

實用投資數學

劉覺民編

中華書局印行

實用投資數學

劉覺民編

中華書局印行

民國二十五年二月印刷
民國二十五年二月發行

實用投資數學（全一冊）

◎

定價銀一元二角



編者 劉 覺 民

發行者 中華書局有限公司
代表人 陸費達

印刷者 上海 中華書局印刷所
澳門 門路

總發行處 上海福州路 中華書局發行所

分發行處 各埠 中華書局

（本書校對者管世楷）（九七六六）

劉 序

近代工商、銀行、投資等企業之進展，賴有精確之計算，實爲其發達之一因。故投資計算法，在歐美大學專門多列爲專科之一，凡習商業、銀行、投資、會計者，又莫不研習此科，此可見其於工商等企業營利計算之重要爲何如也。回視吾國，此種研究，獨付闕如。覺民劉君於授課之暇，編實用投資數學一書，付中華書局出版，余以其爲吾國討論投資計算法之唯一專著，實開研究斯學之先河，其取材實用，例解詳明，而附表之完備，又其餘事，故樂誌數言以爲弁。

劉振東 二十四年六月

自 序

編者年來授銀行之學，每苦學生對於銀行各種存放款項之本利計算，缺乏實際應用技術，因有銀行理財數學之編。其後復加入公私債券計算法，分期償付計算法，再投資率計算法，拆舊，永久年金，資本拆化及無定年金等計算法，始成爲比較完備之理財計算書，因名之爲實用投資數學。是編不但可爲大學專門商科及研究數理者之重要參考，且爲投資銀行，商業銀行，人壽保險公司，大企業公司及一切投資人理財計算之指南。本書材料，根據編者在美從赫德(Hart)教授習理財數學時之講義、筆記及練習而成。故書中所有精粹，皆赫德先生之賜，至於乖誤之處，則編者不能辭其咎，尙望宏達，有以教之，則幸甚矣。

編者誌 二十四年六月於首都

實用投資數學目錄

劉 序

自 序

第一編 年金定數

第一章 單利息與單拆現.....	1
§1. 利息.....	1
§2. 利率.....	1
§3. 單利息.....	2
§4. 便息與實息.....	3
§5. 確實時期與相近時期.....	4
§6. 六釐法.....	9
§7. 單息表.....	10
§8. 代數式問題.....	12
§9. 現值與拆現.....	13
§10. 單拆現.....	17

§11. 單利息與單拆現之比較·····	19
§12. 放款之單拆現·····	23
§13. 本票之拆現·····	27
第二章 複利·····	33
§14. 複利之意義·····	33
§15. 複利公式·····	34
§16. 本金之積累·····	35
§17. 複本利和 A 之拆現·····	36
§18. 名率與實率·····	39
§19. 相異複率之比較·····	41
§20. 複利期數多少之效果·····	42
§21. 繼續複利之限度·····	45
§22. 複利時期非整數之計算法·····	47
§23. 單利及複利之圖解比較·····	52
§24. 插補法·····	53
§25. 對數法·····	56
§26. 等值問題·····	59
§27. 債務之比較·····	62

§28. 價值之等式.....	64
§29. 均平時間.....	69
第三章 年金資料.....	73
§30. 定義.....	73
§31. 年金之現值及年金之總值.....	74
§32. 極簡單之年金等式.....	77
§33. 用幾何級數所得之公式.....	77
§34. 結論.....	79
§35. 用價值等式求得之公式.....	80
§36. S_n 與 A_n 之相互關係.....	84
§37. 週期付款數值之決定.....	85
§38. 年金公式中 n 之數值.....	88
§39. 利率之決定.....	89
§40. 現期年金.....	92
§41. 緩期年金.....	97
第四章 年金公式.....	103
§42. 一般資料.....	103
§43. c 與 i 之關係.....	104

§44. 一般算式.....	105
§45. 計算之公式.....	105
§46. 年金問題計算指南.....	107
§47. 特殊公式.....	110
§48. 週期付款之決定.....	113
§49. 利率及期限之計算.....	116
§50. 遞增年金與遞減年金.....	119
§51. 連續年金.....	122
第五章 債務之分期清償.....	124
§52. 分期清償之意義.....	124
§53. 債券債務之分期清償.....	128
§54. 已知週期付款之解法.....	130
§55. 以插補法決定最後一次支付之數值.....	133
§56. 償債基金清償法.....	136
§57. 分期清償法與基金清償法之比較.....	140
第六章 公私債券之計算.....	145
§58. 釋義.....	145
§59. 債券之價格.....	146

§60. 超值與貼值之方程——超貼法.....	149
§61. 超值之清償與貼值之積累.....	154
§62. 兩付息日期間之債券價格.....	158
§63. 債券計算之實際運用.....	162
§64. 不用利息表求債券之收益法.....	164
§65. 用插補法決定之債券收益.....	167
§66. 串償債券.....	169
§67. 年金債券.....	170
第七章 拆舊永久年金及資本拆化.....	176
§68. 拆舊.....	176
§69. 直線法.....	178
§70. 償債基金法.....	179
§71. 常數百分法.....	183
§72. 拆舊與週期撥款.....	186
§73. 永久年金.....	187
§74. 資本拆化成本.....	191
§75. 投資年費.....	191
§76. 異種資產之比較.....	192

§77. 鑛產之估值.....	194
第八章 再投資率.....	200
§78. 投資率與再投資率.....	200
§79. 複利公式之擴張.....	200
§80. 收益資產之估值.....	201
§81. 年金之總複本利和.....	205
§82. 年金之總複本利現值.....	206

第二編 無定年金

第九章 人壽年金.....	208
§83. 可能性.....	208
§84. 壽命表.....	210
§85. 生死可能性之公式.....	212
§86. 數學機緣及機緣之現值.....	215
§87. 津貼費之現值.....	217
§88. 終身年金.....	218
§89. 計算之符號.....	221
§90. 暫期人壽年金與延期人壽年金.....	223
§91. 現期人壽年金.....	226

第十章 人壽保險	231
§92. 釋義	231
§93. 淨單保險費與終身保險	232
§94. 限期保險	235
§95. 贈款保險	237
§96. 保險年費	238
§97. 淨單保險費與機緣之現值	242
§98. 異種之保險	243
§99. 保險準備金	245
§100. 保險準備金之計算	246

附 錄 (十五表)

第一表 五位小數對數表	十八頁
第二表 七位小數對數表(自1.00000至1.10000)	二頁
第三表 日期計算表	一頁
第四表 1%之實息與便息對照表	一頁
第五表 複利 $(1+i)^n$ 之數值表	十頁
第六表 $V^n = (1+i)^{-n}$ 之現值表	十頁
第七表 $(S_n at i)$ 之年金總值表	十頁

第八表	$(a_{\overline{n} at i})$ 之年金現值表	十頁
第九表	$\frac{1}{(a_{\overline{n} at i})}$ 年金週期付款表	十頁
第十表	$(1+i)^{\frac{1}{p}}$ 複總值表	一頁
第十一表	j_p 之價值表	一頁
第十二表	$\frac{i}{j_p}$ 之價值表	一頁
第十三表	壽命表	一頁
第十四表	D_x, N_x 及 M_x 之數值表	一頁
第十五表	平方及方根等數值表	九頁

實用投資數學

第一編 年金定數

第一章 單利息與單拆現

- § 1. 利息 利息乃投資財之一種收入。放款人對於借款人，不但期其能於約定時間歸還所借之原數，且要求其能償付相當之報酬，此報酬即所謂息金或利息。投資之原數謂之本金(Principal)。本金投資後任何時期其價值恆等於本金與利息之和，謂之本利和(Amount)。
- § 2. 利率 利率者，在一單位時期中利息所得與本金之比率也。設 r 為利率， P 代表本金，則：

$$r = \frac{\text{某單位時期之利息}}{P} \quad (1)$$

$$\text{某單位時期之利息} = Pr \quad (2)$$

如利率未明白規定單位時期者，依照各國習

慣皆以一年爲計算之單位時期。

例解1. 設投資一千元，於一年之末獲得利息
\$36.60時，其利率可照第一公式求之。

$$r = \frac{36.60}{1000} = 0.0366, \text{或} 3.66\%$$

例解2. 上例之利率如爲 $5\frac{1}{2}\%$ 時，則其利息
可照第二公式求之。

$$r = 5\frac{1}{2}\% = 0.055,$$

$$\text{故利息} = \$1000(.055) = \$55.$$

如第一公式之 $P = \$1$ ，則 $r =$ 某單位時期之利息，據此吾人可作一利率之定義曰：利率者一單位本金於一單位時期之利息所得也。

§ 3. 單利息 (Simple interest) 利息之計算，祇依照本金與其投資終結時期爲標準者，稱爲單利息。故 P 之單利息乃與其投資時期之長短爲比例者也。

例解：設 P 之年利息爲 \$1000，則 5.7 年之單利息爲 $1000 \times 5.7 = 5700$

茲假定 P 之投資年限爲 t ，利率爲 r ， I 爲利息

所得，而 A 爲 t 年終之本利和。根據第二公式一年之利息爲 Pr ，則 t 年之單利息爲 $t(Pr)$ 或 Prt ；

$$\text{故 } I = Prt \quad (3)$$

$$\text{因本利和 } A = P + I \quad (4)$$

$$\text{由第三式可得 } P + I = P + Prt = P(1 + rt)$$

$$\text{故 } A = P(1 + rt). \quad (5)$$

附註：本章所稱利息均指單利息。

§ 4. 便息與實息 (Ordinary and exact interest)

上述第三公式爲一般求利息之法則。 r 常爲小數，而 t 則表示年數，如利息用月計算時，吾人仍以年爲單位表示之，以年作十二月計算。

如利息之計算用日子表示時，則發生便息與實息之兩種計算法。所謂便息者，以年合 360 日計算而得，蓋取計算之便利也。實息者以年合 365 日計算而得。

例解1. 設本金 \$5000，利率 5%，試求 95 日之便息與實息，及二種之本利和。

吾人可用第三公式求之，求便息之 $t =$

$$\frac{59}{360}, \text{而實息之 } t = \frac{59}{365}$$

則

$$\text{便息 } 5000 \times .05 \times \frac{59}{360} = 40.97$$

$$\text{本利和} = \$5040.97$$

$$\text{實息 } 5000 \times .05 \times \frac{59}{365} = 40.41$$

$$\text{本利和} = \$5040.41$$

據此例解之結果，吾人可得一結論：於同一日期中便息恆較實息爲大。

§ 5. 確實時期與相近時期(Exact and approximate time) 吾人計算一定期間之利息，對於期間之首尾兩日，祇計算一日，而却不以兩日計算，如首日計算利息則末日不計利息，反之亦然。確實時期之計算可於附錄第三表尋求之。

例解1. 試計算一九三一年六月三日至一九三二年二月二十三日之確實日數。(用附