



◎新课程学习能力评价课题研究资源用书

◎丛书主编 刘德 林旭

编写 新课程学习能力评价课题组

学习高手

状元塑造车间

学习技术化

TECHNOLOGIZING
STUDY

配新课标浙教版

数学

【八年级下册】

推开这扇窗

- 全解全析
- 高手支招
- 习题解答
- 状元笔记



光明日报出版社



新课程学习能力评价课题研究资源用书

学习高手

状元塑造车间

主 编 刘 德 林 旭

本册主编 鞠立杰

本册编委 鞠立杰 黄海涛 王淑芳 张明波

数学

【八年级下册】

配新课标浙教版

光明日报出版社

国际化潮流学习方式

登陆中国

新课程 新理念 完美技术风暴

学习的魔兽时代即将到来

新的校园争霸即将展开

寻觅隐藏的高手 学习爆发技术革命了……

»学习技术化 • 学生印象

学习技术化是系统的流程。
把握了学习重点和要点，不
再是胡子、眉毛一把抓。我
们老师正在教我们这样做呢。



太稀奇了吧？
是不是照着做就行了？

如果是我用，
肯定能吸引我。

学习技术化
这个名字一
听就知道是
怎么回事。



嗯，挺有技术
含量的，感觉
就像高科技。

问我怎么能行啊！不
过一听这个名字就很
简单！不会那么辛苦。



学习还能有技术？
快教我吧，那样我就不用
拼命地背单词了！

教育专家 点评

学习技术化



顾之川 人民教育出版社编审、课程教材研究所研究员、中国教育学会中学语文教学专业委员会秘书长

《学习高手》融入学习技术化的思想，渗透人性化的教育理念、探究式的学习设计，内容选材精良，处处透着人文关怀，形式灵活多样，思路清晰透彻，学习更加简单有效。一本好书传授的不仅是知识，更是人生，愿本书陪伴青年朋友们成为人生路上的“学习高手”。

雷鸣 北京师范大学博士后



目前在国际领域最流行的学习方法就是技术化学习，希望中国的教育观念能由此改变，早日与国际接轨。技术是一种实实在在的技能，应用在学习上思路清晰，操作简单，可以大大提高学习效率。学习要学会举一反三，技术化的学习也可以灵活运用在生活中，从生活中去获取知识，让生活也技术化。



刘武军 中央教育科学研究所人力资源研究部 特约研究员

学习技术化将让学生的学习更加科学化、更加规范化、更加简单有效。学习技术化带来的不仅是学习上的革命，同时也是对传统的教育理念的一种冲击。学习技术化将复杂的学习方式优化提炼，形成了一套简单实用的学习流程，解决了学生学习中思路杂乱无序的难题。相信学习技术化的推广将会给广大中学生带来更多的学习动力，将会更加有效的提升学生的学习成绩。

学习技术化 成就 状元

求
芝
蓉

2007 浙江文科状元

现就读 北京大学元培实验班

座右铭：博学之，审问之，慎思之，

明辨之，笃行之。

状元星座：射手座

最喜欢的一本书：《红楼梦》

最崇拜的一个人：陈寅恪

状元语录：丛书体现了很强的时效性，对教材详解详析，习题解答和重点、难点剖析细致入微，题目新颖富于变化。

李
明

2006 山东理科状元

现就读 北京大学元培实验班

座右铭：生无所息，行胜于言

状元星座：天蝎座

最喜欢的一本书：《在爱中行走》

最崇拜的一个人：李世民

状元语录：研读课本是有效掌握知识关键的一环，被同学称为“电脑”的我，就是因为掌握了学习的技术。相信《学习高手》系统的学习技术，会让更多的学弟学妹们受益。

薛
逢
源

2006 甘肃文科状元

现就读 北京大学光华管理学院

座右铭：失望惧我 我惧什么

状元星座：射手座

最喜欢的一本书：《资治通鉴》 最

崇拜的一个人：弗兰克林

状元语录：高一的时候，学习成绩属于中等。在老师的指导下，我运用一个固定有效的学习流程，触类旁通、举一反三，高效率的学习在我身上应验了，老师说这就是技术化学习。从此，学习变得异常轻松，一切都变得那么简单。

孙
二
丁

2006 吉林文科状元

现就读 北京大学光华管理学院

座右铭：一切皆有可能

状元星座：天蝎座

最喜欢的一本书：《飘》

最崇拜的一个人：妈妈

状元语录：读前热身，读后求证、多角度分析，效率很高，几乎能刻录记忆，技术化的学习每个人都应该学会。



打开 DA KAI NA SHAN BU TONG DE CHUANG 那扇不同的窗

(一)

一个小女孩趴在窗台上，看见窗外离别的人们在哭泣，她不禁也泪流满面，悲伤不已。她的外祖父见状，引着她来到另一扇窗户前，让她欣赏她的玫瑰花园。果然，小女孩的愁云为之一扫，心空顿时明朗。“孩子，你开错了窗户。”老人对外孙女说。

打开不同的窗就会看到不同的风景。

——《学习高手》就是一本让你体验快乐学习理念的书。

(二)

国王请画家为他画一只孔雀。

一年后，国王去拜访画家。画家拿出了画纸，很快就画出了一只美丽鲜艳的孔雀。国王很满意，但是价钱却使他吃惊。“就那么一会儿工夫，你看起来毫不费力就轻而易举地画成了，竟要这么高的价钱？”国王问。

于是画家领着国王走遍他的房子，每个房间都放着一堆堆画着孔雀的画纸。画家说：“为了在这一会儿工夫画出这只孔雀，我用了整整一年的时间才准备好！”

每一次成功的背后都需要大量的知识储备和经验的积累。

——《学习高手》就是一本让你积蓄无限能量的书。

(三)

大河口，一头水牛和一只阳雀在对话。

“你喝水也值得到大河来，随便一滴水不就够了吗？”水牛说。阳雀笑着说：“你这样想吗？咱们比比看，看谁喝得多。你先来。”它知道马上就要涨潮了。



水牛伏在河边，张开大口，用力喝起来，可不管它喝多少，河里的水不但不少，反而多了起来。水牛肚子鼓鼓的，已经喝不下去了。

退潮了，阳雀飞起来，把嘴伸进水中，水不断退去，阳雀追着去喝。水牛伤心地说：“你个头不大，水却喝得不少。”

“你服了吧？”阳雀笑着问水牛，然后振翅飞走了。留下大水牛呆呆地望着河水，它怎么也想不明白为什么会这样。

善于把握事物的规律，正确判断事物的发展动向，你就会事半功倍，取得最后的成功。

——《学习高手》就是一本让你轻松把握学习规律的书。

三则故事诠释了三则定律，这三则定律也体现了《学习高手》的理念，我们相信她将为你打开那扇不同的窗……

她以通俗的语言和灵活多样的形式诠释了教材知识的全部内容——生动、细致、趣味。她还按照学科的特点进行了个性化设计，让你有的放矢，更有效地提高各个学科的学习效率。

她采用了一种全新的学习理念——学习技术化——进行编写。学习是一门技术，“高手”都是掌握了它才成为学习中的佼佼者，占据知识链的顶端。今天我们也为你送来了这门技术，相信同样聪明的你，也一定能够将它把握在手，攀登知识的巅峰，成为一代“学习高手”。

读她，

你会有意想不到的收获。



学习高手

THE EXPERT IN STUDYING

- ◎学习高手从**细品教材**开始,剖析知识要点,展示状元笔记,层层递进,轻松实现学习技术化;
- ◎**归纳整理**梳理知识要点,帮助你养成良好的学习习惯;
- ◎如何运用知识解决问题,**典例精析**让你触类旁通,举一反三;

细品教材

挖掘教材知识,追踪基础例题,呈现状元笔记,帮你解构教材,做到游刃有余。

归纳整理

整理基础要点,展示知识结构,纲举目张,基础知识一目了然。

典例精析

典题新题精彩纷呈,思路答案切中肯綮,资料性、权威性兼备,让你触类旁通,举一反三。

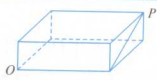
链接中考

把握中考动向,解析中考真题,在实践中巩固知识、提升能力。

第1章 二次根式

1.1 二次根式

爱整洁的小丽天天在家里打扫卫生,有一次小丽打扫房间时,发现一只壁虎在房间地面上的一角的O点,紧盯着天花板上另一角的P点的一只苍蝇,垂涎欲滴,如图所示。又好奇又爱动脑筋



高手支招① 细品教材

二次根式

像 $\sqrt{a^2+4}$, $\sqrt{b-3}$, $\sqrt{2s}$ 这样表示的算术平方根,且根号内含有字母的代数式叫做二次根式。为了方便起见,我们把一个数的算术平方根(如 $\sqrt{3}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$) 也叫做二次根式。

状元笔记

二次根式的被开方数可以是数,也可以是代数式;如果是数,必须是非负数;如果是代数式,则这个代数式的值必须是非负的。



高手支招② 归纳整理

本节主要内容是二次根式的概念,对于该概念只要了解形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式就可以了,重点是理解二次根式有意义的条件。



高手支招③ 典例精析

一、基础知识巩固

【例1】下列各式哪些是二次根式,哪些不是?为什么?

(1) $\sqrt{15}$; (2) $\sqrt{-17}$; (3) $\sqrt[3]{4}$; (4) $-\sqrt{-5x}$.



高手支招④ 链接中考

二次根式的概念是学习二次根式的化简与计算的重要基础,因此它是中考的重点,考查形式以填空题、选择题为主,学习这部分内容时,关键掌握二次根式的概念以及二次根式成立的条件。

全解全析 高手支招

- ◎学而不思则罔，你有勤于思考的习惯吗？**思考发现**带领你积极思考，发现规律，让你做到规律方法信手拈来；
- ◎教材是根本，全方位掌握教材知识，离不开**教材习题点拨**；
- ◎你就是学习高手！典型新颖的即时训练，让你**体验成功**的喜悦和学习技术化的快乐！



高手支招⑤ 思考发现

1. 判断一个式子是不是二次根式，要看它是否同时满足两个条件：

- (1) 必须含有“ $\sqrt{\quad}$ ”；
- (2) 被开方数是非负数。

2. 求代数式中字母的取值范围时应考虑：(1) 二次根式的被开方数大于或等于零；(2) 分母的值不能为零；(3) 零指数幂、负整数指数幂的底数不



高手支招⑥ 体验成功

基础巩固

1. 下列各式是二次根式的有..... ()

- ① $\sqrt{\frac{1}{3}}$ ② $\sqrt{-3}$ ③ $-\sqrt{x^2+1}$ ④ $\sqrt[3]{8}$ ⑤ $\sqrt{(-\frac{1}{3})^2}$ ⑥ $\sqrt{1-x} (x>1)$

综合应用

5. 已知 $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{3-x} + 5$ ，求 $x^2 - xy + y^2$ 的值。

6. 当 a 取什么值时， $\sqrt{3a-2} + 2$ 008 有最小值？并求出这个最小值。

探究创新

7. 若 x, y 都是实数，且 $y < \sqrt{3x-1} + \sqrt{1-3x} + \frac{3}{4}$ ，求 $\frac{4y-3}{|4y-3|} + 2x$ 的值。

教材习题点拨

作业题

A 组

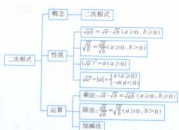
1. 解：(1) $a \geq 0$ ；(2) $a > 0$ ；(3) $a \leq \frac{1}{3}$ 。



本章总结

RENZHANGZONGJIE

知识网络



专题综合讲解

专题一 二次根式的计算与化简

专题透析：二次根式的计算与化简是二次根式考查的重点，在.....

思考发现

探索学习规律，发现方法技巧，让你多角度拓展知识空间，全方位开辟思维天地。

体验成功

注重双基巩固，力求综合提高，实现能力训练，让你融会贯通，学以致用。

教材习题点拨

教材课后习题答案、提示，点拨解题思路，启发多角度思维。

本章总结

建构整章知识，突出内在联系，细分专题归纳，理清知识脉络，让你运筹帷幄，决胜千里。



美丽的夏娃
在伊甸园中逡巡
寻找那散发着异香的苹果
智慧的魅力
竟可以让她放弃天堂
高耸的象牙塔
是我心中的梦想
书山路迢迢
学海无边际
那藏满知识的苹果呀
你在何方？

学习高手



《学习高手》系列图书的品牌标志由抽象为字母 G 和 S 的苹果和蛇组成。字母 G 和 S 是“高手”拼音的缩写，苹果和蛇的创意来自《圣经》中的故事。

上帝创造了亚当和夏娃，他们与许多动物一起生活在伊甸园中。蛇告诉夏娃吃了苹果可以心明眼亮，获得智慧，亚当和夏娃冒着被惩罚的危险吃到了苹果。虽然，他们永远都回不了伊甸园，但是他们却拥有了知识，拥有了思想，从而成为真正的人。

漫漫求学路，你是否在艰难地求索？我们倾力打造的《学习高手》，就是赋予你力量、增添你信心、帮助你成功的苹果，希望它能够伴随你的征程，并肩携手，成就梦想！



目录

第1章 二次根式 1

1.1 二次根式 1

高手支招1 细品教材 1

高手支招2 归纳整理 2

高手支招3 典例精析 2

高手支招4 链接中考 4

高手支招5 思考发现 4

高手支招6 体验成功 5

教材习题点拨 6

1.2 二次根式的性质 7

高手支招1 细品教材 7

高手支招2 归纳整理 9

高手支招3 典例精析 9

高手支招4 链接中考 12

高手支招5 思考发现 12

高手支招6 体验成功 13

教材习题点拨 15

1.3 二次根式的运算 16

高手支招1 细品教材 16

高手支招2 归纳整理 19

高手支招3 典例精析 20

高手支招4 链接中考 23

高手支招5 思考发现 24

高手支招6 体验成功 25

教材习题点拨 28

本章总结 30

教材习题点拨 33

第2章 一元二次方程 35

2.1 一元二次方程 35

高手支招1 细品教材 35

高手支招2 归纳整理 36

高手支招3 典例精析 37

高手支招4 链接中考 38

高手支招5 思考发现 39

高手支招6 体验成功 39

教材习题点拨 41

2.2 一元二次方程的解法 43

高手支招1 细品教材 43

高手支招2 归纳整理 45

高手支招3 典例精析 45

高手支招4 链接中考 48

高手支招5 思考发现 49

高手支招6 体验成功 50

教材习题点拨 51

2.3 一元二次方程的应用 54

高手支招1 细品教材 54

高手支招2 归纳整理 55

高手支招3 典例精析 56

高手支招4 链接中考 59

高手支招5 思考发现 60

高手支招6 体验成功 61

教材习题点拨 63

本章总结 65

教材习题点拨 68

第3章 频数及其分布 70

3.1 频数与频率 70

高手支招1 细品教材 70

高手支招2 归纳整理 71

高手支招3 典例精析 72

高手支招4 链接中考 74

高手支招5 思考发现 74

高手支招6 体验成功 75

教材习题点拨 77

3.2 频数分布直方图 80

高手支招1 细品教材 80

高手支招2 归纳整理 81

高手支招3 典例精析 81

高手支招4 链接中考 84

高手支招5 思考发现 86

高手支招6 体验成功 86

教材习题点拨 92

3.3 频数分布折线图 94

高手支招1 细品教材 94

高手支招2 归纳整理 95

高手支招3 典例精析 95

高手支招4 链接中考 100

高手支招5 思考发现 102

高手支招6 体验成功 102

教材习题点拨 105

本章总结 107

教材习题点拨 109

第4章 命题与证明 113

4.1 定义与命题 113

高手支招1 细品教材 113

高手支招2 归纳整理 116

高手支招3 典例精析 116

高手支招4 链接中考 118

高手支招5 思考发现 119

高手支招6 体验成功 120

教材习题点拨 122

4.2 证明 124

高手支招1 细品教材 124

高手支招2 归纳整理 125

高手支招3 典例精析 126

高手支招4 链接中考 129

高手支招5 思考发现 130

高手支招6 体验成功 130

教材习题点拨 133

4.3 反例与证明 137

4.4 反证法 137

高手支招1 细品教材 137

高手支招2 归纳整理 139

高手支招3 典例精析 139

高手支招4 链接中考 141

高手支招5 思考发现 142

高手支招6 体验成功 142

教材习题点拨 144

本章总结	146
------------	-----

教材习题点拨	150
--------------	-----

第5章 平行四边形

153

5.1 多边形

153

高手支招1 细品教材	153
------------------	-----

高手支招2 归纳整理	155
------------------	-----

高手支招3 典例精析	156
------------------	-----

高手支招4 链接中考	159
------------------	-----

高手支招5 思考发现	159
------------------	-----

高手支招6 体验成功	160
------------------	-----

教材习题点拨	161
--------------	-----

5.2 平行四边形

164

高手支招1 细品教材	164
------------------	-----

高手支招2 归纳整理	166
------------------	-----

高手支招3 典例精析	166
------------------	-----

高手支招4 链接中考	168
------------------	-----

高手支招5 思考发现	169
------------------	-----

高手支招6 体验成功	169
------------------	-----

教材习题点拨	171
--------------	-----

5.3 平行四边形的性质

173

高手支招1 细品教材	173
------------------	-----

高手支招2 归纳整理	174
------------------	-----

高手支招3 典例精析	175
------------------	-----

高手支招4 链接中考	178
------------------	-----

高手支招5 思考发现	179
------------------	-----

高手支招6 体验成功	179
------------------	-----

教材习题点拨	182
--------------	-----

5.4 中心对称

184

高手支招1 细品教材	184
------------------	-----

高手支招2 归纳整理	186
------------------	-----

高手支招3 典例精析	186
------------------	-----

高手支招4 链接中考	189
------------------	-----

高手支招5 思考发现	190
------------------	-----

高手支招6 体验成功	191
------------------	-----

教材习题点拨	193
--------------	-----

5.5 平行四边形的判定

195

高手支招1 细品教材	195
------------------	-----

高手支招2 归纳整理	196
------------------	-----

高手支招3 典例精析	197
------------------	-----

高手支招4 链接中考	201
------------------	-----

高手支招5 思考发现	202
------------------	-----

高手支招6 体验成功	203
------------------	-----

教材习题点拨	206
--------------	-----

5.6 三角形的中位线

209

高手支招1 细品教材	209
------------------	-----

高手支招2 归纳整理	210
------------------	-----

高手支招3 典例精析	210
------------------	-----

高手支招4 链接中考	213
------------------	-----

高手支招5 思考发现	214
------------------	-----

高手支招6 体验成功	215
------------------	-----

教材习题点拨	218
--------------	-----

5.7 逆命题和逆定理

219

高手支招1 细品教材	219
------------------	-----

高手支招2 归纳整理	222
------------------	-----

高手支招 3 典例精析	222
高手支招 4 链接中考	225
高手支招 5 思考发现	226
高手支招 6 体验成功	226
教材习题点拨	229
本章总结	232
教材习题点拨	235

第 6 章 特殊平行四边形与梯形

6.1 矩形

高手支招 1 细品教材	239
高手支招 2 归纳整理	240
高手支招 3 典例精析	241
高手支招 4 链接中考	243
高手支招 5 思考发现	244
高手支招 6 体验成功	244
教材习题点拨	247

6.2 菱形

高手支招 1 细品教材	250
高手支招 2 归纳整理	252
高手支招 3 典例精析	253
高手支招 4 链接中考	256

高手支招 5 思考发现	257
高手支招 6 体验成功	257
教材习题点拨	260

6.3 正方形

高手支招 1 细品教材	262
高手支招 2 归纳整理	264
高手支招 3 典例精析	265
高手支招 4 链接中考	268
高手支招 5 思考发现	270
高手支招 6 体验成功	270
教材习题点拨	275

6.4 梯形

高手支招 1 细品教材	277
高手支招 2 归纳整理	280
高手支招 3 典例精析	281
高手支招 4 链接中考	284
高手支招 5 思考发现	285
高手支招 6 体验成功	286
教材习题点拨	290

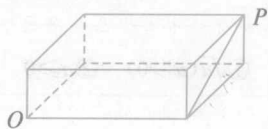
本章总结

教材习题点拨	296
--------------	-----

第1章 二次根式

1.1 二次根式

爱整洁的小丽天天在家里打扫卫生.有一次小丽打扫房间时,发现一只壁虎在房间地面上的一角的O点,紧盯着天花板上另一角的P点的一只苍蝇,垂涎欲滴,如图所示.又好奇又爱动脑筋的小丽想:这只壁虎按什么路线走才能尽快捕到猎物呢?如果请你帮助解决,你有什么办法呢?



高手支招① 细品教材

二次根式

像 $\sqrt{a^2+4}$, $\sqrt{b-3}$, $\sqrt{2s}$ 这样表示的算术平方根,且根号内含有字母的代数式叫做二次根式.为了方便起见,我们把一个数的算术平方根(如 $\sqrt{3}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$)也叫做二次根式.

状元笔记

二次根式的被开方数可以是数,也可以是代数式.如果是数,必须是非负数;如果是代数式,则这个代数式的值必须是非负的.

学习理解二次根式的概念要从以下两个方面把握:

1. 二次根式必须含有“ $\sqrt{\quad}$ ”,像 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{(-2)^2}$ 、 $\sqrt{a^2+1}$ 、 $\sqrt{3m}$ ($m \geq 0$)等都是二次根式;

2. 含有“ $\sqrt{\quad}$ ”的式子不一定是二次根式,这是因为当被开方数大于或等于零时,是二次根式;当被开方数小于零时,就不是二次根式.

【示例】判断下列各式哪些是二次根式.

(1) $\sqrt{3}$; (2) $\sqrt{-2}$; (3) $\sqrt{x^2+1}$.

► 思路分析: 判别一个式子是不是二次根式,就看它是否满足两个条件:

① 含有“ $\sqrt{\quad}$ ”; ② 被开方数是非负数. 显然(1)满足这两个条件;对于(3),由于 $x^2 \geq 0$,则 $x^2+1 > 0$ 恒成立,所以(3)也满足这两个条件;只有(2)被开方数小于零,不满足条件②.

► 解: (1)(3)是二次根式.



高手支招② 归纳整理

本节主要内容是二次根式的概念. 对于该概念只要了解形如 $\sqrt{a}(a \geq 0)$ 的式子叫做二次根式就可以了. 重点是理解二次根式有意义的条件.

二次根式 $\begin{cases} \text{定义: 一般地, 形如 } \textcircled{1} \text{ 的式子叫做二次根式} \\ \sqrt{a} \text{ 有意义的条件是 } \textcircled{2} \end{cases}$

答案

$\textcircled{1} \sqrt{a}(a \geq 0)$ $\textcircled{2} a \geq 0$



高手支招③ 典例精析

一、基础知识巩固

【例 1】下列各式哪些是二次根式, 哪些不是? 为什么?

(1) $\sqrt{15}$; (2) $\sqrt{-17}$; (3) $\sqrt[3]{4}$; (4) $-\sqrt{-5x}$.

▶ 思路分析: 根据二次根式的概念来判断.

▶ 解: (1) $\because 15 > 0, \therefore \sqrt{15}$ 是二次根式.

(2) $\because -17 < 0, \therefore \sqrt{-17}$ 不是二次根式.

(3) $\because \sqrt[3]{4}$ 中不含“ $\sqrt{\quad}$ ”, $\therefore \sqrt[3]{4}$ 不是二次根式.

(4) 当 $-5x \geq 0$, 即 $x \leq 0$ 时, $-\sqrt{-5x}$ 是二次根式; 当 $x > 0$ 时, $-\sqrt{-5x}$ 不是二次根式.

技术化提示

当被开方数是一个实数时可直接判断; 当被开方数含有字母, 且字母的取值情况不明时, 要分情况讨论.

【例 2】求下列二次根式中字母 x 的取值范围:

(1) $\sqrt{4-3x}$; (2) $\sqrt{(3-x)^2}$; (3) $\frac{\sqrt{x-1}}{x-1}$.

▶ 思路分析: 二次根式的被开方数必须是非负数, 如果式子的分母中含有字母, 则字母的取值不能使分母为零.

▶ 解: (1) $\because 4-3x \geq 0$, 解得 $x \leq \frac{4}{3}$,

$\therefore$ 字母 x 的取值范围是小于或等于 $\frac{4}{3}$ 的实数.

(2) $\because$ 无论 x 取何值, 总能保证 $(3-x)^2 \geq 0$,

∴字母 x 取任意实数.

(3) ∵ $x-1 \geq 0$ 且 $x-1 \neq 0$, 解得 $x > 1$,

∴字母 x 的取值范围是大于 1 的实数.

技术化提示

(1) 二次根式的被开方数必须是非负数, 因为负数没有平方根;

(2) 当二次根式中有分母时, 既要满足被开方数是非负数, 又要满足分母不为零.

【例 3】 当 x 为何值时, $\frac{\sqrt{x-4}}{x-5}$ 在实数范围内有意义?

▶ **错解:** 由二次根式的概念可得 $x-4 \geq 0$, 解得 $x \geq 4$.

∴当 $x \geq 4$ 时, $\frac{\sqrt{x-4}}{x-5}$ 在实数范围内有意义.

▶ **错解分析:** 没有考虑当分母 $x-5=0$, 即 $x=5$ 时, $\frac{\sqrt{x-4}}{x-5}$ 无意义.

▶ **正解:** 要使 $\frac{\sqrt{x-4}}{x-5}$ 有意义, 必须同时满足 $\begin{cases} x-4 \geq 0, \\ x-5 \neq 0, \end{cases}$ 解得 $x \geq 4$ 且 $x \neq 5$.

二、综合能力拓展

【例 4】 当 x 取何值时, 式子 $\sqrt{\frac{x+1}{1-x}}$ 在实数范围内有意义?

▶ **思路分析:** 因为这个二次根式的被开方数是分式, 要使它有意义, 必须满足两个条件: 一是被开方数为非负数; 二是分母不能为零. 由此可得不等式组.

▶ **解:** 由二次根式的概念, 得 $\begin{cases} x+1 \geq 0, \\ 1-x > 0 \end{cases}$ ① 或 $\begin{cases} x+1 \leq 0, \\ 1-x < 0. \end{cases}$ ②

解不等式组①, 得 $-1 \leq x < 1$. 不等式组②无解.

∴当 $-1 \leq x < 1$ 时, 式子 $\sqrt{\frac{x+1}{1-x}}$ 在实数范围内有意义.

技术化提示

当被开方数是较复杂的分式时, 考虑问题要周全, 既要满足整个被开方数为非负数, 又要保证分母不为零.

三、创新思维应用

【例 5】 若 $a^2 + \sqrt{b-2} = 4a-4$, 试求 $\sqrt{ab}$ 的值.

▶ **思路分析:** 观察可以发现, 将已知等式移项后 $a^2 - 4a + 4$ 可以化为完全平方, 这样通过巧妙变形把原式化为两个非负数的和等于零的形式, 可使问题转化为解简单的方程组的问题.

▶ **解:** ∵ $a^2 + \sqrt{b-2} = 4a-4$,



$$\therefore a^2 - 4a + 4 + \sqrt{b-2} = 0, \text{即 } (a-2)^2 + \sqrt{b-2} = 0.$$

$$\text{又} \because (a-2)^2 \geq 0, \sqrt{b-2} \geq 0,$$

$$\therefore \begin{cases} a-2=0, \\ b-2=0. \end{cases} \therefore \begin{cases} a=2, \\ b=2. \end{cases}$$

$$\therefore \sqrt{ab} = \sqrt{2 \times 2} = \sqrt{2^2} = 2.$$

技术化提示

像这类问题通常利用“几个非负数的和等于零,则每个数必为零”这个性质,将问题转化为解简单的方程组的问题.



高手支招④ 链接中考

二次根式的概念是学习二次根式的化简与计算的重要基础,因此它是中考的重点.考查形式以填空题、选择题为主.学习这部分内容时,关键掌握二次根式的概念以及二次根式成立的条件.

【例1】 2008·甘肃庆阳 要使 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义, x 应满足的条件是_____.

$$x \geq 2$$

答案

点拨

由二次根式的意义可知,被开方数大于或等于0,即 $x-2 \geq 0$,解得 $x \geq 2$.

【例2】 2008·北京 若 $|x+2| + \sqrt{y-3} = 0$,则 xy 的值为 ()

A. -8

B. -6

C. 5

D. 6

答案: B

点拨

$\because |x+2| \geq 0, \sqrt{y-3} \geq 0$,且两个非负数的和为0, $\therefore$ 每个非负数都等于0. $\therefore x+2=0, y-3=0$. 解得 $x=-2, y=3, \therefore xy=-6$.



高手支招⑤ 思考发现

1. 判断一个式子是不是二次根式,要看它是否同时满足两个条件:

- (1) 必须含有“ $\sqrt{\quad}$ ”;
- (2) 被开方数是非负数.

2. 求代数式中字母的取值范围时应考虑:(1)二次根式的被开方数大于或等于零;(2)分母的值不能为零;(3)零指数幂、负整数指数幂的底数不