



GAO DENG SHU XUE

全国高等教育学历文凭考试统考课程辅导用书
学历文凭考试

同步辅导/同步训练

高等数学

主编 梁温媛

中華書局



全国高等教育学历文凭考试统考课程辅导用书

学历文凭考试同步辅导 / 同步训练

高等数学

主 编 梁温媛

副主编 于海波
郑月玲

中华书局

013

L489

图书在版编目(CIP)数据

高等数学/梁温媛主编. —北京:中华书局, 2002
全国高等教育学历文凭考试统考课程辅导用书
ISBN 7-101-03672-4

I. 高… II. 梁… III. 高等数学—高等教育—水平考试—自学
参考资料 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 081649 号

责任编辑:刘师迅

高等数学

梁温媛主编

*

中华书局出版发行

(北京丰台区太平桥西里 38 号 100073)

北京泰山兴业印务有限责任公司印刷厂印刷

*

880×1230 毫米 1/32·19¼印张·441 千字

2002 年 10 月第 1 版 2002 年 10 月北京第 1 次印刷

定价:25.00 元

ISBN7-101-03672-4/G·637

说明

说明

本书是高等教育学历文凭考试全国统考课程教材《高等数学》的配套辅导用书。

本书的编写者都是长期在教学一线从事学历文凭考试教学与辅导的专家、教授,本着“质量是教育工作的生命线”的宗旨,在分析、研究历年学历文凭考试教学大纲、教材、统考试题的基础上,为考生解读学历文凭考试的最新趋势。

本书的编写依据:

1. 教育部高等教育司颁布的《高等教育学历文凭考试全国统考课程教学大纲》;
2. 教育部高等教育司组编的《高等数学》(韩云瑞主编,中国财政经济出版社出版)。

本书的特点:

1. 本书严格按照统考教学计划和教学大纲的要求,以指定教材为基础进行编写,力求给考生提供最接近考试的助学辅导书。
2. 全书完全依照统考教材的结构,分章进行编写。每章由“考核知识点提示”、“同步练习”、“参考答案”三部分组成。“考核知识点提示”着重归纳了该章的主要考核内容;“同步练习”则根据考试大纲对各知识点不同能力层次的要求,将知识点及知识点下的细目以各种主要考试题型的形式编写,覆盖全部考核内容,适当突出重点章节,并且加大重点内容的覆盖密度;“参考答案”是对“同步练习”中所有试题的解答。
3. 书后精心编写了两套综合测试题,并附有参考答案,供考生检测学习效果、

进行热身训练。

本书由梁温暖主编。各章执笔情况:第一、二章由于海波编写;第三、六章由郑月玲编写;第四、五章由梁温暖编写。在编写过程中,得到了本校的大力支持及教学课程论专家张永春教授的支持和帮助,在此表示衷心的感谢。此外,感谢认真审校本书并提出了宝贵修改意见的曲保林老师。

由于编者水平有限,书中错误和不当之处在所难免,恳请广大读者不吝赐教,使本书日臻完善。

编者

2002年10月

目 录

第一章 函数	(1)
§ 1.1 实数	(1)
考核知识点提示	(1)
同步练习	(1)
参考答案	(5)
§ 1.2 函数的定义及性质	(6)
考核知识点提示	(6)
同步练习	(6)
参考答案	(17)
§ 1.3 初等函数	(25)
考核知识点提示	(25)
同步练习	(25)
参考答案	(28)
§ 1.4 非初等函数	(31)
§ 1.5 建立函数关系	(31)
考核知识点提示	(31)
同步练习	(31)
参考答案	(32)

第二章 极限与连续	(35)
§ 2.1 从刘徽割圆谈起	(35)
§ 2.2 数列的极限	(35)
考核知识点提示	(35)
同步练习	(35)
参考答案	(38)
§ 2.3 函数的极限	(39)
考核知识点提示	(39)
同步练习	(39)
参考答案	(44)
§ 2.4 极限的性质与运算法则	(47)
考核知识点提示	(47)
同步练习	(47)
参考答案	(55)
§ 2.5 两个重要极限	(62)
考核知识点提示	(62)
同步练习	(62)
参考答案	(68)
§ 2.6 无穷小量与无穷大量	(74)
考核知识点提示	(74)
同步练习	(75)
参考答案	(80)
§ 2.7 函数的连续性	(83)
考核知识点提示	(83)
同步练习	(83)
参考答案	(91)
第三章 导数与微分	(98)
§ 3.1 导数的概念	(98)

考核知识点提示	(98)
同步练习	(98)
参考答案	(104)
§ 3.2 求导法则	(110)
考核知识点提示	(110)
同步练习	(110)
参考答案	(117)
§ 3.3 隐函数求导方法	(124)
考核知识点提示	(124)
同步练习	(124)
参考答案	(129)
§ 3.4 高阶导数	(133)
考核知识点提示	(133)
同步练习	(133)
参考答案	(139)
§ 3.5 函数的微分	(147)
考核知识点提示	(147)
同步练习	(147)
参考答案	(153)
第四章 中值定理与导数的应用	(160)
§ 4.1 微分中值定理	(160)
考核知识点提示	(160)
同步练习	(160)
参考答案	(167)
§ 4.2 罗必塔法则	(176)
考核知识点提示	(176)
同步练习	(176)
参考答案	(182)

§ 4.3 函数单调性的判定	(191)
考核知识点提示	(191)
同步练习	(192)
参考答案	(195)
§ 4.4 函数的极值	(202)
考核知识点提示	(202)
同步练习	(202)
参考答案	(207)
§ 4.5 函数的最大值与最小值	(217)
考核知识点提示	(217)
同步练习	(217)
参考答案	(224)
第五章 不定积分	(239)
§ 5.1 不定积分的概念	(239)
考核知识点提示	(239)
同步练习	(239)
参考答案	(244)
§ 5.2 不定积分的性质与基本积分式	(247)
考核知识点提示	(247)
同步练习	(248)
参考答案	(255)
§ 5.3 换元积分法	(264)
考核知识点提示	(264)
同步练习	(265)
参考答案	(280)
§ 5.4 分部积分法	(301)
考核知识点提示	(301)
同步练习	(301)

参考答案	(308)
§ 5.5 积分表的应用	(331)
第六章 定积分	(332)
§ 6.1 定积分的概念	(332)
考核知识点提示	(332)
同步练习	(332)
参考答案	(336)
§ 6.2 定积分的性质	(339)
考核知识点提示	(339)
同步练习	(339)
参考答案	(347)
§ 6.3 定积分的计算—牛顿—莱布尼兹公式	(354)
考核知识点提示	(354)
同步练习	(354)
参考答案	(368)
§ 6.4 定积分的换元积分法与分部积分法	(378)
考核知识点提示	(378)
同步练习	(379)
参考答案	(387)
§ 6.5 定积分的应用	(402)
考核知识点提示	(402)
同步练习	(402)
参考答案	(410)
§ 6.6 无穷区间上的广义积分	(428)
考核知识点提示	(428)
同步练习	(429)
参考答案	(432)
综合测试题 (一)	(435)

第一章 函数

§ 1.1 实数

考核知识点提示

1. 了解集合的定义,掌握集合的主要运算,灵活运用绝对值及其性质,熟练掌握区间和集合的表示方法.
2. 能够对平面上的直线方程进行有关的计算,对于邻域的概念,要正确区分点 a 的 δ 邻域和点 a 的去心 δ 邻域.

同步练习

一、选择题

1. 设 $a = 1, S = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$, 则 a 与 S 的关系是().
 A $a \notin S$ B $a \subseteq S$ C $a \in S$ D $S \subseteq a$
2. 集合 $A = \{x | 0 \leq x < 2\}$ $B = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$, 则 A 与 B 的关系是().
 A $A = B$ B $A \subseteq B$ C $B \subseteq A$ D $A \cap B = \phi$
3. 设集合 $A = \{x | |x| \leq 1\}$ $B = \{x | x^2 - 1 < 0\}$, 则下列关系().
 A $A \supseteq B$ B $B \supseteq A$ C $A = B$ D $A \cap B = \phi$
4. 下列各式正确的有().

- A $0 = \{0\}$ B $\{0\} = \phi$ C $\phi = \{\phi\}$ D $\phi = \{ \}$
5. 设集合 $A = \{x | x \geq 0\}$ $B = \{x | x < 1\}$, 则 $A \cap B$ 是().
 A $\{x | x \geq 0 \text{ 或 } x < 1\}$ B $\{x | 0 < x < 1\}$
 C $\{x | 0 \leq x < 1\}$ D $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$
6. 设集合 $A = \{x | -1 \leq x < 2\}$ $B = \{x | 0 < x \leq 4\}$, 则 $A \cup B = ()$.
 A $\{x | -1 \leq x < 0\}$ B $\{x | 0 < x < 2\}$
 C $\{x | -1 \leq x \leq 4\}$ D $\{x | 2 < x \leq 4\}$
7. 下列集合为空集的是().
 A $\{x | x < 1 \text{ 且 } x \geq 0\}$ B $\{x | x + 1 = 0\}$
 C $\{x | x^2 + 1 = 0, x \text{ 为实数}\}$ D $\{x | x > 0 \text{ 且 } x < 1\}$
8. 设集合 A 与 B 满足 $A \cap B = B$, 则 A 与 B 的关系必是().
 A $A = B$ B $A \in B$ C $A \subseteq B$ D $B \subseteq A$
9. 设 $A = \{x | |\frac{x}{1+x}| > \frac{x}{1+x}\}$ $B = \{x | 7 < x < 8\}$, 则 $A \cap B = ()$.
 A $(1 - \infty, 0)$ B ϕ C $(-1, 0)$ D $(7, 8)$
10. 如果集合 $A = \{x | x(x^2 - 1) = 0\}$, 下列集合中哪个集合与 A 相等().
 A $\{x | x(x+1) = 0\}$ B $\{x | x^2(x^2 - 1) = 0\}$
 C $\{x | (x-1)(x^2 - 1) = 0\}$ D $\{x | e^x(x^2 - 1) = 0\}$
11. 设 $A = \{x | -3 \leq x \leq 3\}$ $B = \{x | 0 \leq x \leq 5\}$, 则有().
 A $A \subseteq B$ B $A \supseteq B$
 C $A \cap B \supseteq B$ D $A \cap B \subseteq B$
12. 下列集合中为空集的是().
 A $\{0\}$
 B $\{(x, y) | x + y = 0; x, y \text{ 为实数}\}$
 C $\{(x, y) | y = x^2, x - y = 2; x, y \text{ 为实数}\}$
 D $\{\phi, \text{其中 } \phi \text{ 为空集}\}$
13. 用不等式表示区间 $(-\infty, b)$ 是().
 A $-\infty < x \leq b$ B $-\infty \leq x < b$

C $-\infty < x < b$

D $x \geq b$

14. 不等式 $|5 - x^{-1}| < 1$ 等价的区间是().

A $[4, 6]$

B $(\frac{1}{6}, \frac{1}{4})$

C $[\frac{1}{6}, \frac{1}{4}]$

D $(-2, 4)$

15. 关于绝对值的下列性质中正确的是().

A $|-x| = x$

B $|x| = x$

C $|x| > -x$

D $x \leq |x|$

16. 下列区间是有界的是().

A $(2, +\infty)$

B $(-\infty, 3]$

C $(0, 1]$

D $[\frac{1}{2}, +\infty)$

17. 已知点 $P(5, 2)$, $Q(1, -1)$, 则 $|PQ| = ()$.

A 4

B 5

C 7

D 6

18. 设点 P 为第 II 象限的点, 设其坐标为 (x, y) , 则 x, y 是().

A $x > 0, y > 0$

B $x < 0, y > 0$

C $x < 0, y < 0$

D $x > 0, y < 0$

19. 设点 $P(5, 0)$, 则点 P 在().

A 第一象限

B x 轴的正半轴

C y 轴的正半轴

D 第四象限

20. 如果直线 l 平行于 y 轴, 则直线 l 的斜率是().

A 0

B 1

C 不存在

D -1

21. 已知点 $P(-3, -2)$, $Q(4, 5)$ 则通过点 P, Q 的直线其斜率为().

A 1

B -1

C $\frac{1}{2}$

D $-\frac{1}{2}$

22. 已知一直线平行于直线 $2x + 3y + 1 = 0$, 且在 y 轴上的截距为 5, 则其方程为().

A $2x + 3y - 15 = 0$

B $3x + 2y - 15 = 0$

C $2x + 3y + 5 = 0$

D $3x + 2y + 5 = 0$

23. 用区间表示不等式 $|x_0 + x| > \delta (\delta > 0)$ 为().

A $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$

- B $(-x_0 - \delta, -x_0 + \delta)$
 C $(-\infty, -x_0 - \delta) \cup (-x_0 + \delta, +\infty)$
 D $(-\infty, x_0 - \delta) \cup (x_0 + \delta, +\infty)$
24. 点 x_0 的去心 δ 邻域 ($\delta > 0$) 是区间().
 A $[x_0 - \delta, x_0 + \delta]$ B $[-x_0 - \delta, -x_0 + \delta]$
 C $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ D $(x_0 - \delta, x_0) \cup (x_0, x_0 + \delta)$
25. 点 x_0 的 δ 邻域, 其区间长度是().
 A δ B 2δ C $\frac{\delta}{2}$ D 0
26. 用区间表示满足不等式 $|x| > |x - 2|$, 所有 x 的集合是().
 A $(-1, 1)$ B $(1, +\infty)$
 C $(-\infty, 1)$ D $(-\infty, +\infty)$
27. 用区间表示不等式 $|ax - x_0| < \delta$ ($a > 0, \delta > 0$) 为().
 A $(\frac{x_0}{a} - \frac{\delta}{a}, \frac{x_0}{a} + \frac{\delta}{a})$ B $(x_0 - \frac{\delta}{a}, x_0 + \frac{\delta}{a})$
 C $(\frac{x_0}{a} - \delta, \frac{x_0}{a} + \delta)$ D $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$
28. 下面式子正确的是().
 A $|a + b| = |a| + |b|$ B $|a - b| = |a| - |b|$
 C $|a - b| \geq ||a| - |b||$ D $|a + b| \geq a$
29. 设 $|a| < |b|$, 则集合 $\{x | a^2 < x^2 < b^2\}$ 可用区间表示为().
 A (a, b) B (a^2, b^2)
 C $(|a|, |b|)$ D $(-|b|, -|a|) \cup (|a|, |b|)$
30. 设集合 $A = \{x | x \leq 1999\}$, $B = \{x | x \geq 1999\}$, 则 $A \cap B =$ ().
 A ϕ B $\{1999\}$ C 1999 D $\{0\}$

二、计算题

1. 用区间表示下列不等式的解集合:

(1) $|x - 3| < 4$

(2) $0 < (x - 2)^2 \leq 4$

- (3) $2x + 3 > x^2$ (4) $|\frac{x}{1+x}| > \frac{x}{1+x}$
 (5) $|x - 1| > 2$ (6) $|x^2 - 2| \leq 1$
 (7) $|x - 5| < |x + 1|$ (8) $x < x^2 - 12 < 4x$

2. 下列数集中哪些有界?

(1) 有理数集

(2) 实数集

(3) $A = \{e^{-\frac{1}{2}x} \mid 0 < x < 1\}$

(4) $A = \{e^{-\frac{1}{2}x} \mid x < 1\}$

(5) $A = \{\ln(x - 1) \mid 2 < x < 3\}$

(6) $A = \{\ln(x - 1) \mid 1 < x\}$

3. 已知三角形的顶点 $A(3, 2)$, $B(-1, -1)$ 和 $C(11, -6)$, 求三角形的周长.

参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
答案	C	B	B	D	C	C	C	D	B	B	D	C	C	B	D	C	B	B

题号	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
答案	B	C	A	A	C	D	B	B	A	C	D	B

二、计算题

1. 用区间表示下列不等式的解集合:

- (1) $(-1, 7)$ (2) $[0, 2) \cup (2, 4]$
 (3) $(-1, 3)$ (4) $(-1, 0)$
 (5) $(3, +\infty) \cup (-\infty, -1)$ (6) $[-\sqrt{3}, -1] \cup [1, \sqrt{3}]$
 (7) $(2, +\infty)$ (8) $(4, 6)$

2. 答:

- (1) 无界 (2) 无界 (3) 有界 (4) 无界 (5) 有界 (6) 无界

$$3. \text{解: } |AB| = \sqrt{(3+1)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$|BC| = \sqrt{(-1-11)^2 + (-1+6)^2} = 13$$

$$|AC| = \sqrt{(3-11)^2 + (2+6)^2} = 8\sqrt{2}$$

$$\text{三角形周长等于 } |AB| + |BC| + |AC| = 5 + 13 + 8\sqrt{2} = 2(9 + 4\sqrt{2})$$

答: 三角形周长是 $2(9 + 4\sqrt{2})$.

§ 1.2 函数的定义及性质

考核知识点提示

1. 掌握函数的定义, 了解函数的三种表示方法, 了解分段函数, 掌握函数的基本性质并能灵活应用.
2. 根据函数的定义, 能判断所给关系式是否为函数关系, 鉴别两个不同形式的函数是否是同一函数. 能熟练求出函数的定义域.
3. 能判断函数的奇偶性和单调性, 了解函数的有界性、周期性.

同步练习

一、选择题

1. 函数 $y = \frac{1}{\lg(x-1)}$ 的定义域是().

A $(1, +\infty)$

B $(0, 1) \cup (1, +\infty)$

C $(0, 2) \cup (2, +\infty)$

D $(1, 2) \cup (2, +\infty)$

2. 函数 $y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{\ln(x+2)}$ 的定义域是().

A $[-3, 3]$

B $(-2, -1)$

C $(-2, -1) \cup (-1, +\infty)$

D $(-2, -1) \cup (-1, 3]$