

[高年级]

小学生数学能力的测查与评价

小学生数学能力研究协作组 编

赵裕春 主编



PDG

此项研究受国家社会科学基金资助

小学生数学能力的 测 查 与 评 价

(高 年 级)

小学生数学能力研究协作组 著
赵裕春 主编

教育科学出版社

小学生数学能力的测查与评价

(高 年 级)

小学生数学能力研究协作组 著

赵裕春 主编

责任编辑: 金宏瑛

教育科学出版社出版

(北京, 北三环中路 46 号)

新华书店北京发行所发行

中国科学院印刷厂印装

开本: 787 毫米×1092 毫米 1/32

印张: 14.375 字数: 323, 000

1990 年 6 月 第 1 版

1990 年 6 月 第 1 次印刷

印数: 00,001—3,000册

ISBN 7-5041-0460-2/G · 424 定价: 6.50 元

前 言

1980年初,中央教育科学研究所教育心理研究室数学能力研究组曾就小学生数学能力的测查与评价问题做了一些理论与测查方法的准备,编制了小学生数学能力测验。经过两年的初试和预试,于1981年底成立了有国内9个地区参加的小学生数学能力研究协作组,并于1982年——1987年共同对这几个地区的小学一至六年级的学生进行了跟踪测查和研究。根据本项研究的总体计划,在四年级小学生接受第IV套数学能力测验时,做过中年级小学生学习数学的兴趣、态度和抱负水平等非智力因素与学生数学能力发展关系的调查研究。高年级时又利用同一问卷做了第二次调查。此外,随同第V、VI套数学能力测验的实施,对高年级小学生还进行了学生的性格特征及家庭背景条件等与学生数学能力发展关系的调查研究。

《小学生数学能力的测查与评价》低年级卷和中年级卷为1982——1985年协作组对低、中年级小学生测查研究的成果,已由教育科学出版社正式出版(1987年和1989年)。

本书是协作组全体成员共同对小学高年级学生数学能力及学生的某些性格特征、学习数学的兴趣、态度、抱负水平和

家庭背景条件等与数学能力发展关系的测查研究成果。

此项研究成果为国家第七个五年计划期间的重点研究课题。

协作组是由下列同志组成的：

中央教育科学研究所：赵裕春 富安利 孟鸿伟 赵尚武 张继红

北京海淀区教师进修学校：胡光锦 晋泉增 肖玉珍

河北师范大学：苗学宜 曹启刚 聂淑君 高玄珠

哈尔滨师范大学：吴万森 姚清如 陈建芷

广西师范学院：徐德强 赖国强 李庭柏

桂林地区教师进修学院：李世霞

临桂师范：徐进一

桂林民族师范：王敏惠

桂林市教育局：唐书楷

广西师范大学：白先同

厦门集美师专：曹素梅

厦门教师进修学校：龚涤新 黄慧玲

苏州大学：赵兴中 葛文玉 樊琪

杭州上城区教育局教研室：张天孝 楼凤香

湖南师范大学：郑和钧

本书的执笔和有关方面的工作是由下列同志完成的：

绪言和第一部分中的 V 由赵裕春、富安利执笔，第五项由苗学宜等撰写；第一部分中的 I—III 由张天孝、赵裕春执笔；IV 是石家庄地区和北京地区撰写的，分别由苗学宜和肖玉珍、胡光锦执笔。第二部分的报告分别由：I—苗学宜、曹启刚、聂淑君、高玄珠；II—赵裕春、富安利；III、V—富安利、赵裕春、张锦帆；IV—康其玉；VII—楼凤香、沈

国梅、周文虎、陈忠琳；VIII——冯根梯、童桂因、彭小英等撰写。第三部分由富安利、赵裕春执笔。第四部分是由石家庄地区撰写的，由苗学宜和高玄珠执笔。赵裕春、富安利负责编制问卷。富安利负责数据处理。计算机程序是化工部计算中心杨晋庆同志编制的。

本研究得到中央教育科学研究所和各协作单位领导的热情支持和关怀；得到了各协作地区教育局及有关学校*的领导、数学教师和班主任老师的大力协助；中央教育科学研究所学术委员会常委孙运仁同志对我们的工作给予热情的支持和关怀，北京师范学院林传鼎教授审阅了书中的主要部分并做了修改，在此我们致以衷心的感谢。

希望读者，特别是承担小学高年级数学教学的老师和教研人员以及从事有关方面研究的同志多多提出宝贵意见。

小学生数学能力研究协作组

1989 年

-
- * 哈尔滨——复华小学、延兴小学、师范附小；
石家庄——师大附小、四中路小学、实验小学；
北 京——兵马司小学、黑芝麻胡同小学、中关村一小、黄城根小学、清华附小、实验一小、远大小学、史家胡同小学、前进小学、府学胡同小学、宏庙小学；
苏 州——沧浪实验小学、燕家巷小学、娄葑中心小学；
厦 门——开元小学、大同小学、民立小学、霞溪小学；
杭 州——饮马井巷小学、胜利小学、建国一小；
南 宁——秀田小学、天桃小学；
桂 林——榕湖小学、兴安师范附小、临桂县城小学；
长 沙——荣湾小学、育才小学、湖大子校。

目 录

绪 言	1
第一部分 小学高年级数学能力测验及测验的结果与应用	11
I. 第V套测验及测验的结果和应用	11
II. 第VI套测验及测验的结果和应用	41
III. 高年级测验结果的分析和对教学的建议	63
IV. 国内几个地区测验的结果	101
一、第V、VI套测验结果	102
二、各地区学生在第I—VI套测验中的成绩	121
三、石家庄和北京地区测验结果的分析和对教学的建议	125
V. 连续六年跟踪测验结果综述	176
一、测验的有效性及其可靠性检验	176
二、一至六年级跟踪测验结果的相关分析	182
三、男女小学生数学能力上的差异	192
四、年龄差异问题	205
五、从测验结果看小学生数学能力的发展和不同发展水平学生数学能力上的差异	206
第二部分 小学高年级学生数学能力的个别测查与实验报告	224

目 录

I. 小学高年级学生数学能力的个别测查报告·····	224
II. 数学能力发展水平不同的学生认知结构差异的实验研究·····	235
III. 数学能力发展水平不同的学生学习迁移能力的比较研究·····	248
IV. 数学能力发展水平不同的学生可逆思考能力的比较研究·····	264
V. 数学能力发展水平不同的学生创造性思维的比较研究·····	279
VI. 小学六年级学生数学概括能力个别差异的调查研究·····	294
VII. 数学能力优、中、差学生知识掌握水平差异的实验研究·····	304
第三部分 非智力因素及家庭背景条件与学生数学能力的发展·····	316
I. 非智力因素与学生数学能力的发展关系的研究··	316
一、独立性、好奇心和进取心与小学生数学能力发展关系的研究·····	316
二、小学生学习数学的兴趣、态度和抱负与数学能力发展关系的跟踪研究·····	334

目 录

II. 家庭背景条件与学生数学能力的发展关系的研究	348
第四部分 数学能力发展水平不同学生的个案分析	371
I. 数学能力优等生石××的个案分析	371
II. 数学能力差等生赵××的个案分析	382
附录	393
I. 一至五年级学生测验成绩在五级分配中的人数， 到它以上各年级时的变化情况表	393
II. 高年级数学能力测验及实施说明书	399
III. 性格问卷及实施说明书	440

绪 言

学生在教师的指导下学习,并在学习过程中获得知识、技能和发展能力。这些做为学生学习的成果,可以通过一定的检测手段,如利用测验进行测量。教师对测量得到的数据资料(如分数)做好、坏,优、劣或者是否达到了确定标准之类的价值判断,便是对学生学习成果的一种评价。评价的更深一层的意义还在于结合学生其他方面的情报资料——如学习兴趣、态度、性格特征、过去的学力、特殊能力倾向、一般智力水平、健康状况、家庭和学校条件以及课程、教材、教法等,对他取得的学习成果作综合性的全面分析,从而做出符合学生实际的教育决定。可见,由评价得到的反馈信息,是教师了解学生因材施教的重要依据,同时也是教师调整教学目标、改进教学方法的必要条件;学生也会因了解到自己的学习结果而强化学习动机,提高学习的积极性和做自我调整。

当前,学校通常使用的测量工具——教师自编测验,主要用于检查学生的学习成就,尚不能很好地检测学生的能力。学业成就是学习成果的重要方面,但尤为重要的是能力。因为,教学的任务,不仅要使学生掌握知识和技能,还要在教学过程中发展学生的能力,这样才能为学生下一步的学习创造良好的内部条件,使他们逐步能够独立地去获取新知识,解决新问

题。而且,学生能力上的差异是因材施教的最重要的依据。所以,为了全面完成教学任务,和有意识地从培养学生能力的角度改进教学,还须定期地测查和评价学生的能力,这是当前教学改革中的重要课题之一。为适应这一要求,我们从1980年起,就如何结合教学实际测查和评价小学生数学能力的方法问题做了一些探索性的研究。

从我国现时的条件出发,我们仍选用测验作为测查学生数学能力的工具。它简便、易行,在班级教学条件下,它能在团体中普遍实施。教师凭借由此得到的反馈信息,可以对每一个学生的数学能力做出较为客观的粗略估计。为了弥补团体测验不易了解学生思维活动的过程和特点上的不足,必要时还可以配合个别询问,或者结合个别测查实验进一步考查学生的能力。

传统的能力测验是针对能力结构中的各主要因素拟定的,题目内容尽量选择与学生当前的学习经验无关的材料,目的在于排除知识的影响,单纯考查能力。它主要用于筛选和在学生中划分等级。这和我们考查学生能力的目的不尽相同。如前所述,欲结合教学考查能力,就不能脱离教学内容,但又不能使能力测验混同于一般的学业成就测验。这是需要认真解决的问题。

为此,首先应当明确什么是学生的数学能力?怎样编制测验才能既不脱离当前的教学实际,又能测出学生的数学能力?我们认为,学生的数学能力主要是指学生学习数学所需要的能力,即学生掌握和运用数学概念的能力,它包括获取数学信息到加工、运用和保存数学信息所需要的全部能力——对数学材料的感知、记忆和思维的概括能力,以及同这种概括能力有直接联系的可逆思考能力和函数思考能力,还有空间关系

的知觉和想象能力。这些都是学生掌握和运用数学概念所必需的能力因素,其中起主导作用的是学生思维方面的能力。事实表明,数学能力强的学生,在其他条件大致相同的情况下,比数学能力差的学生能更好地通过思维的信息加工机能概括地掌握数学概念的本质特性,既能和原有认知结构中的有关概念精确分化,又能理解它们之间的关系,使它们有机地联系起来,处于系统化的知识链之中。这样,他们就能在不同情境下,根据需要检索和提取必要的信息,用来吸取新知识或解决新问题,有的甚至能根据条件重组自己的知识、经验,创造性地解决新问题,从而体现了他们的能力;而数学能力差的学生,从同样的经验中只能学到个别的意义和行动上的反应,因此概念模糊,层次不清,不成体系。显然,这种支离破碎、模糊不清的知识,对他们后来的学习是不能起促进作用和用以解决新问题的,即不能有效地迁移。也就是说,学生数学能力上的差异是导致他们在数学概念掌握上出现差异的最直接的因素。反过来,自然也可以透过学生掌握数学概念的不同水平看出学生数学能力上的差异。如是,我们以学生掌握数学概念的概化程度和迁移的可能性为指标编制测验,就能使教师结合教学实际检测学生的数学能力。

为了体现测验编制的这一原则和保证测验的信度和效度,我们是按下列步骤和方法编制小学生数学能力测验的:

一、将测验编制的能力指标——学生掌握数学概念的概化程度和迁移的可能性分为三种水平:形式主义地掌握、概括地掌握和创造性地掌握,并明确不同掌握水平的内涵和具体表现*。

* 小学生数学能力研究协作组赵裕春主编:小学生数学能力的调查与评价(低年级),教育科学出版社1987年出版。

二、拟定测验题目的编选原则和方法

原则是,尽量保证测验题目对学生是构成问题的新课题,即有待学生通过思考才能解决的问题。

方法是,利用下列多种题目形式,透过学生知识掌握的深度、广度和在变化的形式中发现不变性的概化程度和迁移效果,综合地说明学生学习数学的能力:

1. 利用表征数学概念的多种变式,看学生能否从变化中看出它的不变性;
2. 概念的内涵与外延的一致性;
3. 利用抽象符号表明一般的数量关系;
4. 对计算问题中的数与数量关系的理解;
5. 对先期学过的数学概念的理解;
6. 利用旧知识理解新概念,或利用已有的预备性知识解决尚未学到但和将要学到的东西有直接联系的新课题;
7. 在新的具体情境下或各种不同的抽象水平上,灵活地运用数学概念解决新问题(或逆向问题);
8. 根据问题条件重新组织自己的知识、经验,创造性地解决新课题;
9. 不同年龄或年级的学生,对各种数量观念的守恒、部分与整体的关系、分类操作及对有关概念(如平行、垂直、坐标、集合或概率等)的认知发展水平。

另外,在题目的编排上,有时采用一组类似题目,或一类题目两式(在难度或情境上不同)连排。这样也可以从中看出学生的迁移能力。我们利用这类题目所做的个别测查实验证明:能力强的学生容易表现出迁移效果;能力差的学生表现出的这种迁移效果则极小。因此可以把它作为衡量学生数学能力的一种标志。

(在一个测验中,究竟采用哪几种,或者不采用哪种题目形式,依具体情况而定)。

三、确定测验题目类型和分配比例

以上述方式编选的题目构成测验的主体部分 (I) —— 数的概念。另外还包括一部分数学能力测验中常用的测验项目——数的概括与推理和空间关系,作为测验的第 (II)(III) 部分,但比重不大。这三类题目的总数一般在 65—70 问左右。它们的分配比例是,(I)类题约占总题数的 $\frac{2}{3}$, (II)、(III) 类题约占总题数的 $\frac{1}{3}$; (III)类题约占(II)、(III)类题总数的 $\frac{1}{3}$ 。

四、按教学阶段确定供小学一至六年级学生使用的第 I—VI 套数学能力测验的内容范围和施测时间。

年 级	测 验	实施时间*
低年级	I	学完 100 以内的读法和写法
	II	学完万以内的读法、写法和加减两步式题(加减两步应用题之前)
中年级	III	学完多位数的读法和写法
	IV	学完小数的意义、性质和长方形、正方形的面积
高年级	V	学完分数乘、除法(分数、小数混合运算之前)
	VI	学完百分数、比和比例(也可在小学毕业考试后进行)

* 实施前所学的内容即为该套测验的主要内容范围。

五、按一至六年级六个教学阶段,根据各套测验的主要内容范围、各类题的分配比例及编选题目的原则和方法,编选题目,构建各套测验,初选题目数量比最后形成的测验题数一般多 $\frac{1}{3}$ 左右。

六、初试。目的是初步检验各套测验题目的难度、鉴别

力等指标和每个题目的时限对一般学生来说是否适当,以及指导语的修改等。初试在正式测验的前二年进行。有 500 多名学生参加各套测验的初试。

七、预试。是以初试后修改和筛选出的题目进行的第二次施测。目的在于进一步完善测验所应具备的各项指标和检查时限、指导语及一系列操作步骤的标准化。预试在正式测试的前一年进行。参加预试的学生,低、中年级为 600 多名,高年级为 300~400 多名。为了适应我国大、中、小城市的一般水平,预试学校既有重点小学,也有近郊区的小学,但 60% 以上是普通小学。

八、正式测试。旨在检验各套测验的有效性和可靠性;确定各套测验城市小学标准化样本的五级分配常模。至此,各套测验的编制工作基本完成。

正式测试是在大、中、小三类城市计九个地区进行的,其中中等城市居多;各地区均从市的区级重点、普通和较差的三种学校中各选出人数大体相等的学生作为测试对象(一年级时计有 1871 名被试,跟踪测试到六年级时,减少至 1410 名)。这种非概率抽样方式,虽然不能用来推算总体,但所获结果,可以对我国小学生的数学能力做出适当的估计。

这种测验基本上是常模参照测验,但不一定完全按照常模参照测验对难度和鉴别力的要求筛选题目,主要从内容上考虑,看它能否反映所欲考查的概念的性质,决定取舍。对测验结果的解释也是既可以根据常模参考分数做相对评价,也可以参照测验内容做绝对评价。

供低、中年级学生使用的第 I、II 和 III、IV 套数学能力

测验,已于1985年全部编制完成。测试结果分别汇集在《小学生数学能力的测查与评价》低年级卷和中年级卷两书(教育科学出版社,1987年和1989年)中。适用于高年级使用的第V、VI套数学能力测验的正式测试于1986年和1987年完成。

各地区参加第V、VI套数学能力测验的学校、班级和具体人数如下:

地 区	五 年 级			六 年 级		
	学校数	班级数	应试学生人数	学校数	班级数	应试学生人数
哈 尔 滨	3	6	259	3	6	257
石 家 庄	3	6	151	3	6	147
北 京	3	10	226	3	10	207
苏 州	3	6	132	3	6	126
厦 门	4	4	104	4	4	100
杭 州	3	6	182	3	6	181
南 宁	2	3	110	2	3	108
桂林地区	3	4	109	3	4	106
长 沙	3	6	170	3	6	178
总 计	27	51	1443	27	51	1410

本书第一部分,主要说明第V、VI套小学生数学能力测验的内容、测试结果和对教学的建议。最后,综述六年跟踪测试结果作为对这项工作的一个总结:(1)综合报告第I——VI套测验的可靠性和有效性的检验结果和五级分配的常模标准;(2)报告六年跟踪测试结果的相关,并以一年级时的测验成绩在五级分配中的人员为准,用图解标示他们到它以上各年级时的变动情况,以及二、三、四、五年级时各级组学生升入它以上各年级时的变动情况,展现出各级组学生数学能力发展的一般变化趋势;(3)从数学能力测验历年男女小学生各自的平均成绩、在各类题上的平均成绩、以及在五级分配中各级组,特别是优组所占的百分比和平均成绩,说明他(她)们之

间的差异和差异的变化情况；(4) 比较 6、7、8 岁入学的三组儿童六年测试成绩的差异，说明儿童 6 岁入学与超 7 岁入学对他们小学期间数学能力的发展是否有影响；(5) 从六套数学能力测验的结果看小学生数学能力的发展和不同发展水平的学生数学能力上的差异。

第二部分为小学生数学能力的个别测查与实验报告。第 I 篇是以第 V、VI 套数学能力测验中的个别题目为材料，经过一定的设计后对数学能力不同学生所进行的个别测查报告。这类测查所用的实验方法简便易行，是团体测验与个别实验相结合最紧密的一种方式，低、中、高年级都有这类测查报告，供老师们参考；第 II——V 篇报告，是以数学能力优、中、差三类学生（他们一至五年级的数学能力测验成绩，在国内九个地区的千余名被试中基本上分别属于五级分配的优、中、差三个级别的学生）为对象所进行的关于他们在形体概念的知识结构、概括迁移能力、逆向思考能力和创造性思维（一般创造性思维和数学创造性思维）等方面的差异比较研究。目的在于考查他们在这些方面的差异特点，为教师因材施教提供一些实验依据。另一个目的是检验我们编制的小学生数学能力测验——这种测验不是针对数学能力结构中的某些因素拟定的，它主要是透过学生掌握数学概念的不同水平考查学生学习数学的能力，但我们认为，学生的数学思维能力是数学能力结构中起主导作用的重要因素，它和良好的认知结构都是直接影响学生数学概念掌握水平的内部条件。因此，利用这种测验鉴别学生学习数学的能力，凡能力水平高者，必然具有良好的数学认知结构，其数学的思维能力——对数学材料和数量关系的概括推理能力、逆向思考能力、函数思考能力，以及数学的创造性思维能力等也应具有较高的水平；能力水平