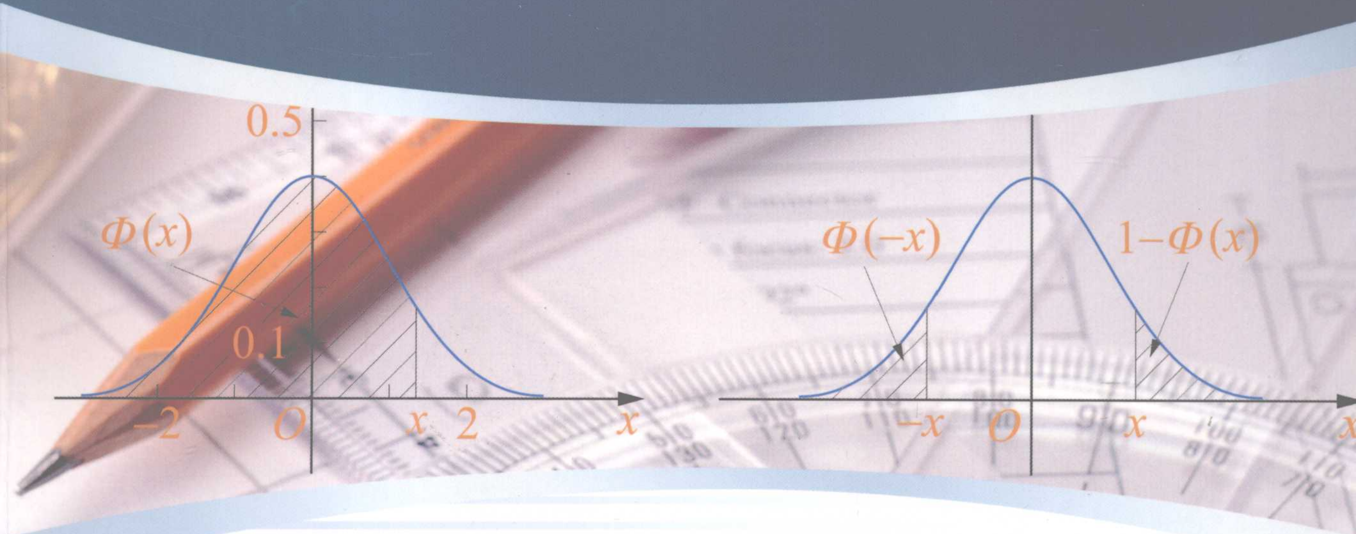
中等职业教育规划教材

数学

（基础模块）

第二册　非工科类



李志昆◎主编

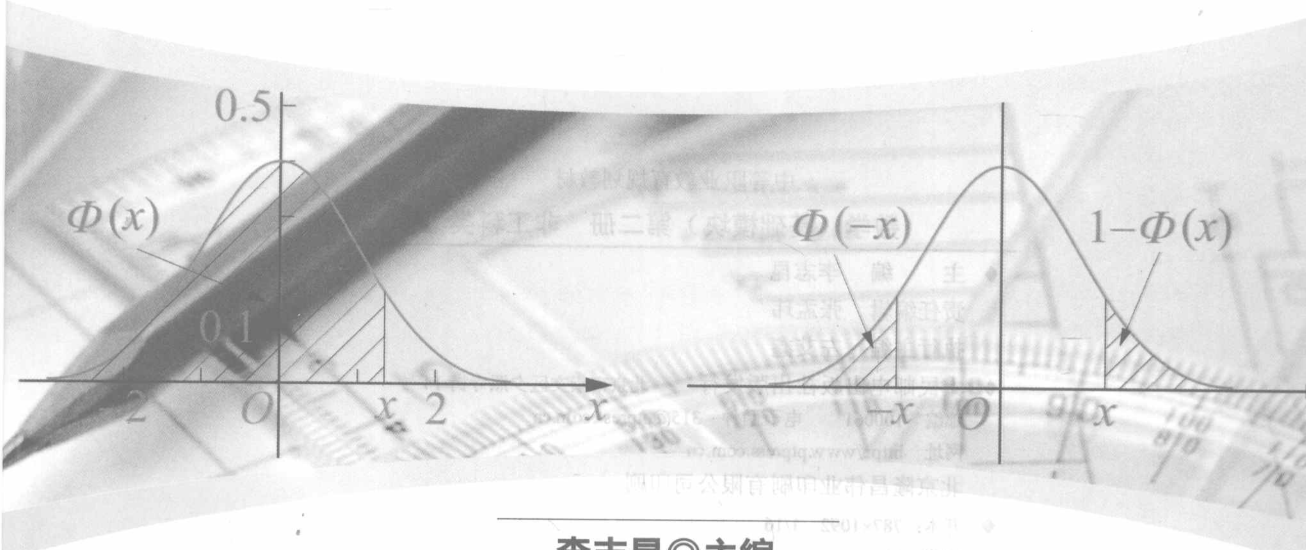
人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

中等职业教育规划教材

数学

（基础模块）

第二册 非工科类



李志昆◎主编

人民邮电出版社

北京

图书在版编目（C I P）数据

数学：基础模块．第2册 / 李志昆主编．—北京：人民邮电出版社，2008.11
中等职业教育规划教材．非工科类
ISBN 978-7-115-18620-1

I．数… II．李… III．数学课—专业学校—教材 IV．G634.601

中国版本图书馆CIP数据核字（2008）第119950号

内 容 提 要

本套教材是为适应中等职业教育教学的改革和发展，贯彻“以服务为宗旨，以就业为导向”的职业教育办学指导思想，结合学生实际情况，贴近专业和岗位对学生数学水平的需求，依据中等职业学校数学的教学要求而编写的。

《数学（基础模块）第一册》包括各专业必须掌握的基础性数学知识。通过有关内容的学习，使学生获得最基础的数学知识，为学生进一步学习专业知识打好基础，为促进终身学习服务。

《数学（基础模块）第二册　工科类》适用于机械、建筑、电工电子类等专业。

《数学（基础模块）第二册　非工科类》适用于文科类专业，它是连接数学基础知识与非工科专业知识的桥梁。其主要内容包括：二次曲线；立体几何初步；排列与组合；概率初步；统计初步和导数及应用。

本教材适合中等职业学校非工科专业学生“数学”课程第二学期使用。

中等职业教育规划教材

数学（基础模块）第二册　非工科类

◆ 主　　编　李志昆
责任编辑　张孟玮
执行主编　左艾鑫

◆ 人民邮电出版社出版发行　　北京市崇文区夕照寺街14号
邮编　100061　　电子函件　315@ptpress.com.cn
网址　http://www.ptpress.com.cn
北京隆昌伟业印刷有限公司印刷

◆ 开本：787×1092　1/16
印张：11
字数：252千字　　2008年11月第1版
印数：1－5 000册　　2008年11月北京第1次印刷

ISBN 978-7-115-18620-1/O1

定价：20.00元

读者服务热线：(010)67170985　印装质量热线：(010)67129223
反盗版热线：(010)67171154

前 言

为了适应中等职业教育教学改革新形势的需要，全面贯彻“以服务为宗旨，以就业为导向”的指导方针，结合中等职业学校学生实际，贴近社会、贴近职业，根据岗位对职业能力的发展需求，由文化基础课课程专家、教研实践经验丰富的职教教研员及教学一线的骨干教师共同编写了本套中等职业学校“数学”课程教材。

本套数学教材编写遵循以下原则。

1. 基础性原则　以基础与适用为准则，选择与职教培养目标相符的内容，适合数学基础薄弱的学生。

2. 实用性原则　符合职教学生思维特点，对定理、公式不强调推导和证明，突出应用，使学生学习后会用、会算即可。

3. 功能性原则　与岗位接轨，以为职业目标和专业课服务为原则，内容编排不追求全面，而是针对不同专业分配不同的学习内容。

4. 导学性原则　时刻关注教学方法的变化，做到既方便教师教，又利于指导学生学习。

本套数学教材的特色如下。

1. 教学理念新

(1)中职教育的定位，就是在九年义务制教育的基础上，培养高素质的劳动者。课程结构与教学内容都要围绕“以就业为导向”进行调整，坚持面向社会、面向市场的办学理念。

(2)教材内容以服务教学为宗旨，使职业教育更好地担负起促进发展和促进就业这两个任务。力争做到教学内容与专业课的学习相衔接，与学生的实际状况相衔接。

(3)实施模块的、弹性的、多层次的教育，突破传统观念、传统模式、传统内容、传统方法，以适应学分制课程体系的教学要求。

2. 突出职业特色

本套数学教材内容做了比较大的整合和调整，跳出“应试型”模式，强化与专业有关的内

容，删去与专业无关的应试内容及传统的形式化的证明。

3.通俗、实用、简单、易学，突出素质培养

(1)针对学生的心理特点、年龄特征及认识规律，教材采用讲清概念、淡化理论推导的策略，结合通俗易懂的语言，引人入胜。

(2)教材不在技巧和难度上做过高的要求，不在抽象问题、理性证明和形式化的术语上做过高的要求，把复杂的问题以简单的方式介绍出来。

(3)教材力求从实际出发，从学生感兴趣的话题和情境引出主题。

(4)教材提供了符合学生认知特点的阅读材料，增加了一些具体的图片，增强了学生的学习兴趣。

4.具有时代性和科学性

(1)依据教育理论确定教材结构，力求教材内容适用于教学活动的安排和组织。

(2)依据心理学理论，使教材体系编排、教材内容取舍、教学信息的显示及传播方式，符合中职学生的心理和认识规律，以利于学生学习和掌握。

《数学(基础模块)第二册　非工科类》是本套数学教材中的一本，它适合文科类专业使用。通过对本书的学习，使非工科类专业学生获得必要的数学基础知识和基本运算技能，提高学生的数学素养，也为进一步学习专业课程和专业技能做好准备。

本教材内容的选取既考虑其系统性，又注重其相对独立性。全书始终贯彻"以应用为目的，以必需够用为度"的原则，内容由浅入深，循序渐进，激发学生的学习兴趣。

本教材在教学内容上做了精心选择，以符合中等职业学校非工科专业教学的要求。本教材的主要内容是二次曲线；立体几何初步；排列与组合；概率初步；统计初步和导数及应用6个模块。

《数学(基础模块)第二册　非工科类》内容的教学需64课时，课时分配建议如下。

教学内容	课时安排
二次曲线	8课时
立体几何初步	18课时
排列与组合	7课时
概率初步	9课时
统计初步	11课时
导数及应用	11课时

本书由李志昆主编，贾俊强、张银财、史长青副主编。参与本书编写的还有：赵海燕、王利生、蔡东华、孟建国、黄春光、石新杰、张晓杰、刘利军、施培成。

由于编写时间仓促和编写水平有限，书中难免存在不妥之处，欢迎从事职业教育的教师、专家和读者批评指正。

编者

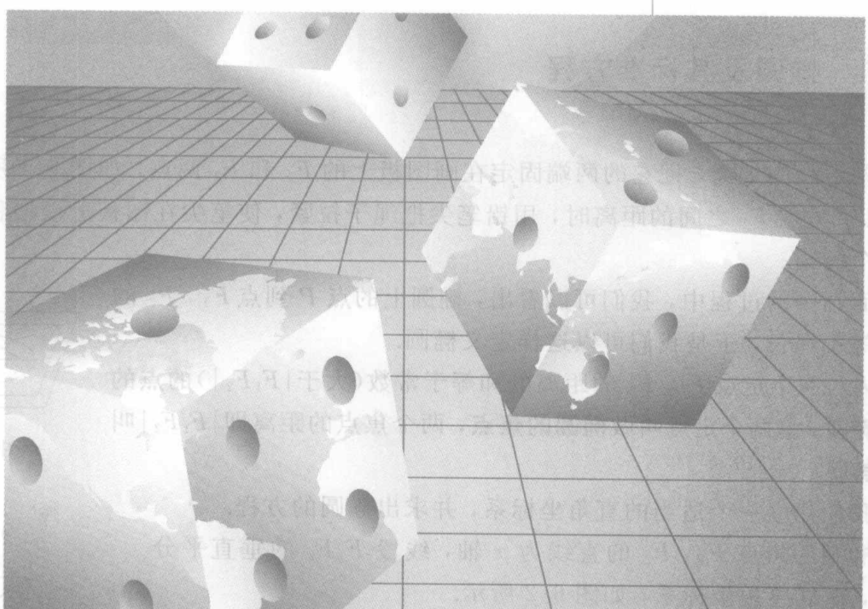
2008年9月

目录

CONTENTS

第6章

二次曲线



1997年初，中国科学院紫金山天文台发布了一条消息，从1997年2月中旬起，海尔·波普彗星将逐渐接近地球，4月以后，又将渐渐离去，并预测3 000年后，它还将光临地球上空．1997年2月至3月间，许多人目睹了这一天文现象．

天文学家是如何计算出彗星出现的准确时间呢？原来，海尔·波普彗星运行的轨道是一个椭圆，通过观察它运行中的一些有关数据，可以推算出它运行轨道的方程，从而算出它运行的周期及轨道的周长．在太阳系中，天体运行的轨道除椭圆外，还有抛物线、双曲线等．

本章将分别学习如何建立这些曲线的方程，然后利用方程研究它们的性质，并介绍运用这些性质解决实际问题的一些简单实例．

6.1 椭圆的标准方程和性质

6.1.1 椭圆及其标准方程

取一条定长的细绳，把它的两端固定在画图板上的 F_1 和 F_2 两点，如图 6-1 所示，当绳长大于点 F_1 与点 F_2 之间的距离时，用铅笔尖把绳子拉紧，使笔尖在图板上慢慢移动，就可以画出一个椭圆．

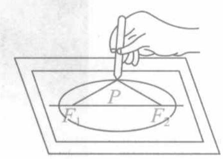


图 6-1

从上面画图的过程中，我们可以看出，椭圆上的点 P 到点 F_1，F_2 的距离的和等于绳长，于是我们可以这样定义椭圆．

平面内与两个定点 F_1，F_2 的距离的和等于常数（大于 $|F_1F_2|$）的点的轨迹叫做**椭圆**．这两个定点叫做**椭圆的焦点**，两个焦点的距离即 $|F_1F_2|$ 叫做**椭圆的焦距**．

下面我们建立一个适当的直角坐标系，并求出椭圆的方程．

取过椭圆的焦点 F_1，F_2 的直线为 x 轴，线段 F_1F_2 的垂直平分线为 y 轴，建立直角坐标系，如图 6-2 所示．

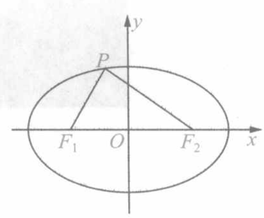


图 6-2

不妨设 $F_1(-c, 0)$，$F_2(c, 0)$，则 $|F_1F_2|=2c(c>0)$，设 $P(x, y)$ 为椭圆上任意一点，则可设 $|PF_1|+|PF_2|=2a(a>0)$，由椭圆的定义可知

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2}+\sqrt{(x-c)^2+y^2}=2a(a>0, c>0).$$

整理得
$$(a^2-c^2)x^2+a^2y^2=a^2(a^2-c^2).$$

由椭圆的定义知 $2a>2c$，即 $a>c$，不妨设 $b^2=a^2-c^2$，其中 $b>0$，则上式变形为：

$$b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$$

两边同除以 a^2b^2，得

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)}$$

我们把方程$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$叫做**椭圆的标准方程**，它表示椭圆的焦点在$x$轴上，焦点是$F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$，其中$c>0$，且$c^2=a^2-b^2$，我们把$F_1$叫做**左焦点**，$F_2$叫做**右焦点**.

同理，我们可以得到焦点F_1，F_2在y轴上的椭圆标准方程，设$F_1(0,-c)$，$F_2(0,c)$，其中$c>0$，且$c^2=a^2-b^2$，如图6-3所示，则椭圆的标准方程为

$$\boxed{\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)}$$

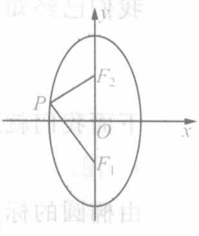


图 6-3

【例 1】 求椭圆$\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{14}=1$的焦点坐标与焦距.

【解】 因$a>b>0$，$a^2=18$，$b^2=14$，所以$c^2=a^2-b^2=18-14=4$.

又由于$c>0$，所以$c=2$.

从方程$\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{14}=1$来看，椭圆的焦点在$x$轴上，因此焦点坐标为

$$F_1(-2,0),F_2(2,0).$$

焦距为$2c=4$.

【例 2】 已知椭圆的焦点在y轴上，焦距为8，椭圆上一点到两个焦点的距离之和为$2\sqrt{33}$，求椭圆的标准方程.

【解】 由题意知$2c=8$，因此$c=4$.

而$2a=2\sqrt{33}$，即$a=\sqrt{33}$.

从而$b^2=a^2-c^2=(\sqrt{33})^2-4^2=17$.

因为 焦点在y轴上.

所求椭圆的标准方程为$\frac{y^2}{33}+\frac{x^2}{17}=1$.

想一想

例2若改为:已知椭圆的焦点在坐标轴上，焦距为8，其上一点到两焦点的距离之和为$2\sqrt{33}$，求椭圆的标准方程. 结果与例2有何不同?

课堂练习

1. 求下列椭圆的焦点与焦距.

(1) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{12}=1$； (2) $\frac{x^2}{14}+\frac{y^2}{28}=1$；

(3) $13x^2+5y^2=65$； (4) $4x^2+9y^2=36$.

2. 写出下列条件的椭圆的标准方程.

(1) $a=4,b=1$,焦点在x轴上；

(2) $a=4, c=\sqrt{15}$，焦点在 y 轴上；

(3) $a+b=10, c=2\sqrt{5}$.

6.1.2 椭圆的几何性质

我们已经知道了焦点在 x 轴上的椭圆的标准方程为

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0).$$

下面我们就通过方程来研究椭圆的几何性质.

1. 图形中 x，y 的取值范围

由椭圆的标准方程可知，关于 x，y 应有以下不等式成立：

$$\frac{x^2}{a^2}\leqslant 1,\ \frac{y^2}{b^2}\leqslant 1.$$

即 $|x|\leqslant a$，$|y|\leqslant b$.

从图形上来看，此椭圆应该位于直线 $x=\pm a$，$y=\pm b$ 所围成的矩形内，如图 6-4 所示.

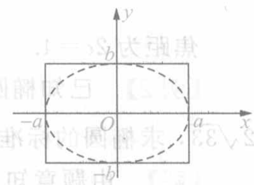


图 6-4

因此，椭圆方程中 x，y 的取值范围是：

$$|x|\leqslant a,\ |y|\leqslant b.$$

2. 图形的对称性

在椭圆的方程 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 中，如果用 $-x$ 代替 x，或者用 $-y$ 代替 y，所得的方程是不变的，于是我们说椭圆关于 x 轴和 y 轴对称；如果我们同时以 $-x$ 代替 x，$-y$ 代替 y，所得的方程也不变，所以椭圆关于原点也是对称的.

因此，椭圆关于坐标轴和坐标原点都对称，椭圆是轴对称图形和中心对称图形，它的对称轴是 x 轴和 y 轴，它的中心对称点是原点，我们称椭圆的中心对称点为椭圆的中心.

3. 椭圆的顶点

在椭圆的标准方程 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 中，我们分别令 $x=0$，$y=0$ 可以得到椭圆分别与 y 轴、x 轴的 4 个交点：$B_1(0, -b)$，$B_2(0, b)$，$A_1(-a, 0)$，$A_2(a, 0)$，如图 6-5 所示，我们称这 4 个点为椭圆的顶点.

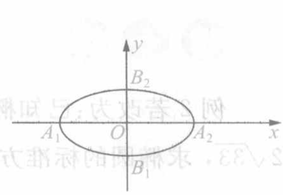


图 6-5

线段 A_1A_2，B_1B_2 分别叫做椭圆的**长轴**和**短轴**，所以**长半轴长**为 a，**短半轴长**为 b，而把 $c=\sqrt{a^2-b^2}$ 称为椭圆的**半焦距**.

4. 椭圆的离心率

我们研究椭圆方程 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 中参数 a，b，c 的变化与椭圆的形状变化之间的

关系．由于 $b=\sqrt{a^2-c^2}$，所以 $\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{a^2-c^2}}{a}=\sqrt{1-\left(\frac{c}{a}\right)^2}$．从而我们可以看出，当 $\frac{c}{a}$ 越大，$\frac{b}{a}$ 就越小，椭圆就越扁；当 $\frac{c}{a}$ 越小，$\frac{b}{a}$ 就越大，椭圆就越接近于圆，当 $b=a$ 时，图形就变为圆了．我们称 $\frac{c}{a}$ 为椭圆的**离心率**，用字母 e 表示，由 $a>c>0$ 知，离心率 $e=\frac{c}{a}$ 的范围是 $0<e<1$．

这样，椭圆的离心率的变化与椭圆的形状之间就有如下关系：

e 越大，椭圆就越扁；e 越小，椭圆就越接近于圆．

【例 3】 求椭圆 $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{16}=1$ 中的 x，y 的取值范围，并求出顶点坐标、焦点坐标、长轴长和短轴长．

【解】 由椭圆方程 $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{16}=1$，知 $a^2=49$，$b^2=16$，焦点在 x 轴上．

所以 x，y 的取值范围：$|x|\leqslant 7$，$|y|\leqslant 4$，

4 个顶点坐标分别为 $(-7,0)$，$(7,0)$，$(0,-4)$，$(0,4)$；

由于 $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{49-16}=\sqrt{33}$，又焦点在 x 轴上，所以焦点坐标为

$F_1(-\sqrt{33},0)$，$F_2(\sqrt{33},0)$；

而长轴长 $2a=2\times 7=14$，短轴长 $2b=2\times 4=8$．

【例 4】 求椭圆 $36x^2+100y^2=3600$ 的短半轴长、长半轴长、半焦距、离心率，并用描点法画出它的图形．

【解】 椭圆的标准形式为

$$\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1.$$

其中 $a=10$，$b=6$，$c=\sqrt{a^2-b^2}=8$．

所以短半轴长 $b=6$，长半轴长为 $a=10$，半焦距 $c=8$．

离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$．

下面用描点法画出椭圆的图形．

椭圆的 4 个顶点是 $A_1(-10,0)$，$A_2(10,0)$，$B_1(0,-6)$，$B_2(0,6)$．左右焦点分别为：$F_1(-8,0)$，$F_2(8,0)$．

先画出椭圆在第一象限内的图像，在 $0\leqslant x\leqslant 10$ 的范围内算出几个点的坐标，列表如下：

x	…	0	2	4	6	8	10	…
y	…	6	$\frac{12}{5}\sqrt{6}$	$\frac{6}{5}\sqrt{21}$	4.8	3.6	0	…

描点画出椭圆的一部分，再利用对称性得椭圆如图 6-6 所示．

【例 5】 求长轴长为 20，离心率为 $\frac{3}{5}$ 的椭圆的标准方程．

【分析】 因椭圆的标准方程有两种形式，而本题未确定焦点的位置，故应考虑焦点分别在 x 轴和 y 轴上时的两种情况．

【解】 由已知，$2a=20$，$e=\frac{c}{a}=\frac{3}{5}$，所以

$$a=10,\ c=6,\ b=\sqrt{a^2-c^2}=8.$$

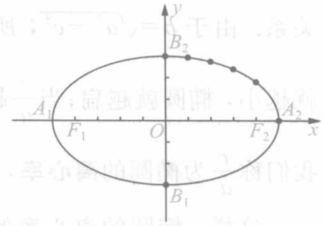


图 6-6

由于椭圆的焦点可能在 x 轴上，也可能在 y 轴上，所以所求椭圆的标准方程为

$$\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1 \text{ 或 } \frac{y^2}{100}+\frac{x^2}{64}=1.$$

【例 6】 方程 $x^2+2y^2-2x+12y+15=0$ 表示的图形是不是椭圆？如果是，求出它的对称中心的坐标、对称轴方程以及离心率.

【解】 因为

$$\begin{aligned}&x^2+2y^2-2x+12y+15\\=&(x^2-2x+1)+2(y^2+6y+9)-4\\=&(x-1)^2+2(y+3)^2-4.\end{aligned}$$

所以原方程化为

$$(x-1)^2+2(y+3)^2-4=0.$$

即

$$\frac{(x-1)^2}{4}+\frac{(y+3)^2}{2}=1.$$

我们可以将$\frac{(x-1)^2}{4}+\frac{(y+3)^2}{2}=1$表示的图形看作是椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$平移后得到的图形，因此，方程$\frac{(x-1)^2}{4}+\frac{(y+3)^2}{2}=1$也表示一个椭圆，它的形状和大小与椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$相同，只是位置不同. 方程$\frac{(x-1)^2}{4}+\frac{(y+3)^2}{2}=1$表示对称中心在$(1,-3)$，对称轴方程分别为 $x=1$，$y=-3$ 的椭圆，它的离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

由例 6 我们可以看出方程

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1(a>b>0)$$

仍然是一个椭圆的方程，它是由椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$平移后得到的，它的对称中心坐标为$(h,k)$，对称轴方程为 $x=h$ 和 $y=k$.

课堂练习

1. 已知椭圆过点 $P(-3,0)$，$Q(0,-2)$，求椭圆方程.
2. 求下列椭圆的标准方程：

(1) 焦点为 $F_1(-2,0)$，$F_2(2,0)$，离心率为$\frac{1}{3}$；

(2) 长轴长为 8，焦点在 y 轴上，离心率为$\frac{1}{2}$.

3. 求下列椭圆的长轴长、短轴长、顶点和离心率，并指出其对称轴与对称中心：

(1) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$；　　(2) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$.

习题 6.1

1. 写出适合下列条件的椭圆的标准方程.

(1) $a=\sqrt{6}$, $b=1$,焦点在 x 轴上;

(2) 焦点坐标为$(0,-4)$,$(0,4)$, $a=5$;

(3) 焦点在 x 轴上,焦距等于 4,并且经过点 $P(3,-2\sqrt{6})$;

(4) $a+c=10$, $a-c=4$.

2. 填空.

已知椭圆的标准方程为$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$, M_1,M_2 为椭圆上的点.

(1) 点 $M_1(4,2.4)$与焦点的距离分别是______,______;

(2) 点 M_2 到一个焦点的距离等于 3,则它到另一个焦点的距离等于______.

3. 点 P 是椭圆$\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$ 上的一点,以点 P 及焦点 F_1, F_2 为顶点的三角形的面积是 1,求点 P 的坐标.

4. 求下列椭圆的长轴长、短轴长、顶点和离心率,并指出其对称轴与对称中心.

(1) $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$;　　(2) $\frac{(x+1)}{16}+\frac{(y-2)^2}{9}=1$;

(3) $\frac{x^2}{8}+\frac{(y-1)^2}{4}=1$;　　(4) $4(x-1)^2+9(y-2)^2=36$.

5. 方程 $x^2+4y^2-6x+6y+21=0$ 表示的图形是椭圆吗?如果是,写出它的对称中心的坐标、对称轴方程以及离心率.

6. 下列每组椭圆中,哪一个更接近于圆?

(1) $9x^2+y^2=36$ 与$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$;

(2) $\frac{x^2}{10}+\frac{y^2}{6}=1$ 与 $9x^2+y^2=36$.

7. 已知椭圆$\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{m}=1$ 的焦点在 x 轴上,离心率等于$\frac{\sqrt{10}}{5}$,求 m 的值.

8. 设点 M 与椭圆$\frac{x^3}{13^3}+\frac{y^2}{12^2}=1$ 的左焦点和右焦点的距离的比为 2∶3,求点 M 的轨迹方程.

6.2 双曲线的标准方程和性质

6.2.1 双曲线及其标准方程

我们知道，平面内与两个定点距离的和为定值的点的轨迹是椭圆，我们可以仿照椭圆的定义，给出双曲线的定义.

平面内与两个定点 F_1，F_2 的距离的差的绝对值等于常数（小于 $|F_1F_2|$）的点的轨迹叫做**双曲线**. 这两个定点叫做**双曲线的焦点**，两焦点之间的距离叫做**双曲线的焦距**.

下面我们建立适当的直角坐标系，来求双曲线的标准方程.

取过双曲线的焦点 F_1，F_2 的直线为 x 轴，线段 F_1F_2 的垂直平分线为 y 轴，建立直角坐标系. 如图 6-7 所示，图中的两条曲线就是双曲线，每一条叫做双曲线的一支.

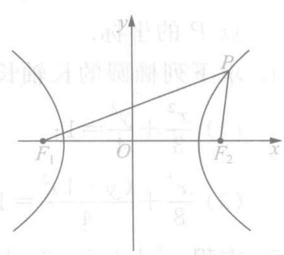


图 6-7

不妨设 $F_1(-c, 0)$，$F_2(c, 0)$，则 $|F_1F_2|=2c(c>0)$，设 $P(x, y)$ 为双曲线上任意一点，则可设

$||PF_1|-|PF_2||=2a(a>0)$，由双曲线的定义知

$$\left|\sqrt{(x+c)^2+y^2}-\sqrt{(x-c)^2+y^2}\right|=2a.$$

整理得 $$(c^2-a^2)x^2-a^2y^2=a^2(c^2-a^2).$$

由双曲线定义知 $2c>2a$，即 $c>a$，不妨设 $b^2=c^2-a^2$，则上式变为

$$b^2x^2-a^2y^2=a^2b^2.$$

两边同除 a^2b^2

得： $$\boxed{\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)}$$

我们把方程 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$ 叫做**双曲线的标准方程**. 它表示双曲线的焦点在 x 轴上，焦点是 $F_1(-c, 0)$，$F_2(c, 0)$，其中 $c>0$ 且 $c^2=a^2+b^2$，我们把 F_1 叫做**左焦点**，F_2 叫做**右焦点**.

同理，我们还可以得到焦点在 y 轴上的双曲线的标准方程，设 $F_1(0, -c)$，$F_2(0, c)$，其中 $c>0$ 且 $c^2=a^2+b^2$，如图 6-8 所示，则双曲线的标准方程为

$$\boxed{\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)}$$

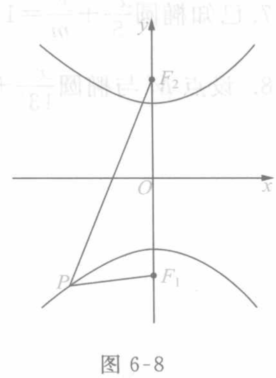


图 6-8