

清华大学学术专著

---

# 自 激 振 动

---

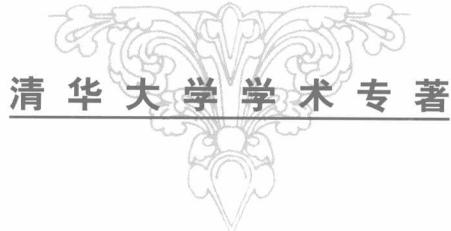
丁文镜 著

Ding Wenjing

---



清华大学出版社



清华大学学术专著

---

# 自 激 振 动

---

丁文镜 著

Ding Wenjing

---



清华大学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书试图揭示一切自激振动共同的形成机制,同时建立分析研究它的统一程序,从而形成这门横向分支学科的理论体系。全书共分为 11 章,第 1 章首先全面论述自激振动及其系统的本质特征,其余各章内容分为三个部分。第一部分介绍分析研究自激振动数学模型应用的各种数学方法;第二部分介绍五类工程中的典型的和重要的自激振动,从建立数学模型开始,通过分析研究,揭示其成因和影响因素,并指出有效的控制方法;第三部分通过归纳分析许多具体自激振动现象的实践经验,总结出自激振动现象的共同的成因机制和统一的建模分析的程序。

本书可作为力学教师和相关专业研究生的教学和科研的参考书,也可以成为各类工程(如航空航天、军工、机械、车辆、化工、土建)技术人员的自学研究参考书。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话: 010-62782989 13701121933

## 图书在版编目(CIP)数据

自激振动/丁文镜著. —北京: 清华大学出版社, 2009. 1  
(清华大学学术专著)

ISBN 978-7-302-19073-8

I . 自… II . 丁… III . 自激振动 IV . O323

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 196825 号

责任编辑: 陈朝晖

责任校对: 刘玉霞

责任印制: 孟凡玉

出版发行: 清华大学出版社 地址: 北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn> 邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175 邮 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈: 010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者: 北京雅昌彩色印刷有限公司

经 销: 全国新华书店

开 本: 153×235 印 张: 19.25 插 页: 1 字 数: 345 千字

版 次: 2009 年 1 月第 1 版 印 次: 2009 年 1 月第 1 次印刷

印 数: 1~2000

定 价: 68.00 元

---

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话: 010-62770177 转 3103 产品编号: 023152-01

# Synopsis

The objective of the book is to impart a systematic understanding of theoretical basic and to approach a general method for analyzing any type of self-excited vibration (SEV). The introduction starts with a general explanation of the constitutive mechanisms of SEV, as well as a concise survey of main features of its mathematical model. The remains of the book are composed of three parts.

First part is devoted to various analyzing methods of autonomous ordinary differential equations. Chapter 2 deals with geometric method, including phase plane method and point by point transformation method. In chapter 3, stability method, such as algebraic criterion, frequency criterion and quadratic form criterion, are illustrated. In chapter 4, the analytic methods, including the perturbation method, averaging method and nonlinear dynamics method, are given. In chapter 5, some methods for approaching man-made closed-loop control systems, including linear and nonlinear control system, are provided. A brief review of quadratic form optimal control theory is introduced.

Second part is devoted to study various type of SEV in engineering fields respectively. Chapter 6 introduces the friction chatter and hunting of mechanical system in detail. In chapter 7, the shimmy of steering wheel and front axle system of automabilis is analyzed with point contact theory of tyre. In chapter 8, several kinds of rotor whirl and oil whip are studied with stability method. In chapter 9, the flow-induced self-excited vibration, such as vortex-induced vibration, classical flutter, stalling flutter and fluid elastic instability, are involved. Chapter 10 provides approaching results of four kinds of man-made nonlinear control systems, such as the temperature control system, positional servo system and hydraulic servo system. All of these SEV phenomenon are thoroughly studied with simple mathematical

model.

Third part gives a general method for studying any type of SEV, particularly an universal method for building the mathematical model of SEV systems. A brief review of active control of self-excited vibration is introduced with two examples in this part.

The book is intended to serve as a particular reference literature for senior researchers in dynamics and vibration field. The book can be also served as reference book for teachers and graduate students majored in engineering field, mechanical engineering, aeronautical engineering, civil engineering and control engineering.

# 前　　言

自激振动是一种恒定频率和恒定振幅的周期运动。它虽然是一种振动现象,但与别种受周期性外作用激励的振动又有本质区别。它是有能源支持的非线性自治系统各个单元相互作用形成的稳态周期运动,它是此类系统平衡状态失稳后的一种终极状态。描述其运动规律的数学模型都是非线性自治方程,别种振动的数学模型都是非自治方程。因此,将它从振动理论中分割开来研究是合理的。

自激振动现象普遍存在于自然界和工程领域,涉及的大都是重要的科学技术问题,透彻解决这类问题的难度不小。长久以来,不同领域的自激振动问题分别由相关的专家独立研究,迄今未能建立统一的自激振动的理论体系。造成这种局面的原因是各类自激振动系统的数学模型大都不相同,分析方法各式各样。这种状况不利于该学科的发展,应该使这种分散孤立研究的状况尽早改变。

自激振动存在许多共同的运动特征,必然存在相同的内在原因。如果限于单个具体考察,每一类系统的自激振动都有各自的形成机制,即使力学系统的自激振动,已在本书第6章至第9章指出,也不能统一。可是,通过抽象的深层次分析,丢开每个自振系统具体的运动形态,特别是运用控制理论中的信息和反馈的概念,不难发现,凡是发生自激振动的力学系统,只要能查清其中的运动状态反馈,即可将其看成状态反馈的闭环系统。同时,揭示出非线性因素导致反馈信号强度和极性的演变过程,就能认识自激振动形成的必然性。因此,反馈信号强度和极性的演变是一切动态系统自激振动的统一的形成机制。以此为基础形成建立系统数学模型的通用方法,再与现有的分析自治微分方程的方法结合,就构成了自激振动理论的框架。

按照分析力学中空间的概念,构建自激振动的几何图画。它的每一条时间历程曲线应是事件空间中轨线的压缩映射。它在状态空间中的轨迹都是一个极限环曲线,在状态时间空间内则是绕环面前进的轨迹曲线。相应于给定的自激振动系统,其数学模型是确定的自治微分方程,非线性振动理论和控制理论为它提供了许多有效的分析方法。考虑参数变化引起自激振动,相应的数学模型乃是含参自治方程。以现代数学为工具,非线性动力学提供了分析

含参方程描述的系统族的方法。非线性自治系统参数演化产生自激振动，乃是其参数空间稳定域边界点参数摄动时出现的霍普夫分岔。显然，深入分析研究自激振动需要非线性动力学的知识。

在概论中本书对自激振动现象的特点和形成机制进行了定性的描述和探讨。全书主要内容分为三个部分。第一部分由分析数学模型的各种方法组成，包括非线性振动理论、稳定性理论和非线性动力学提供的多种方法，还引进了控制理论研究平衡稳定和自激振动的方法，这些方法适合工程设计作定性分析的要求。第二部分介绍工程中常见的重要的自激振动现象，分别建立它们的数学模型。在分析研究基础上，按照分析结果指出防止和控制自激振动的有效方案。然而客观世界的自激现象会不断涌现出来，人们必须研究大量新的自振现象。授之以鱼，不若授之以渔。介绍更多的有关自振的研究成果，远不如提供分析研究自振的正确方法。遵循这个原则，本书总结归纳了第三部分研究许多具体的自振现象的方法和经验，在此基础上归纳出一套有效的研究程序和具体的实施方法。读者可用这套方法研究新发现的尚未处理过的自振系统。这套方法是本书第三部分的主要内容。由于第一部分已经介绍了足够多的分析系统运动方程的方法，读者可以根据具体运动方程的特点选择最合适的选择方法。因此，本书第三部分的具体内容着重于建立自振系统数学模型的方法。考虑到动力学系统建模存在广泛的通用性，本书提供的自振系统的建模方法应能用于非自振动力学系统的建模。因此具有很宽广的应用范围。

国内和国外全面深入探讨自激振动现象的专著很少见。因此，本书可以作为动力学和振动工程领域从事自振研究专家的一份特殊的参考文献。高校相关专业的教师、研究生和各领域（包括工程力学、机械工程、航空航天、土建工程和控制工程）的技术专家，通过学习本书，就能深入理解各自专业领域的自振现象，具备分析研究它的能力，进而掌握研究新发现的自振的本领。

本书的写作和出版过程得到了黄文虎院士、余寿文教授、刘延柱教授、陈滨教授和陆启韶教授的热情鼓励和支持，对他们诸位学者的切实帮助，作者谨表衷心的感谢。同时，本书得到清华大学学术专著出版基金的资助，在此一并表示深切的感谢。

丁文镜

2006年6月于清华园

# 目 录

第 1 章 概论 .....	1
1.1 自激振动与周期运动 .....	1
1.2 自振的形成机制 .....	7
1.3 自振系统的数学模型 .....	9
1.4 全书内容的简要说明 .....	11
参考文献 .....	12

## 第一部分 自治常微方程的分析方法

第 2 章 研究自振的几何方法 .....	15
2.1 相平面和相轨迹 .....	15
2.2 保守系统的相平面 .....	16
2.3 非保守系统的相平面 .....	18
2.4 等倾线法 .....	21
2.5 稳定极限环与自振 .....	22
2.6 自振的时间历程与系统参数 .....	25
2.7 自治系统平衡稳定与自振 .....	27
2.8 逐点变换法 .....	29
参考文献 .....	33

第 3 章 稳定性方法 .....	34
3.1 李普诺夫稳定性 .....	34
3.2 线性动态系统稳定性的代数判据 .....	36
3.3 临界稳定系统 .....	38
3.4 结构稳定性和霍普夫分岔 .....	41

---

3.5 线性动态系统稳定性的频率判据.....	45
3.6 完整力学系统稳定性的二次型判据.....	48
参考文献 .....	51
<b>第 4 章 研究自振的解析方法 .....</b>	<b>52</b>
4.1 二阶自治系统的摄动法.....	52
4.2 二阶自治系统的平均法.....	56
4.3 中心流形和霍普夫分岔定理.....	59
参考文献 .....	73

---

<b>第 5 章 闭环控制系统的研方法 .....</b>	<b>74</b>
5.1 功能框图和典型环节.....	74
5.2 传递函数框图.....	78
5.3 线性闭环系统平衡稳定的频率判据.....	80
5.4 非线性闭环系统绝对稳定的频率判据.....	84
5.5 描述函数法.....	87
5.6 线性动力学系统的二次型最优控制.....	91
参考文献 .....	95

## 第二部分 工程领域的各类自振

---

<b>第 6 章 摩擦力激励的自振 .....</b>	<b>99</b>
6.1 摩擦力的数学模型.....	99
6.2 机械系统的颤动现象 .....	103
6.3 机械系统的追逐现象 .....	107
6.4 摩擦力引起的非对称惯性耦合 .....	113
参考文献.....	119

---

<b>第 7 章 转向轮摆振.....</b>	<b>121</b>
7.1 滚动状态的轮胎力 .....	121
7.2 点接触理论 .....	125

7.3 转向轮摆振 .....	128
7.4 汽车前桥系统摆振 .....	132
参考文献 .....	137
<b>第 8 章 转子涡动 .....</b>	<b>139</b>
8.1 转子平行涡动运动学 .....	139
8.2 转子平行涡动的物理条件 .....	142
8.3 转子涡动的原动力 .....	144
8.4 转子油膜涡动 .....	153
8.5 同步涡动和超临界涡动 .....	161
8.6 转子涡动的若干非线性现象 .....	165
参考文献 .....	172
<b>第 9 章 流体激励的自振 .....</b>	<b>174</b>
9.1 结构涡振 .....	174
9.2 悬伸输流圆管颤振 .....	186
9.3 二元机翼的经典颤振 .....	194
9.4 挠性结构失速颤振 .....	198
9.5 挠性结构驰振 .....	203
9.6 管群流体弹性失稳 .....	212
参考文献 .....	218
<b>第 10 章 非线性闭环控制系统的自振 .....</b>	<b>221</b>
10.1 开关控制的恒温室 .....	221
10.2 机电型位置伺服系统的自振 .....	224
10.3 液压伺服系统的自振 .....	231
参考文献 .....	242
<b>第三部分 自振的通用研究方法</b>	
<b>第 11 章 自振系统的数学模型及其主动控制 .....</b>	<b>245</b>
11.1 自振形成机制与正负反馈交替 .....	245
11.2 功能框图和传递函数框图 .....	248

11.3	自振原动力的数学描述 .....	253
11.4	主振体的运动方程 .....	257
11.5	主振体的离散数学模型 .....	264
11.6	自振系统的主动控制 .....	272
	参考文献 .....	278
	索引 .....	281

# Contents

<b>Chapter 1 Introduction .....</b>	1
1. 1 Self-Excited Vibration and Periodic Motion .....	1
1. 2 Interior Mechanism of Self-Excited Vibration .....	7
1. 3 Mathematical Model of Self-Excited Vibration Systems .....	9
1. 4 Outline of This Book .....	11
Refferences .....	12
 <b>PART I ANALYSING METHODS FOR</b>	
<b>AUTONOMOUS ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS</b>	
<b>Chapter 2 Geometric Methods .....</b>	15
2. 1 Phase Plane and Phase Trajectory .....	15
2. 2 Phase Plane of Conservative System .....	16
2. 3 Phase Plane of Nonconservative System .....	18
2. 4 Isoclinic Method .....	21
2. 5 Stable Limited Cycle and Self-Excited Vibration .....	22
2. 6 Time History of Self-Excited Vibration System and Its Parameters .....	25
2. 7 Equilibrium Stability of Autonomic System and Self-Excited Vibration .....	27
2. 8 Point by Point Transformation Method .....	29
Refferences .....	33
<b>Chapter 3 Stability Method .....</b>	34
3. 1 Lyapunov Stability .....	34
3. 2 Algebraic Criterion of Linear System Stability .....	36

3.3 Critical Stable Systems .....	38
3.4 Structural Stability and Hopf Bifurcation .....	41
3.5 Frequency Criterion of Linear System Stability .....	45
3.6 Quadratic Form Criterion of Holonomic System Stability .....	48
Refferences .....	51

#### **Chapter 4 Analytic Methods for Approaching Self-Excited**

Vibration .....	52
4.1 Perturbation Method of Autonomic Second Order System ...	52
4.2 Averaging Method of Autonomic Second Order System .....	56
4.3 Center Manifold and Hopf Bifurcation Theorem .....	59
Refferences .....	73

#### **Chapter 5 Approaching Methods of Closed-Loop Control Systems .....** 74

5.1 Functional Block and Typical Element .....	74
5.2 Transfer Function Block .....	78
5.3 Frequency Criterion of Linear Closed-Loop Control Systems .....	80
5.4 Frequency Criterion of Nonlinear Closed-Loop Control Systems .....	84
5.5 Describing Function Method .....	87
5.6 Quadratic Form Optimal Control of Linear Dynamic Systems .....	91
Refferences .....	95

### **PART Ⅱ VARIETY OF SELF-EXCITED VIBRATIONS IN ENGINEERING FIELD**

<b>Chapter 6 Friction-Induced Self-Excited Vibration .....</b>	99
6.1 Mathematical Model of Friction Force .....	99
6.2 Chattering of Mechanical System .....	103
6.3 Hunting of Mechanical System .....	107
6.4 Nonsymmetric Inertial Coupling from Friction .....	113

---

Refferences .....	119
<b>Chapter 7 Shimmy of Steering Wheel .....</b>	<b>121</b>
7.1 Tyre Force under Rolling State .....	121
7.2 Point Contact Theory .....	125
7.3 Shimmy of Steering Wheel .....	128
7.4 Shimmy of Front Axle System of Automobile .....	132
Refferences .....	137
<b>Chapter 8 Rotor Whirl .....</b>	<b>139</b>
8.1 Kinematics of Rotor Parallel Whirl .....	139
8.2 Physical Condition of Rotor Parallel Whirl .....	142
8.3 Motive Force of Rotor Whirl .....	144
8.4 Oil Whirl of Rotor .....	153
8.5 Synchronized Whirl and Supercritical Whirl .....	161
8.6 Some Nonlinear Phenomenon of Rotor Whirl .....	165
Refferences .....	172
<b>Chapter 9 Flow-Induced Self-Excited Vibration .....</b>	<b>174</b>
9.1 Vortex-Induced Vibration of Structure .....	174
9.2 Flutter of Tubular Cantilever Conveying Fluid .....	186
9.3 Classic Flutter of Two Dimensional Wing .....	194
9.4 Stalling Flutter of Flexible Structure .....	198
9.5 Galloping of Flexible Structure .....	203
9.6 Fluid Elastic Dynamic instability of Tube Groups .....	212
Refferences .....	218
<b>Chapter 10 Self-Excited Vibration of Nonlinear Closed-Loop Control Systems .....</b>	<b>221</b>
10.1 Thermostat With Bang-Bang Control .....	221
10.2 Self-Excited Vibration of Positional Servo System .....	224

10.3 Self-Excited Vibration of Hydraulic Servo System .....	231
Refferences .....	242

## PART III A GENERAL METHOD FOR STUDYING ANY TYPE OF SELF-EXCITED VIBRATION

<b>Chapter 11 Mathematical Model and Its Active Control of Self-Excited Vibration System .....</b>	<b>245</b>
11.1 Excitation Mechanism of Self-Excited Vibration and Switch of positive and negative feedback .....	245
11.2 Functional Block and Transfer Function Block .....	248
11.3 Mathematical Description of Motive Force .....	253
11.4 Motion Equation of Main Vibratory Body .....	257
11.5 Discrete Mathematical Model of Main Vibratory Body .....	264
11.6 Active Control of Self-Excited Vibration Systems .....	272
Refferences .....	278
<b>Synoptics .....</b>	<b>281</b>

# 第1章 概论

本章对自激振动作一般论述,内容分为4节。第1节对比不同类型稳态周期运动的特性,找到鉴别自激振动的准则;第2节用能量原理和反馈原理探讨自激振动的形成机制,作为系统建模的依据;第3节根据此种运动的特性明确运动微分方程的数学特征,将分析研究纳入自治型微分方程的范畴;最后一节对全书的结构和内容编排作扼要说明。

## 1.1 自激振动与周期运动

周期运动有多种类型,自激振动只是其中一种。阻尼使初始扰动产生的自由振动衰减和消失。持久保留的稳态周期运动大致分4类,分别为保守系统自由振动、强迫振动、参数振动和自激振动。通过比较这4类振动的特性,不难从实际观察到的稳态周期运动中分辨出自激振动。

### 1.1.1 保守系统自由振动

保守系统的动能与势能之和保持常值,但二者能相互转换。这种转换使系统位移和速度周期变化,形成持久不衰减的振动现象。

单摆摆动是保守系统自由振动的范例。通过分析研究单摆大幅摆动,即能准确掌握保守系统自由振动的特性。

利用动量矩定理,建立单摆的运动方程,经过整理后,得到二阶非线性常微分方程<sup>[1]</sup>

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin\theta = 0, \quad \omega_0^2 = gl^{-1} \quad (1-1)$$

式中,  $\theta$  为单摆摆角,  $g$  为重力加速度,  $l$  为单摆长。

若将单摆通过平衡位置瞬时作为初始时间,相应的初始条件则可表示为

$$\theta(0) = 0, \quad \dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0 \quad (1-2)$$

用微分  $d\theta$  乘(1-1)式,完成积分运算,得到首次积分。若令单摆最大摆角为  $\theta_m$ ,首次积分则为下列一阶非线性微分方程

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = 4\omega_0^2 \left(k^2 - \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \quad (1-3)$$

式中,积分常数  $k$  是最大摆角  $\theta_m$  的函数

$$k^2 = \sin \frac{\theta_m}{2} \quad (1-4)$$

通过非线性坐标变换

$$\sin \frac{\theta}{2} = k \sin \varphi \quad (1-5)$$

导出初始条件(1-2)相应的坐标函数  $\varphi$  的表达式。事实上,将(1-3)积分得到摆角的特殊函数解

$$t = \frac{1}{\omega_0} \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{(1 - k^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} \quad (1-6)$$

上式是第一类勒让德(Legendre)积分,按上式计算函数  $\varphi$  从 0 到  $\pi/2$  的积分,得到参数  $k$  与历经的时间的函数,记作

$$F(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{(1 - k^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} \quad (1-7)$$

按照(1-7)式,单摆大幅摆动周期

$$T = 4\omega_0^{-1} F(k) \quad (1-8)$$

按照方程(1-1),单摆微幅摆动周期值

$$T_0 = 2\pi\omega_0^{-1} \quad (1-9)$$

比较以上二式得知,单摆周期是参数  $k$  的函数

$$T = 2T_0 F(k)/\pi \quad (1-10)$$

按照上式作数值计算,得到单摆周期与幅角间的函数关系,且将其列写于表 1-1 中。

表 1-1 单摆周期与最大摆角的关系

$\theta_m$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$F(k)$	1.598	1.686	1.854
$T/T_0$	1.02	1.07	1.18

以上分析表明,作为保守系统范例的单摆,大幅摆动时仍然是稳态周期运动,但它不是简谐振动。而且,摆动周期随幅角增大而增加,周期没有等时性(只有线性保守系统的单一模态运动才能产生等时性的简谐振动)。

### 1.1.2 强迫振动

振动系统受到周期性外激励后,同时产生以固有频率和激励频率振动的