陕西省中等职业教育规划教材

数学

主编/曾献文 康知芳 武喜娅

数学

数学

数学

SHUXUE

西北大学出版社
NORTHWEST UNIVERSITY PRESS

陕西省中等职业教育规划教材

数学

SHU XUE

主编

曾[illegible]文　[illegible]知茜　武喜娅

副主编

徐永利　王俊　贺秋艳　孙世萍

参编

（按姓氏拼音排序）

刘红哲　梁晓维

西北大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学/曾献文，康知芳，武喜娅主编.—西安：西北大学出版社，2008.8

ISBN 978-7-5604-2460-6

Ⅰ.数… Ⅱ.①曾…②康…③武… Ⅲ.高等数学—高等学校—教材 Ⅳ.O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第116083号

数　学

主　　编：曾献文　康知芳　武喜娅
出版发行：西北大学出版社
地　　址：西安市太白北路229号
邮　　编：710069
电　　话：029-88305287
经　　销：全国新华书店
印　　装：西安交通大学印刷厂
开　　本：787毫米×960毫米　1/16
印　　张：15.5
字　　数：245千字
版　　次：2008年8月第1版第1次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5604-2460-6
定　　价：22.50元

前言

为进一步贯彻《国务院关于大力推进职业教育改革与发展的决定》，体现“以服务为宗旨，以就业为导向”的职业教育办学指导思想，促进职业教育更好地适应经济社会建设对生产、服务第一线技能型人才的需要，根据教育部职成教司批准的中等专业学校数学教学大纲的要求，我们组织陕西省部分中等专业学校骨干教师编写了此书.

本书针对性强，充分突出数学的工具性，采用分专业类模式编排内容，每一个数学知识点的提出一般都从实际问题或日常生活中的实例开始，为理论的推出作铺垫，更易被学生掌握，也有利于教师根据各专业的特点组织教学.

一、主要特色

(1)本书适合作为中等职业学校机械类、机电类、电子电工类、计算机类、建筑类等工科专业三年制学生的数学教材.

(2)复习了初中阶段数学的部分内容.

(3)数学符号的使用，采用了国家统一的标准.

(4)教材中每一个问题的引入一般从实际问题或日常生活中的实例开始，为理论的推出作铺垫，体现了理论来源于实践的原理，又能收到顺理成章、过渡自然的效果；同时，增加了学生基本常识的积累.

(5)本教材的编写具有时代气息，并注意与日常生活、生产相联系.

(6)加强了实际应用，以够用为度，免去了烦琐的理论推导，不少定理、公式、方法都只作直观的解释或归纳，避免了抽象的证明. 凡是与实际直接联系的章节，都增加了一些课外知识内容，做到了理论联系实际.

(7)本教材的例题紧扣该章节内容，习题与例题配套；内容、例题、课堂练习、自测题四者配合紧密.

(8)注意与学生生源特点相结合. 针对当前中等职业学校学生的实际情况，在教材内容选取上力图改变传统教材“全、难、深”的弊端，向“浅显、实用、宽泛”转变；把学生必须学习和掌握的内容进一步降低难度，浅化理论，注重知识的实际应用.

二、参考课时

本教材参考课时共计136课时，其中：

第一章	数、式、方程	8课时
第二章	集合与函数	18课时
第三章	三角函数	26课时
▲第四章	解三角形	8课时
※第五章	复数	14课时
▲第六章	立体几何	16课时
第七章	平面解析几何	18课时
第八章	数列	8课时
☆第九章	排列组合与概率	14课时
※第十章	微分初步	6课时

注意：带※者为电类专业必学内容，带▲者为机械类专业必学内容，带☆者为电类和机械类专业选学内容.

三、具体编写分工

第一章孙世萍编写，第二章梁晓维编写，第三章武喜娅编写，第四、八章康知芳编写，第五章徐永利编写，第六章王俊编写，第七章贺秋艳编写，第九章曾献文编写，第十章刘红哲编写，全书由曾献文、王俊、贺秋艳统稿，曾献文、康知芳、武喜娅集体研究定稿.

由于编者水平有限，书中难免存在一些疏漏和不足，望广大读者指正，以便我们进一步提高完善.

编　者

2008年5月

目录

第一章 数，式，方程

初中数学中，我们已经学习了数、式与方程的概念及计算. 它们是数学中最基本的概念及计算，也是今后我们学习其他专业课的基础与工具. 所以本章我们先复习数、式与方程的有关知识，然后介绍对数的概念及计算.

§1-1 数，式

一、实数的基本知识

（一）实数的分类

实数的分类一般为

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{零}\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\end{cases}\\ \text{无理数}\end{cases}$$

自然数：0，1，2，3，…

整数：0，±1，±2，±3，…

分数：可表示成两整数之商的数中，不是整数的那些数.

有理数：整数和分数的总和.

无理数：不能表示成两个整数之商的数. 例如，无限不循环小数：$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，π，e 等.

实数：有理数和无理数的总称.

（二）数轴

定义 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做**数轴**. 任何一个实数都可以用数轴上唯一的一个点来表示；反过来，数轴上的每一个点都表示唯一的一个实数.

（三）相反数

定义 如果两个数只有符号不同，那么称其中一个数为另一个数的**相反数**，也称这两个数**互为相反数**（即实数 a 和 $-a$ 叫做互为相反数）.

（四）绝对值

定义 在数轴上，一个数所对应的点与原点的距离叫做该数的**绝对值**，即

$$|a|=\begin{cases}a, & a>0\\ 0, & a=0\\ -a, & a<0\end{cases}$$

【典型例题】

例 1-1 在下列各数中，哪些是自然数，整数，有理数，无理数？

-6，$\sqrt[3]{27}$，0，$\sqrt{81}$，$|-2|$，π，3.141592，$\sqrt{3}-1$，e，2.7182

解：自然数：$\sqrt[3]{27}$，0，$\sqrt{81}$，$|-2|$

整数：-6，$\sqrt[3]{27}$，0，$\sqrt{81}$，$|-2|$

有理数：-6，$\sqrt[3]{27}$，0，$\sqrt{81}$，$|-2|$，3.141592，2.7182

无理数：π，$\sqrt{3}-1$，e

二、整式的运算

（一）去括号的法则

去括号的法则是：

（1）括号前面是“+”号时，去掉括号后，括号里各项的符号不变，即

$$a+(b-c+d)=a+b-c+d$$

（2）括号前面是“-”号时，把括号和它前面的“-”号去掉后，括号里各项都变号，即

$$a-(b-c+d)=a-b+c-d$$

（二）常用乘法公式

常用**乘法公式**有：

（1）$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

（2）$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

（3）$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

（4）$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

（5）$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

（6）$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

（7）$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$

（8）$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

（三）因式分解

把一个多项式表示成几个整式乘积的形式叫做**多项式的因式分解**. 因式分解

时常利用的公式有：

(1) $ma+mb+mc=m(a+b+c)$

(2) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

(3) $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

(4) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

(5) $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

(6) $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3$

(7) $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=(a-b)^3$

(8) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

(9) $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

【典型例题】

例 1－2 将下列各式分解因式

(1) $3x^2+5x+2$ (2) $3x^2+7x+2$

(3) $3x^2+x-10$ (4) $3x^2-x-10$

分析：我们介绍 **"十字相乘法"**：把 x^2 项的系数分解成两个因数，常数项也分解成两个因数，使交叉相乘所得的两个积的和恰好等于 x 的系数.

解：(1) ∵

$$\begin{array}{ccc} 1 & \searrow\!\!\!\!\nearrow\; 1 & \to 3 \\ 3 & \quad 2 & \underline{\to 2\ (+} \\ & & 5 \end{array}$$

∴ $3x^2+5x+2=(x+1)(3x+2)$

(2) ∵

$$\begin{array}{ccc} 1 & \searrow\!\!\!\!\nearrow\; 2 & \to 6 \\ 3 & \quad 1 & \underline{\to 1\ (+} \\ & & 7 \end{array}$$

∴ $3x^2+7x+2=(x+2)(3x+1)$

(3) ∵

$$\begin{array}{ccc} 1 & \searrow\!\!\!\!\nearrow\; 2 & \to 6 \\ 3 & \quad -5 & \underline{\to -5\ (+} \\ & & 1 \end{array}$$

∴ $3x^2+x-10=(x+2)(3x-5)$

(4) ∵

$$
\begin{array}{ccccc}
1 & \searrow\!\!\!\!\swarrow & -2 & \rightarrow & -6 \\
3 & & 5 & \rightarrow & 5\ (+ \\
\hline
 & & & & -1
\end{array}
$$

∴ $3x^2-x-10=(x-2)(3x+5)$

三、分式的运算

（一）分式的概念

如$\dfrac{b}{2a}$，$\dfrac{x+1}{3-x}$，$\dfrac{x}{2x-3}$，$\dfrac{1}{x+2}$等，可以表示成$\dfrac{A}{B}$的形式，其中A、B是两个整式，并且B必须含有字母，这样的式子叫做**分式**，A叫做**分子**，B叫做**分母**.

注：(1) 像$\dfrac{x-2}{7}$，虽然也表示成$\dfrac{A}{B}$形式，但分母不含字母，所以不是分式.

(2) 对于任意一个分式，分母都不能为零.

（二）分式的基本性质

分式的基本性质： 分式的分子与分母都乘以（或除以）同一个不等于零的代数式，分式的值不变，即

$$\frac{A}{B}=\frac{A\times M}{B\times M}\qquad \frac{A}{B}=\frac{A\div M}{B\div M}\qquad (M\neq 0)$$

1. **分式的加减法法则**

(1) 同分母的分式相加减，分母不变，把分子相加减，即

$$\frac{b}{a}-\frac{c}{a}=\frac{b-c}{a}$$

(2) 异分母的分式相加减，先通分，化为同分母的分式，然后再按同分母分式的加减法法则进行计算，即

$$\frac{b}{a}\pm\frac{d}{c}=\frac{bc\pm ad}{ac}$$

(3) 分式与整式相加减时，可把整式看作是以1为分母的分式，按分式加减法则进行.

2. **分式的乘除法法则**

(1) 两个分式相乘，把分子相乘的积作为积的分子，把分母相乘的积作为积的分母，即

$$\frac{b}{a}\times\frac{d}{c}=\frac{bd}{ac}$$

（2）两个分式相除，把除式的分子和分母颠倒位置后再与被除式相乘，即

$$\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}=\frac{bc}{ad}$$

3. **分式乘方法则**

分式乘方，把分子、分母各自乘方，即

$$(\frac{b}{a})^{n}=\frac{b^{n}}{a^{n}}$$

四、指数幂的运算

（一）指数幂的相关定义

对于指数幂，我们学过如下定义.

定义

（1）正整数指数幂，即 $a^{m}=\overbrace{a\cdot a\cdot a\cdots a}^{m个}$（$m\in \mathrm{N}^{+}$）；

（2）零指数幂，即 $a^{0}=1$（$a\neq 0$）；

（3）负指数幂，即 $a^{-m}=\frac{1}{a^{m}}$（$a\neq 0$，$m>0$）；

（4）分数指数幂，即 $a^{\frac{n}{m}}=\sqrt[m]{a^{n}}$（$a>0$）.

（二）幂的运算法则

幂的运算法则如下：

（1）同底数幂相乘，底数不变，指数相加，即

$$a^{m}\cdot a^{n}=a^{m+n}$$

（2）同底数幂相除，底数不变，指数相减，即

$$a^{m}\div a^{n}=a^{m-n}$$

（3）积的乘方，等于每个因数分别乘方的积，即

$$(a\cdot b)^{n}=a^{n}\cdot b^{n}$$

（4）幂的乘方，底数不变，指数相乘，即

$$(a^{m})^{n}=a^{mn}$$

【课堂练习】

1. 填空

（1）若 $|a|=|b|$，则 a 与 b 的关系是__________.

（2）若 $|a|+|b-2|=0$，则 $a=$__________，$b=$__________.

（3）当 $x<-1$ 时，$|x+1|=$__________.

（4）当 $a<-2$ 时，$\sqrt{(a+2)^{2}}=$__________.

2. 判断题

(1) $-a$ 是负数. ( )

(2) $n-1$ 的相反数是 $-n-1$. ( )

(3) $|a|$ 是正数. ( )

(4) 无理数都是无限小数. ( )

3. 将下列各式分解因式

(1) $3x^2-13x-10$　　(2) $3x^2+13x-10$

(3) $8x^2+2x-15$　　(4) $x^2-6x-16$

(5) $x^2-20x+100$　　(6) $x^2-5xy+6y^2$

4. 计算下列各式

(1) $2^3+2\sqrt{3}+(6-\pi)^0-\sqrt{12}$

(2) $(-2)^3+\frac{1}{2}(2008-e)^0-\left|-\frac{1}{2}\right|$

(3) $(5ab^2c)\cdot(-3bc^5)\cdot(-4a^3b^2c)$

(4) $(2x+y)^2\cdot(2x-y)^2$

5. x 取什么值时，分式$\frac{x-2}{x^2-5x-6}$，

(1) 有意义；(2) 无意义；(3) 值是零.

§1-2 解方程

一、一元二次方程

定义 只含有一个未知数，并且未知数的最高次数为二次的整式方程，叫做**一元二次方程**. 它的一般形式是

$$ax^2+bx+c=0 \quad (a, b, c \text{是常数}, a\neq 0)$$

关于一元二次方程的解法，在初中我们已经学过开平方法、配方法、公式法等. 下面我们重点介绍两种解一元二次方程常用的方法：因式分解法和公式法.

(一) 因式分解法

当一元二次方程的一边是零，另一边可以分解成两个一次因式的积时，通常采用因式分解法解这个方程.

【典型例题】

例 1-3 解方程

(1) $x^2-3x-4=0$　　(2) $2x^2+x-10=0$

解：（1）把方程左边分解因式，得

$$(x-4)(x+1)=0$$

令 $x-4=0$，得

$$x_1=4$$

令 $x+1=0$，得

$$x_2=-1$$

∴ 原方程的根是

$$x_1=4,\quad x_2=-1$$

（2）把方程左边分解因式，得

$$(2x+5)(x-2)=0$$

令 $2x+5=0$，得

$$x_1=-\frac{5}{2}$$

令 $x-2=0$，得

$$x_2=2$$

∴ 原方程的根是

$$x_1=-\frac{5}{2},\quad x_2=2$$

（二）公式法

我们学过一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）的求根公式是

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a},\ x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\ (\Delta=b^2-4ac\geqslant0)$$

用这个求根公式可以解任何一个一元二次方程，而且这种方法最方便、最有效. 但在解题时，最好先计算判别式 $\Delta=b^2-4ac$ 的值，即

当 $\Delta>0$ 时，方程有两个不相等的实数根 x_1，x_2；

当 $\Delta=0$ 时，方程有两个相等的实数根：$x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$；

当 $\Delta<0$ 时，方程没有实数根.

【典型例题】

例 1-4 解方程

（1）$x^2-4x-3=0$　　　　（2）$x^2-3x-2=0$

解：（1）∵ $a=1$，$b=-4$，$c=-3$

$$b^2-4ac=(-4)^2-4\times1\times(-3)=16+12=28>0$$

$\therefore\quad x_{1,2}=\dfrac{4\pm\sqrt{28}}{2}$

即 $x_1=2+\sqrt{7}$, $x_2=2-\sqrt{7}$

(2) $\because\quad a=1,\ b=-3,\ c=-2$

$$b^2-4ac=(-3)^2-4\times1\times(-2)$$

$$=9+8=17$$

$\therefore\quad x_{1,2}=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

即 $x_1=\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}$, $x_2=\dfrac{3-\sqrt{17}}{2}$

(三) 一元二次方程的根与系数的关系

一元二次方程的根与系数的关系，即**韦达定理**：

如果 x_1 和 x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a\neq0$) 的两个根，那么

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a},\quad x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$$

【典型例题】

例 1－5 已知方程 $x^2+3x-5=0$ 的两根为 x_1，x_2，求 $x_1^2+x_2^2$ 的值.

解：由根与系数的关系，得

$$x_1+x_2=-3,\ x_1\cdot x_2=-5$$

$$\therefore\quad x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1\cdot x_2$$

$$=(-3)^2-2\times(-5)=19$$

二、解简单的二元二次方程组

简单的二元二次方程组可分为两种情况：

(一) 二元二次方程组由一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的方程组.

这类方程组可以通过“代入法”消去一个未知数转化成一元二次方程进行求解.

【典型例题】

例 1－6 解方程组

$$\begin{cases}x^2+y^2-6x-8y=0 & ①\\ x+2y-6=0 & ②\end{cases}$$

解：由②式得

$$x=6-2y\qquad ③$$

把③式代入①式整理，得

$$5y^2-20y=0$$

解得 $y_1=0$，$y_2=4$

把 $y_1=0$ 代入③式，得

$$x_1=6$$

把 $y_2=4$ 代入③式，得

$$x_2=-2$$

∴ 原方程组的解是

$$\begin{cases}x_1=6\\y_1=0\end{cases} \text{和} \begin{cases}x_2=-2\\y_2=4\end{cases}$$

（二）二元二次方程组由两个二元二次方程组成的方程组.

这类方程组我们只介绍几个简单的特殊例子.

【典型例题】

例 1－7 解下列方程组

（1）$\begin{cases}x^2-5xy+6y^2=0 & ①\\x^2+y^2+x-11y-2=0 & ②\end{cases}$ （2）$\begin{cases}x^2+y^2=5 & ①\\xy=2 & ②\end{cases}$

解：（1）将①式左边分解因式，得

$$(x-2y)(x-3y)=0$$

$$\therefore\quad x-2y=0,\quad x-3y=0$$

∴ 原方程组化为两个方程组，即

$$\begin{cases}x-2y=0\\x^2+y^2+x-11y-2=0\end{cases} \text{和} \begin{cases}x-3y=0\\x^2+y^2+x-11y-2=0\end{cases}$$

分别解这两个方程组，可得原方程组的解为

$$\begin{cases}x_1=3\\y_1=1\end{cases},\quad \begin{cases}x_2=4\\y_2=2\end{cases},\quad \begin{cases}x_3=-\dfrac{2}{5}\\y_3=-\dfrac{1}{5}\end{cases},\quad \begin{cases}x_4=-\dfrac{3}{5}\\y_4=-\dfrac{1}{5}\end{cases}$$

（2）用韦达定理求

①＋②×2 得

$$(x+y)^2=9$$

$$\therefore\quad x+y=3\ ,\quad x+y=-3$$

因此原方程组可化为

$$\begin{cases}x+y=3\\xy=2\end{cases} \text{和} \begin{cases}x+y=-3\\xy=2\end{cases}$$