

21 世纪高等学校规划教材

大学物理

新教程 (第2版)

下

刘银春 主编

杨兵初 主审



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

内容简介

21 世纪高等学校规划教材

大学物理新教程

(第 2 版)

(下)

刘银春 主编

杨兵初 主审



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

内 容 简 介

本书分为上、下册。

上册,以实物与场为主线分两篇展开,第1篇时空与实物运动,内容有时空与质点机械运动的描述,守恒定律与时空对称性,相对论基础;第2篇电磁场,内容有静电场、稳恒电流、电磁相互作用、电磁感应与电磁场。

下册,以波与粒子为主线展开,第3篇振动与波动,内容包括振动、波动、光的波动性;第4篇物质的波粒二象性,内容有光的波粒二象性、辐度学和光度学基础、量子力学基础;第5篇大量粒子运动的宏观规律,内容有统计物理学基础(含激光和原子激射器)、热力学基础、流体力学基础。

每章之后有本章提要和习题。习题分A、B、C、D 4类,A、B两类属难度不同的两部分;C类为多项选择题;D类为英文题,以适应教学的需要和21世纪对高校学生英文水平不断提高的要求。书后附有A、B两类习题的参考答案。

本书可作为工科大学物理教材,也可作为其他高等院校师生的教学或自学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理新教程.下/刘银春主编.—2版.—北京:北京邮电大学出版社,2008

ISBN 978-7-5635-1886-9

I.大… II.刘… III.物理学—高等学校—教材 IV.O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第191158号

书 名	大学物理新教程(下)
主 编	刘银春
责任编辑	沙一飞 唐咸荣
出版发行	北京邮电大学出版社
社 址	北京市海淀区西土城路10号(100876)
电话传真	010-62282185(发行部) 010-62283578(传真)
电子信箱	ctrd@buptpress.com
经 销	各地新华书店
印 刷	北京忠信诚胶印厂
开 本	787mm×960mm 1/16
印 张	20.75
印 数	1~3000册
字 数	416千字
版 次	2008年12月第2版 2008年12月第1次印刷

ISBN 978-7-5635-1886-9

定价:27.50元

如有质量问题请与发行部联系

版权所有 侵权必究



第2版前言

《大学物理新教程》自2001年出版以来,已多次印刷,得到许多同行的认可和好评,并在多所高校使用,深受使用者的厚爱,在此向他们表示衷心的感谢。鉴于我国高等教育飞速发展,高等教育由精英教育向大众教育转变,为了适应这一形势的要求,结合高校扩招后的学生实际情况,我们对这本教材进行了改编。

《大学物理新教程》第2版,保持了原版的结构和特点,即保持了体系新、内容新、习题新和数据新的特点。

一、体系新

《大学物理新教程》是以时空、对称性概念为起点,以物质与运动为核心,构筑以实物与场、波与粒子为结构特征的概念体系,将相对论和量子力学的概念贯穿于物理概念的现代化之中,整部教材充满了现代气息,不仅反映在相对论和量子力学的内容提前、分量加重、在教学中予以保证,而且将其贯穿于物理概念的深化和内容的改革之中。建立了一种新的课程体系。

《大学物理新教程》(第2版)是根据教育部高等学校非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会2004年12月制定的《非物理类理工学科大学物理课程教学基本要求》改编的,它保持了第1版的体系结构,与第1版相比增加了稳恒电流、光度学基础、几何光学基础、流体力学基础、液体的流动、液晶显示的物理原理、生物电磁学简介、磁电子学简介等内容,附录中增加了矢量及其运算、历届诺贝尔物理学奖获得者及其贡献等内容,删去了“运动电荷产生的磁场”和“质量、动量、能量和力的洛伦兹变换”等较难的内容,从教学实际出发,为了便于学生的学习,部分章节的内容进行改写或调整,并注意与中学教学内容的衔接。全书由实物与场、波与粒子两个部分组成,构筑了一个完整的物理理论体系,既可适应工科各专业大学物理教学的需要,也可适应农林有关专业大学物理教学的要求。因为在编写过程中注意到它们的特点,有些内容的删减可以满足各自要求,但并不影响物理学体系的科学性,例如有些专业不讲授稳恒电流、几何光学基础、辐度学和光度学基础、液体流动等内容,并不破坏课程体系的科学性;对于农林有关专业选择了稳恒电流、几何光学基础、辐度学和光度学基础、液体流动等内容,而删减了相对论、量子力学和电磁学等部分难度较大的部分,同样可以自成体系。还有,带“*”的内容,可以选讲。这种安排适应了目前有些院校(如农林院校)大学物理分层次教学的要求。

二、内容新

大学物理内容现代化的问题在20世纪80年代讨论得比较多。

物理学是一切自然科学的基础。随着科学技术的迅速发展,物理学不断地揭示出许多新的现象和规律。可以说,物理学是一门充满活力、蓬勃发展的学科,是新技术发展的不竭源泉。大学物理内容的现代化,就是要充分反映出这个时代的特征,适应时代的要求,更准确地把握物理学的基本概念,尽可能反映物理学的新发展和新成果。

《大学物理新教程》选择了一些反映时代特征的内容,特别是注意将 20 世纪后半叶的一些诺贝尔物理学奖的获奖项目的内容(如激光冷却与原子捕获技术、量子霍耳效应、分数量子霍耳效应、隧道现象和约瑟夫森效应、高温超导电性,巨磁阻效应等)以及反映现代物理的新内容(如玻色-爱因斯坦凝聚、电流变液、量子信息学简介、多光子光电效应、X 射线激光、物质与反物质、纳米科学与技术等)吸收到教材之中,体现教学内容与时俱进。

三、习题新

为了便于学生学习,本书在每章之后有本章提要 and 习题,习题分 A、B、C、D 4 个部分。A 部分的习题较浅,适合于农林各专业选用。B 部分的习题有一定的难度,供学时较多的专业选用。C 部分是不定项选择题,该部分内容是在教学实践中,根据学生学习过程中容易混淆的概念等情况,经过总结分析编制而成,目的在于帮助学生加深对物理概念的理解。D 为英文题,该部分习题选自国外原版英文教材,它是针对部分英文基础较好的学生希望用英文进行训练而设置的,它不仅有利于提高学生的英文水平,阅读英文科技文献,也能够提高学习物理的兴趣和积极性。A、B 两部分附有习题参考答案。

四、数据新

基本物理常数在物理教学中的使用是一项重要内容,选用国际科学技术数据委员会(简称 CODATA)最新推荐的数据是《大学物理新教程》的又一特点。《大学物理新教程》第 1 版(2001 年)采用了 CODATA1998 年的推荐值,而第 2 版(2008 年)则采用了 CODATA2006 年的推荐值。CODATA 基本物理常数推荐值越来越精确、可靠和丰富,形成越来越完善的自治体系,是物理学、化学和计量学等许多科学技术领域经常使用的基本数据,具有重要的科学意义和实用价值。

书中的物理名词以 1996 年全国自然科学名词审定委员会公布的《物理学名词》和 2008 年 10 月以前在《物理》杂志上公布的修订内容为准。本书采用国际单位制,如果没有特别说明,物理量的单位是指 SI 制单位,如磁感强度的单位为特斯拉,用 T 表示,则说明该单位为 SI 制单位。

在《大学物理新教程》(第 2 版)改编的过程中,曾曦萍编写了第 12、16 章,王苏潭编写了第 5 章,陈美香编写了第 10 章的第 8 节和第 13 章的第 6 节。曾曦萍、张洪制作了电子教案。尤华明、曾曦萍绘制了书中的部分插图。

《大学物理新教程》自 2001 年出版以来,在使用过程中得到了福建农林大学物理与电子科学系全体同仁的大力支持。在此表示深深的感谢。

福建农林大学校领导,教务处、教材科的领导对本书的编写和出版给予极大的关心和支

持;大学物理课程列为校级精品课程建设项目,大学物理实验教学中心被评为福建省教学示范中心建设项目;机电工程学院、交通工程学院、材料科学学院、计算机与信息工程学院、生命科学学院、林学院、动物科学学院、食品科学学院、作物学院、植物保护学院、园艺学院、蜂学学院等有关专业的万余名学生在本教材的试用过程中给予了积极的配合,许多同学还提出了有意义的建议。在此向他们表示衷心的感谢!

中南大学物理学院院长杨兵初教授主审了本教程,并提出了许多宝贵的意见,在此表示衷心的感谢和敬意。

本书吸收了近年来国内学者关于大学物理现代化研究的部分成果,这些成果主要来源于书中所列的参考文献,在此向他们表示衷心的感谢!

封底上“细推物理须行乐,何用浮名绊此身”(英译:To probe Wu Li with care and reason, One must feel happy and free one's body of concern for credit.)的诗句出自杜甫公元758年写的《曲江二首》。李政道先生特别推崇这一诗句,认为很难找出其他更恰当的字眼,能把一个科学家工作的真正精神表达达到如此意境。第2版再次引用就是希望用此与年轻的学子共勉。

由于水平有限,错误和不妥之处在所难免,恳请读者批评指正。

刘银春

目 录

第 3 篇 振动与波动

第 8 章 振 动	1
§ 8-1 简谐振动 相位	1
§ 8-2 简谐振动的合成	10
§ 8-3 阻尼振动 受迫振动 共振	17
本章提要	24
习题 8	25
第 9 章 波 动	30
§ 9-1 简谐波	30
§ 9-2 机械波	36
§ 9-3 机械波的能量和强度	41
§ 9-4 电磁波	48
§ 9-5 惠更斯原理及其应用	57
§ 9-6 波的干涉 驻波	60
§ 9-7 多普勒效应	66
* § 9-8 非线性波 孤子	71
本章提要	73
习题 9	75
第 10 章 光的波动性	80
§ 10-1 光的相干性	80
§ 10-2 光的分波面干涉	85
§ 10-3 光的分振幅干涉	88
§ 10-4 光的夫琅禾费衍射	97
§ 10-5 光栅衍射	104

§ 10-6 X射线的衍射	110
§ 10-7 光的偏振	112
§ 10-8 偏振光的应用	119
§ 10-9 几何光学基础	124
本章提要	134
习题 10	136

第 4 篇 物质的波粒二象性

第 11 章 光的波粒二象性	142
§ 11-1 黑体辐射定律与普朗克能量子假设	142
§ 11-2 光子理论与光的波粒二象性	150
§ 11-3 康普顿效应	156
本章提要	160
习题 11	160
第 12 章 辐射度学和光度学基础	163
§ 12-1 辐射度学的物理量	163
§ 12-2 光度学的物理量	166
§ 12-3 照度定律	170
本章提要	172
习题 12	173
第 13 章 量子力学基础	174
§ 13-1 物质波	175
§ 13-2 薛定谔方程	180
§ 13-3 定态薛定谔方程和驻波思想的应用	185
§ 13-4 海森伯不确定关系	196
§ 13-5 原子和原子核结构	200
§ 13-6 量子信息学简介	207
本章提要	211
习题 13	212

第 5 篇 大量粒子运动的宏观规律

第 14 章 统计物理学基础	216
§ 14-1 理想气体压强和温度的统计意义	216
§ 14-2 能量均分定理 理想气体的内能	221
§ 14-3 粒子的经典统计分布	223
§ 14-4 气体分子的碰撞及其迁移现象	230
§ 14-5 粒子的统计分布	236
§ 14-6 激 光	237
§ 14-7 玻色-爱因斯坦凝聚和原子激光器	241
本章提要	245
习题 14	247
第 15 章 热力学基础	250
§ 15-1 热力学第零定律 温度和温标	250
§ 15-2 热力学第一定律	252
§ 15-3 热力学第一定律在理想气体准静态过程中的应用	256
§ 15-4 节流过程	262
§ 15-5 循环过程 卡诺循环	263
§ 15-6 热力学第二定律	267
§ 15-7 熵 热力学第三定律	271
§ 15-8 熵概念的拓展与应用	277
本章提要	285
习题 15	287
第 16 章 流体力学基础	291
§ 16-1 理想流体	291
§ 16-2 流体静力学	292
§ 16-3 流体运动的基本规律	300
§ 16-4 实际液体的运动规律	305
本章提要	308
习题 16	309
习题参考答案	312
参考文献	320

第3篇 振动与波动

第8章 振 动

振动与波动是自然界中的普遍现象,也是物质运动的基本形式。

一个物理量在某一数值附近作周期性的变化称为振动(vibration)。振动有机械振动、分子振动、电磁振动和原子振动等。它是一种普遍的运动形式,几乎遍及整个自然界。

振动状态在介质中的传播过程叫做波动,简称波(wave)。振动状态的传播伴随着能量的传播,波动也是能量的传播过程。波动是一种普遍而重要的运动形式。

尽管机械波、电磁波、物质波等波动的本质不同,但都有着共同的一般规律。因此,本篇在讨论振动与波动的一般规律的基础上,进而讨论机械波和电磁波(含光波)的有关内容。

振动和波动的特征要用相位来描述。杨振宁指出:“相位是物理学中最重要的概念之一。”无论是波的干涉还是衍射,其结果都决定于相位。因此,读者在学习振动与波动的过程中,要始终抓住相位这个关键。

§ 8-1 简谐振动 相位

一、简谐振动

物理变量凡是按运动方程

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (8-1)$$

所作的运动,称为简谐运动(simple harmonic motion)或简谐振动。式(8-1)为二阶常微分方程,其解为

$$x = A \cos(\omega t + \varphi). \quad (8-2)$$

由此可见,简谐振动是按正弦或余弦规律变化的一种运动,换言之,物理量凡是按正弦或余弦规律所作的运动,都称为简谐振动。式中 A 和 φ 均为常数。由式(8-2)可知,当 $\cos(\omega t + \varphi)$

$= 1$ 时, $x = A$. 可见, A 表示物理变量 x 的最大值, 我们称之为振幅(amplitude).

二、几种典型的简谐振动

1. 弹簧振子的振动

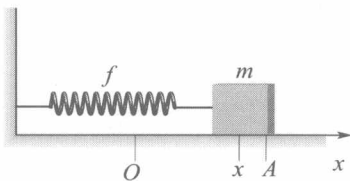


图 8-1 弹簧振子的运动

由一个劲度系数为 k 的弹簧和一个质量为 m 的物体所组成的系统称为弹簧振子. 该系统放置于光滑水平桌面上, 弹簧的一端固定于桌上某处, 另一端系着质量为 m 的物体, 选择弹簧的自然长度处为坐标原点, 如图 8-1 所示. 此处, 物体所受的合外力为零, 故称为平衡位置. 当物体离开平衡位置而到达 x 处时, 在水平方向上所受的弹性力为 $f = -kx$, 根据牛顿第二定律有

$$-kx = m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad \text{或} \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0. \quad (8-3)$$

令

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad \text{或} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

式(8-3)与式(8-1)完全相同. 故弹簧振子的运动为简谐振动.

2. 复摆和单摆的振动

复摆是指刚体在重力矩作用下的摆动, 如图 8-2 所示; 而单摆则是由长为 l 不可伸长的轻绳和小球 m 组成的系统, 如图 8-3 所示. 现以复摆为例研究它们的角量运动的规律.

如图 8-2 所示, 设复摆可绕通过 O 点且垂直于纸面的转轴的转动, 其摩擦力和空气阻力均可忽略不计, 只受重力矩的作用. C 为复摆的质心位置, l 为质心 C 到转轴 O 的距离, 竖直虚线 OO' 为复摆的平衡位置. 通常规定逆时针偏离平衡位置的角量为正.

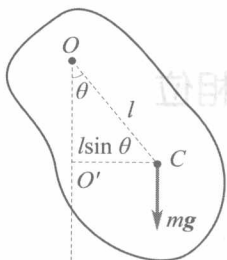


图 8-2 复摆

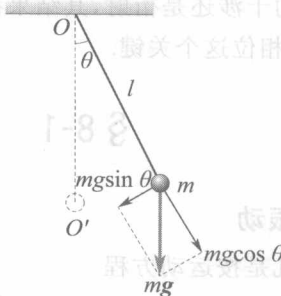


图 8-3 单摆

设复摆的质量为 m , 则它所受的重力矩为 $M = -mgl \sin \theta$, 由式(2-46) $M = J\alpha$ 得

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -mgl \sin \theta \quad \text{或} \quad \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{mgl}{J} \sin \theta = 0. \quad (8-4)$$

由 $\sin \theta = \theta - \frac{1}{3!}\theta^3 + \frac{1}{5!}\theta^5 - \dots$, 当 θ 很小 ($< 5^\circ$) 时, $\sin \theta \approx \theta$, 则有

$$M = -mgl\theta. \quad (8-5)$$

角位移 θ 与力矩 M 呈线性关系, 式(8-4)则为

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgl}{J}\theta = 0. \quad (8-6)$$

上式就是复摆运动的微分方程, 若令

$$\omega^2 = \frac{mgl}{J}, \quad (8-7)$$

代入式(8-6)有

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0. \quad (8-8)$$

若把变量 θ 改为 x , 式(8-8)与式(8-1)完全相同, 说明复摆的角位移运动为简谐振动. 式(8-8)的解为

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \varphi), \quad (8-9)$$

式中 θ_0 和 φ 为常数.

对单摆而言, 其转动惯量 $J = ml^2$, 代入式(8-7)得

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}. \quad (8-10)$$

就是说, 将式(8-10)代入, 则式(8-8)就可用于描述单摆的运动, 可见单摆和复摆是遵守共同的规律的, 即它们在重力作用下的小角度 ($< 5^\circ$) 摆动是简谐振动.

3. 电磁振荡

电磁振荡电路是由电源、电感和电容组成的电路, 如图 8-4 所示. 先将电键 K 拨到 1, 电源对电容充电, 当电路充电到一定程度后, 将电键 K 由 1 拨向 2, 接通 LC 电路. 通过电流计 G, 可以看到回路中有大小和方向都交替变化的电流产生, 即电路产生电磁振荡. 设在任意时刻电容两端的电压为 $U_C = \frac{q}{C}$, 电路中的电流 $i = \frac{dq}{dt}$, 电感 L 中的感生电动势为

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt} = -L \frac{d^2q}{dt^2}.$$

忽略电流计和导线的电阻, 则回路的方程为

$$\mathcal{E}_L - U_C = -L \frac{di}{dt} - \frac{q}{C} = -L \frac{d^2q}{dt^2} - \frac{q}{C} = 0,$$

即

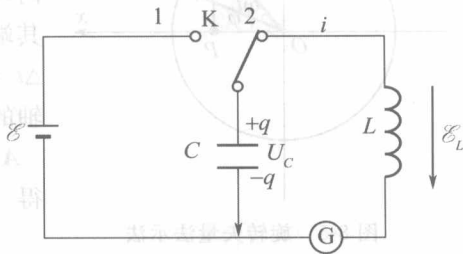


图 8-4 电磁振荡

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \quad \text{或} \quad \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (8-11)$$

$$\text{令} \quad \omega^2 = \frac{1}{LC} \quad \text{或} \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}, \quad (8-12)$$

则式(8-11)可写成

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega^2 q = 0. \quad (8-13)$$

上式与式(8-1)具有完全相同的形式,可见在电磁振荡中,电荷的运动是简谐振动.式(8-13)的解为

$$q = q_0 \cos(\omega t + \varphi). \quad (8-14)$$

(8-2)、(8-9)和(8-14)3式所表示的物理量都按同一规律变化,这些物理量的运动都是简谐运动.

三、旋转矢量表示法 相位

1. 简谐运动的旋转矢量表示法

由于简谐运动与匀速圆周运动存在一个很简单的对应关系,因此,可以借助旋转矢量来

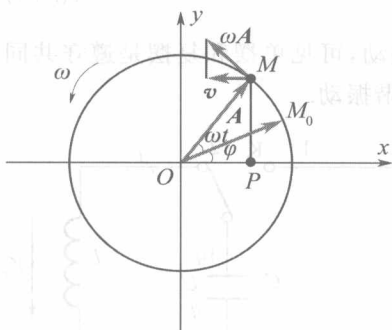


图 8-5 旋转矢量表示法

描述简谐运动.如图 8-5 所示,在 x 轴上任取一点 O 作为平衡位置,由 O 点作一长度等于简谐振动振幅的矢量 A ,该矢量 A 的起点固定于 O 点,并以角速度 ω 沿逆时针方向匀速转动.在 $t_0 = 0$ 时刻,矢量 A 与 x 轴的夹角为 φ ,其端点位于 M_0 处.在时刻 t ,矢量 A 的端点位于 M 处,在 $\Delta t = t$ 的这段时间里,矢量扫过的角度为 ωt ,此刻它与 x 轴的夹角为 $\omega t + \varphi$.由矢量

$$\mathbf{A}(t) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} = A\cos(\omega t + \varphi)\mathbf{i} + A\sin(\omega t + \varphi)\mathbf{j}$$

得

$$x = A\cos(\omega t + \varphi), y = A\sin(\omega t + \varphi),$$

即矢量的端点 M 在 x 、 y 轴上的投影都作简谐振动.

在式(8-2)中,我们用余弦函数来描述简谐振动,即我们可以用旋转矢量 A 的端点 M 在 x 轴上的投影点 P 的运动来表示简谐运动,即

$$x = A\cos(\omega t + \varphi).$$

对上式求时间 t 的一阶导数,可得到 P 点的运动速度,即

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \varphi). \quad (8-15)$$

将式(8-15)对时间 t 求一阶导数,可得到 P 点运动的加速度,即

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi). \quad (8-16)$$

上式还可以写成

$$a = -\omega^2 x. \quad (8-17)$$

这一关系说明,简谐振动的加速度和位移成正比且反向。

由式(8-2)可知, A 、 ω 、 φ 一旦确定, 对于一个简谐运动来说, 就可以写出它的完整表达式, 因而也就掌握了该简谐运动的特征. 故把这 3 个量叫做描述简谐运动的 3 个特征量.

2. 相位

从简谐振动的定义式(8-2)可知, 对一个确定的简谐运动来说, 任意时刻的状态, 完全由 $(\omega t + \varphi)$ 决定. 我们把 $(\omega t + \varphi)$ 叫做 t 时刻振动的相位(或相, phase), 把 $t = 0$ 时刻的相位 φ , 称为初相. 在相量图中, 相位有一个直观的几何意义, 即 t 时刻振幅矢量 A 与 x 轴的夹角, 如图 8-6 所示.

ω 是旋转矢量的角速度, 在振动中称为角频率(angular frequency)或圆频率(circular frequency), 它与频率 ν (frequency)和周期(period) T 的关系为

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}. \quad (8-18)$$

相位的概念在比较两个同频率的简谐运动的步调时特别有用. 设有两个相同频率的简谐振动, 它们的方程为

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2).$$

它们的相位差为

$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1. \quad (8-19)$$

即它们在任意时刻的相位差都等于其初相差, 与时间无关, 这说明两个频率相同的简谐运动的步调是相同的. 在相量图上, 两个旋转矢量之间的夹角是恒定的.

当 $\Delta\varphi = 0$ (或 2π 的整数倍), 两振动质点将同时到达各自相同方向的极端位置, 并同时越过原点, 而且向同方向运动, 它们的步调相同, 故称为同相.

当 $\Delta\varphi = \pi$ (或 π 的奇数倍), 两振动质点将同时到达各自相反方向的极端位置, 并同时越过原点, 但向相反的方向运动, 它们的步调相反, 故称为反相.

当 $\Delta\varphi$ 为其他值时, 我们称它们为不同相. 如果我们把 $|\Delta\varphi|$ 限于 π 以内, 那么, 当 $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 > 0$, 则 x_2 比 x_1 先到达同方向极大值, 我们说 x_2 振动超前 x_1 振动 $\Delta\varphi$, 或者说 x_1 振动落后于 x_2 振动 $\Delta\varphi$. 当 $\Delta\varphi < 0$, 则 x_2 振动落后于 x_1 振动 $\Delta\varphi$.

3. 振幅 A 、初相 φ 与初始条件的关系

振幅 A 是表示物理变量的最大值. 对于弹簧振子的振动而言, 振幅 A 表示弹簧振子离开平衡位置的最大位移; 由式(8-15)和式(8-16)可知, ωA 是速度的振幅, 表示速度的最大值; $\omega^2 A$ 是加速度的振幅, 表示加速度的最大值.

我们把 $t = 0$ 时刻, 简谐振动的位移 $x_0 = A \cos \varphi$ 和速度 $v_0 = -\omega A \sin \varphi$ 称为初始条件,

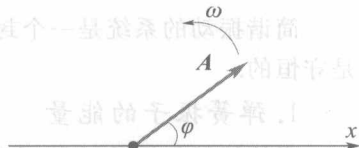


图 8-6 相量图

根据初始条件,可求出简谐振动的振幅 A 和初相 φ , 即

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}, \quad (8-20)$$

$$\tan \varphi = -\frac{v_0}{\omega x_0}. \quad (8-21)$$

振幅 A 和初相 φ 均可在相量图上直观地表示出来,这就是旋转矢量表示法所具有的直观简洁的优点. 因此,它在振动和波动中有着广泛的应用.

四、简谐振动的能量

简谐振动的系统是一个封闭系统,与外界没有能量和质量的交换,因此,系统的总能量是守恒的.

1. 弹簧振子的能量

弹簧振子的振动过程,实际上是动能和势能相互转化的过程. 在任意时刻,弹簧振子不仅具有动能还具有势能,因此,其振动的能量等于动能与势能之和.

当弹簧振子离开平衡位置的位移为 x 时,所具有的弹性势能为

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi). \quad (8-22)$$

同时,它所具有的振动动能为

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi). \quad (8-23)$$

弹簧振子的总能量为

$$E = E_p + E_k = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} kA^2. \quad (8-24)$$

可见,弹簧振子的总能量不随时间改变,即机械能守恒.

利用式(8-22)和式(8-23),可求出弹簧振子的势能和动能对时间的平均值. 根据平均值的定义,可得

$$\overline{E_p} = \frac{1}{T} \int_0^T E_p dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi) dt = \frac{1}{4} m\omega^2 A^2,$$

$$\overline{E_k} = \frac{1}{T} \int_0^T E_k dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) dt = \frac{1}{4} m\omega^2 A^2.$$

即在一个振动周期内,弹簧振子的势能和动能的平均值相等且等于总能量的一半.

2. 复摆和单摆作简谐振动的能量

选平衡位置质心所在处 O' 为势能零点,复摆和单摆的振动势能就是它们的重力势能:

$E_p = mgl(1 - \cos \theta)$. 因 θ 很小,将 $\cos \theta$ 展开成级数并取近似值得到 $\cos \theta \approx 1 - \frac{1}{2}\theta^2$. 于是有

$$E_p = \frac{1}{2} mgl\theta^2 = \frac{1}{2} J\omega^2 \theta^2 = \frac{1}{2} J\omega^2 \theta_0^2 \cos^2(\omega t + \varphi). \quad (8-25)$$

振动的动能为

$$E_k = \frac{1}{2} J \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} J \omega^2 \theta_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi). \quad (8-26)$$

复摆和单摆作简谐振动的总能量为

$$E = E_p + E_k = \frac{1}{2} J \omega^2 \theta_0^2. \quad (8-27)$$

它是一个不随时间改变的常量,即能量守恒.式(8-27)和式(8-24)的形式完全相同,表明了简谐振动总能量的一般规律.

3. 电磁振荡的能量

在如图 8-4 所示的电磁振荡电路中,电容器中的电能与电感线圈中的磁能相互转换.设在某一时刻电容器两极板的电量为 q ,电路中的电流为 i ,电容器的电容为 C ,那么储存在电容器中的电能 E_e 为

$$E_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}.$$

把式(8-14)代入上式得

$$E_e = \frac{1}{2C} q_0^2 \cos^2(\omega t + \varphi). \quad (8-28)$$

将式(8-14)对 t 求一阶导数得

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega q_0 \sin(\omega t + \varphi). \quad (8-29)$$

在电感线圈中所储存的磁能为

$$E_m = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} L \omega^2 q_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi). \quad (8-30)$$

由式(8-12)可得 $\omega^2 = \frac{1}{LC}$, $L\omega^2 = \frac{1}{C}$,代入上式得

$$E_m = \frac{1}{2} L \omega^2 q_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2C} q_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi). \quad (8-31)$$

电磁振荡的总能量为

$$E = E_e + E_m = \frac{1}{2C} q_0^2 = \frac{1}{2} L \omega^2 q_0^2. \quad (8-32)$$

可见,电磁振荡的总能量不随时间而变化,即总能量守恒.

例 8-1 一质点沿 x 轴作简谐振动,其振幅 $A = 10$ cm,周期 $T = 2$ s, $t = 0$ s 时物体的位移为 $x_0 = -5$ cm,质点向 x 轴负方向运动.试求:(1)此简谐振动的表达式;(2) $t = 0.5$ s 时质点的位移;(3)何时质点第一次运动到 $x = 5$ cm 处;(4)再经过多长时间质点第二次运动到 $x = 5$ cm 处.

解 由已知条件可画出该谐振动在 $t = 0$ 时刻的旋转矢量位置,如图 8-7 所示.由图可以看出

$$\varphi = \pi - \frac{1}{3}\pi = \frac{2}{3}\pi,$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ s}^{-1}.$$

(1) 该质点的振动方程为

$$x = 0.10 \cos\left(\pi t + \frac{2}{3}\pi\right).$$

(2) $t = 0.5 \text{ s}$ 时, 质点的位移为

$$x = 0.1 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2}{3}\pi\right) = -0.087 \text{ m}.$$

(3) 当质点第一次运动到 $x = 5 \text{ cm}$ 处, 旋转矢量转过的角度为 π , 由如图 8-7 所示, 有

$$\omega t_1 = \pi,$$

$$t_1 = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{\pi} = 1 \text{ s}.$$

(4) 当质点第二次运动到 $x = 5 \text{ cm}$ 处, 旋转矢量又转过 $\frac{2}{3}\pi$, 如图 8-7 所示, 所以有

$$\omega \Delta t = \omega(t_2 - t_1) = \frac{2}{3}\pi, \text{ 即 } \Delta t = \frac{2\pi}{3\omega} = \frac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3} \text{ s}.$$

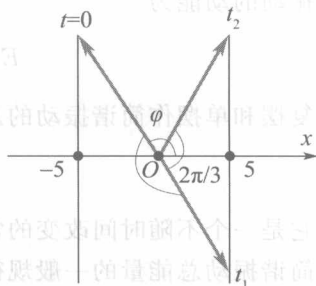


图 8-7 例 8-1 用图

例 8-2 一劲度系数为 k 的轻弹簧, 其上端与质量为 m 的平板相连如图 8-8 所示. 今有一质量亦为 m 的物体由距平板为 h 高处自由落下, 并与平板发生完全非弹性碰撞. 以平板开始运动时刻为计时起点, 平板连同重物的平衡位置为 x 轴坐标原点, x 轴正方向竖直向下.

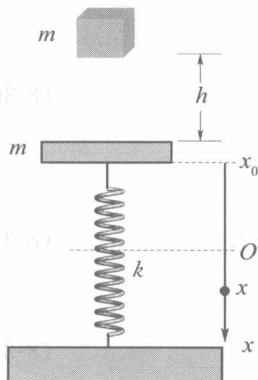


图 8-8 例 8-2 用图

(1) 证明碰撞后系统作简谐振动;

(2) 试求其振动周期、振幅和初相位(设振动方程用余弦函数表示).

解 (1) 依题意, 建立如图 8-8 所示的坐标系. 当平板和重物的坐标为 x 时, 弹簧的形变量为 $x + x_1$, 其中 $x_1 = \frac{2mg}{k}$ 为平衡位置处弹簧的形变量. 平板和重物所受的合力为

$$2mg - k(x + x_1) = -kx.$$

根据牛顿定律有

$$-kx = 2m \frac{d^2 x}{dt^2}, \text{ 即}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{2m}x = \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0.$$