乙两人的解答不同,

$$\text{甲的解答: } \frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2 = \frac{1}{a} + \sqrt{\left(\frac{1}{a} - a\right)^2} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a} - a = \frac{2}{a} - a = \frac{49}{5};$$

$$\text{乙的解答: } \frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2 = \frac{1}{a} + \sqrt{\left(\frac{1}{a} - a\right)^2} = \frac{1}{a} + a - \frac{1}{a} = a = \frac{1}{5}.$$

谁的解答是错误的? 为什么?

参考答案

自主探究

一、选择题

1. C 2. A 3. C 4. B 5. A 6. C 7. B 8. B 9. B

二、填空题

10. 3 11. $x \leq 2$ 12. $\geq; \leq$ 13. $2m \leq n$ 14. $4 - a^2$ 15. $-a$ 16. $x < \frac{3}{4}$ 17. $-\frac{1}{2}$ 18. 正

三、计算题

19. 3 20. 0 21. -5 22. $\frac{1}{4}$ 23. $\frac{1}{\pi}$ 24. 6