

University Calculus

托马斯大学微积分

Joel Hass

加州大学戴维斯分校

(美)

Maurice D. Weir

海军研究生院

著

George B. Thomas, Jr.

麻省理工学院

李伯民 译



University
Calculus

托马斯大学微积分

Joel Hass

加州大学戴维斯分校

(美) Maurice D. Weir

海军研究生院

George B. Thomas, Jr.

麻省理工学院

著

李伯民 译



机械工业出版社
China Machine Press

《托马斯大学微积分》是受到广泛赞誉的《托马斯微积分》的精编版本。这个精编版本根据当今大学微积分课程的目标取舍主题，浓缩题材，使其更适于教学和学习。同时，本书继承和发扬原著的优点：坚持准确性和严谨性，突出应用，强调练习和技能训练，融入现代化技术手段，并且保持良好的可读性。

本书前半部分讨论一元函数的微积分，其中包含对函数的复习；后半部分论述多元函数的微积分。

本书适合作为高等院校理工科本科课程教材或教学参考书，同时也可作为科学技术人员的自学用书。

Simplified Chinese edition copyright © 2009 by Pearson Education Asia Limited and China Machine Press.

Original English language title: University Calculus (ISBN 0-321-35014-6) by Joel Hass, Maurice D. Weir, and George B. Thomas, Jr., Copyright © 2007 by Pearson Education, Inc.

All rights reserved.

Published by arrangement with the original publisher, Pearson Education, Inc., publishing as Addison-Wesley.

本书封面贴有 Pearson Education(培生教育出版集团)激光防伪标签，无标签者不得销售。

版权所有，侵权必究。

本书法律顾问 北京市展达律师事务所

本书版权登记号：图字：01-2006-3152

图书在版编目(CIP)数据

托马斯大学微积分 / (美) 哈斯(Hass, J.) 等著; 李伯民译. —北京: 机械工业出版社, 2009.3

(华章数学译丛)

书名原文: University Calculus

ISBN 978-7-111-25134-7

I. 托… II. ①哈… ②李… III. 微积分 IV. O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 144658 号

机械工业出版社(北京市西城区百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑: 迟振春

北京瑞德印刷有限公司印刷

2009 年 3 月第 1 版第 1 次印刷

184mm × 260mm · 55 印张

标准书号: ISBN 978-7-111-25134-7

定价: 118.00 元

凡购本书, 如有倒页、脱页、缺页, 由本社发行部调换

本社购书热线: (010)68326294

译者序

呈现在读者面前的这本《托马斯大学微积分》(*University Calculus*)，堪称是与时俱进、精益求精和推陈出新的典范之作。

本书脱胎于著名的《托马斯微积分》(*Thomas' Calculus*)，由麻省理工学院资深老教授 G. B. 托马斯编著。这本大作是享誉世界的少数经典微积分学教材之一，并且在麻省理工学院和美国其他一些大学长期使用。该书从 1951 年出版到近期的第 11 版面世，历经半个多世纪的改进，成为美国主流教材之一，其使用经久不衰，充分显示出它的影响力和价值。《托马斯微积分》过去的书名是《微积分和解析几何》(*Calculus and Analytic Geometry*)，自第 10 版更改为现在的名称。它的内容包括我们通常所说的微积分以及高等微积分的部分预备知识。

《托马斯大学微积分》是《托马斯微积分》的精编版本，为了更好地适应大学微积分教学的需要，作者在全美大学范围内作了调查，新书就是在原书的基础上依据作者征询的意见改写而成的。

微积分诞生于 17 世纪后半叶，成熟于 19 世纪末和 20 世纪初。在牛顿和莱布尼茨提出最初形态的微积分后，经过 200 余年的发展、改进和完善，于 20 世纪初形成以微积分为核心的现代数学分析的经典理论。发明微积分是数学史上继创立欧几里得几何学的第二个里程碑，它一方面奠定了现代数学本身的基础，由此开创了数学各个学科分支飞速发展的新时代；另一方面，它成为近 300 年来促进科学技术革命，推动自然科学、工程技术以及人文科学全面进步不可或缺的工具。不仅如此，微积分还以其唯物辩证和思辩的自然哲学思想，深刻地影响着人们对客观世界的认识和正确思维方式的形成。发明微积分是人类有史以来取得的最伟大的科学成就之一。恩格斯曾经精辟地指出：“在一切理论成就中，未必有什么像 17 世纪下半叶微积分的发明那样被看成人类精神的最高胜利了。”

正是由于微积分在推动社会前进中所起的作用和所处的地位，当今微积分已成为大学教育中理工科以及其他技术学科乃至人文学科一切大学生的必修课程，也是当今广大知识阶层需要掌握的一门学问。学习微积分学不同于学习读者从中学阶段就接触的算术、代数、三角和几何学，这些课程主要涉及以经验和直觉为基础的空间形式和数量关系的一般演算与推理。而微积分则不同，它需要建立更深层次的概念和方法。这也说明为何欧几里得几何学早在公元前两个世纪就建立起完整的演绎体系，而微积分在两千多年之后才发现，又经过几百年的演变始于完备。由于这种差异，选择学习微积分的教材便成为一个重要问题。

已经出版的微积分学教科书数以千计，经过长期的自然选择过程，也不乏优秀之作，不过普遍适用于一般大学的教材并不多见。《托马斯大学微积分》继承和发扬了《托马斯微积分》的传统优点，融入新材料和新教学思想，整合题材，调整结构，使之更便于组织教学和更易于阅读，可谓“青出于蓝而胜于蓝”。

本书集中地展现出诸多令人瞩目的特点。

第一，坚持微积分的如下教学目标：以最快的步伐使学生了解微积分的基本概念，掌握其分析方法和理论基础，获得实际应用能力，为他们尽早进入现代数学、科学技术和其他应用领域做好准备。

第二，力求按照微积分学创建和形成的过程讲述微积分。从根本上说，数学的概念、方法和

IV

理论来源于实践和经验，微积分更不例外。发明微积分的过程乃是从现实世界的“原型”提炼微积分的概念、方法和理论的过程。微积分往往给初学者带来困难的原因是最后形成的抽象概念和严密理论脱离了现实世界，变得难以理解。本书运用大量富于启发性的实例引领读者进入讨论的主题，从中归纳出定义和定理，然后再把微积分形成的理论和方法付诸应用，展现其“来龙去脉”。在这里，微积分不是神秘的、枯燥乏味的，而是自然的、生动有趣的。

第三，坚持严格性标准。本书虽然不采用纯粹从抽象概念和定义出发推导结论和定理的讲述方式，但是，演绎论证毕竟是建立严密理论系统所必需的。本书非常重视严格性，对于重要的概念和定义给出形式化描述；对于大部分定理和推论给出严格证明，或者指出证明的步骤；对于少数未予证明的定理和推论留作习题让读者证明；只对少数超出本书范围的定理才留待高等微积分教程去证明。

第四，为帮助学生掌握微积分方法和培养解决应用问题的能力，提供了丰富多彩的各类习题。每一节有围绕主题的习题，每一章有指导复习的问题、实习题以及补充和提高习题。所有这些习题构成一个完备的题库，其中包括各种类型和不同难度的习题，习题总量将近 6000 道，涉及数、理、化、生、地和天文等自然科学，气象和环境科学，军事和航天技术，医学和生命科学，经济学，材料、能源、交通和工程技术，以及数学本身。不同读者可以选择适合于自己的习题。

第五，注意使微积分同现代计算机工具相结合。部分习题要求使用 CAS(计算机代数系统)。CAS 是能够进行微积分计算和采用符号形式求微积分的系统，Maple 和 Mathematica 就是这样的数学应用软件系统。这类系统带有各种软件包和图形计算器，具有很强的计算、求解和绘图功能。虽然对于学习微积分而言，使用计算机工具不是必需的，但是在用微积分解决应用问题时这些工具无疑是重要的。

总之，本书目标明确，题材适中，组织严密，深入浅出，非常适于我国大学一般专业作为微积分课程的教材。对于广大自学数学的读者，也是一部优秀的经典读物。

由于译者学识和水平所限，译文难免遗留错误，敬请读者指正。译者对存在的错误承担责任，并力求在日后重印时修改。

译者

2008 年 4 月

前 言

概览 这本《托马斯大学微积分》是《托马斯微积分》更为精炼和步调更快的改进版本，保持了原著坚持高标准和突出应用的特点。

从一本精心编撰的书中浓缩题材是一项艰难的任务。我们保持《托马斯微积分》中主要思想的谨慎演变，并且拒绝降低其严格性的诱惑。我们认为，按高标准会激发学生追求卓越才智。另一方面，具备各种函数的坚实基础，对于理解微积分是极为重要的。有鉴于此，我们保留了压缩后的第1章，复习各种基本函数。我们理解某些教授宁愿跳过这种复习，但也相信还有许多学生需要再次阅读这些材料。第1章不是对微积分的简介，而是对普通学生提供有益的帮助。

当今，越来越多的高中学生熟悉微积分中的术语和运算方法。然而，当他们进入大学时，对微积分概念的理解通常是非常有限的。我们认识到这一现实，因此始终专注于各种概念以及它们的应用。

为了达到《托马斯大学微积分》的目标，我们征询了很多同行和评论家们的意见。他们帮助我们决定哪些主题需要保留，哪些主题应予压缩或者删除。我们谨以这本新书对他们的精心建议表示感谢。

教学法特点

习题 习题和例子在学习微积分中扮演着至关重要的角色。本书收录了出现在《托马斯微积分》以前各版中的许多习题，这些习题是那些版本的重要组成部分。在每一节，按主题组织和归类从计算问题到应用问题和理论问题的习题。这种安排使学生有机会培养应用微积分方法的技能以及深化他们对微积分应用的理解。

严格性 始终如一地坚持严格性标准。我们同时给出形式的和非形式的讨论，分清两者之间的差别，而且为学生提供精确的定义和易于理解的证明。课文的组织使本书的题材可以按非形式的方式讲授，给予教师一定程度的灵活性。例如，虽然我们并未证明闭有界区间上的连续函数有最大值，但是我们精心地陈述这个定理并用它证明了几个其后的结果。

艺术性 我们认识到图形和图解是学习微积分的重要组成部分。我们格外注意用图形解释相关概念的清晰性。三维图形在这一点上尤其明显，使我们能更好地表示深度、层次和旋转。


章后复习问题和研究题目 除每节后面给出习题之外，每章以复习问题、实习习题以及一系列补充和提高习题终结。学生研究题目可以从 wps.aw.com/aw_thomas_calculus_11 获得。

写作习题 贯穿全书的写作习题要求学生探究微积分各种各样的概念和应用。另外，每章包含要求学生总结所学知识的问题。许多这样的问题要求书面描述，以检测对概念的理解。

答案 对所有奇数编号的习题提供答案，这些答案的正确性经过认真检查。

数学上的正确性 我们仅限于谨慎地讲述真实的和正确的材料。对于每个定义、定理和系以及证明都作过检查，保证表达的清晰性和推理的正确性。

行文和应用 本书继续保持易于阅读、通俗化和数学上丰富多彩的特点。每个新主题的引入都由鲜明的、易懂的例子和应用诱导。

技术应用 依据教师的鉴赏倾向融入有用技术。每节包含需要使用技术的习题：如果适于用计算器或计算机，则标识记号 ；如果需要用计算机代数系统（CAS，例如 Maple 或

Mathematica), 则注明计算机探究.

补充读物

《大学微积分学生版》(*Student Edition of University Calculus*)

ISBN 0-321-35014-6

《教师题解手册》(*Instructor's Solutions Manual*)

第 1 部分(第 1~9 章), ISBN 0-321-38848-8

第 2 部分(第 10~14 章), ISBN 0-321-38698-1

《教师题解手册》由 William Ardis 等编写, 包含对本书全部习题的完整解答.

《习题答案》(*Answer Book*)

ISBN 0-321-39423-2

《习题答案》由 William Ardis 等编写, 包含对本书大部分习题的简要解答.

《学生提纲》(*Student Outlines*)

第 1 部分(第 1~9 章), ISBN 0-321-39551-4

第 2 部分(第 10~14 章), ISBN 0-321-39969-2

《学生提纲》对照课文组织材料, 由 Joseph Borzellino 和 Patricia Nelson 编写, 它强化重要概念, 并且提供对重要的主题、定理和定义以及学习提示和补充实习问题的概述.

《初期超越函数微积分适用的代数和三角学》(*Just-in-Time Algebra and Trigonometry for Early Transcendentals Calculus*), 第 3 版

ISBN 0-321-32050-6

锐敏的代数和三角学技巧对掌握微积分至关重要, 由 Guntram Mueller 和 Ronald I. Brent 编写的《初期超越函数微积分适用的代数和三角学》(第 3 版)旨在帮助学生在微积分时掌握这些技巧. 本书在学生学习中的每一步, 向他们展示必需的代数或三角学主题, 并指出潜在的难点. 包含代数和三角学主题的易于使用的材料, 按学生学习微积分时所需这些主题的次序安排.

在线辅助材料

MyMathLab

MyMathLab 是为 Addison-Wesley 出版公司的数学和统计学教科书编写的一套易于定制的在线课程的特殊教材. 在 CourseCompass(Pearson Education 的在线教学和学习环境)和 MathXL(我们的在线家庭作业、辅导和评估系统)的支持下, MyMathLab 对教师提供讲授全部或部分在线课程所需的工具, 不论学生是在实验室还是在家学习. MyMathLab 提供一个丰富灵活的课程材料套件, 具有由算法生成的自由式应答习题的特点, 这些材料的利用不受限制. 学生也可使用在线工具, 如视频讲座、动画、多媒体教材和 Maple/Mathematica 项目等, 独立加深他们对课程的理解和提高学习成绩. 教师可用 MyMathLab 的家庭作业和测验管理器选择和布置与教材直接相关的在线习题, 为了增加灵活性, 他们还可以创建和布置自己的在线习题并且导入 TestGen 测验. MyMathLab 的在线评分册——特别为数学和统计学设计——自动跟踪学生的家庭作业和测验结果并且使教师控制如何计算最终成绩. 教师还可以把离线(纸和笔记录的)成绩加进评分册计算最终成绩. 具备资格的采纳者可以获取 MyMathLab. 欲了解详细情况请访问我们的网站 www.mymathlab.com 或者同 Addison-Wesley 联系.[⊖]

MathXL

MathXL 是同 Addison-Wesley 出版公司的数学和统计学教材配套的强大的在线作业、辅导和评估系统。通过 MathXL，教师能够使用以算法方式生成的习题创建、编辑和布置在线家庭作业和测验题，这些习题和测验题在目标层面上同教材相关。他们也可以创建和布置自己的在线习题和导入 TestGen 测验题，以增加灵活性。对所有学生的作业都可在 MathXL 的在线评分册上进行跟踪。学生可在 MathXL 上接受按章测验并收到根据测验结果制定的个性化学习计划。学习计划指出薄弱环节并直接链接到学生需要学习和重新测验目标的辅导习题。学生也可以直接从选定习题进入补充的动画和视频剪辑。具备资格的采纳者可以获取 MathXL。欲了解详细情况请访问我们的网站 www.mathxl.com 或者同 Addison-Wesley 联系。

TestGen

TestGen 使教师能够使用为达到本书全部目标而开发的一个计算机化的题库，建立、编辑、打印和管理测验题。TestGen 是基于算法方式的，使教师通过点击一个按钮就能为同样的问题或测验创建多种等价的版本。教师还可以修改测验库中的问题或添加新问题。测验题可以在线打印和管理。这个软件可以从一张双面 Windows/Macintosh CD-ROM 获取。

感谢

我们要感谢 Marie Vanisko 和 Thomas Wegleitner 为本书的准确校对。我们还要对下列审阅者对本书提供的建议和作出的贡献致以诚挚的感谢：

Harry Allen, 俄亥俄州立大学

Edoh Amiran, 西华盛顿大学

Anthony Bedenikovic, 布雷德利大学

Deborah Brandon, 卡内基-梅隆大学

Said Fariabi, 圣安东尼奥学院

Krystyna Kuperberg, 奥布恩大学

Paul Sacks, 艾奥瓦州立大学

Stephen Summers, 佛罗里达大学

Blake Thornton, 华盛顿大学(圣路易斯)

Ilie Ugarcovici, 赖斯大学

最后，我们对本书的责任编辑 David Chelton 提出的意见、建议和给予的鼓励表示感谢。

目 录

译者序	
前言	
第 1 章 函数	1
1.1 函数及其图形	1
1.1.1 函数, 定义域与值域	1
1.1.2 函数的图形	2
1.1.3 用数值表表示函数	4
1.1.4 分段定义的函数	4
1.1.5 垂直线检验法	5
1.1.6 函数类型	6
1.1.7 增函数与减函数	9
1.1.8 偶函数与奇函数: 函数的 对称性	10
习题 1.1	11
1.2 函数组合及移动图形与改变 图形标度	13
1.2.1 函数的和、差、积及商	13
1.2.2 复合函数	14
1.2.3 移动函数图形	15
1.2.4 改变函数图形标度与反射 函数图形	16
1.2.5 椭圆	17
习题 1.2	18
1.3 三角函数	21
1.3.1 角	21
1.3.2 6 个基本三角函数	22
1.3.3 三角函数的周期性和图形	23
1.3.4 三角恒等式	24
1.3.5 余弦定律	25
1.3.6 三角函数图形的变换	25
习题 1.3	26
1.4 指数函数	28
1.4.1 指数的性质	28
1.4.2 自然指数函数 e^x	30
1.4.3 指数增长与指数衰减	30
习题 1.4	32
1.5 反函数与对数函数	32
1.5.1 一对一函数	33
1.5.2 反函数	33
1.5.3 求反函数	34
1.5.4 对数函数	36
1.5.5 对数函数的性质	37
1.5.6 对数函数的应用	38
1.5.7 反三角函数	39
1.5.8 反正弦函数与反余弦函数	40
1.5.9 包含反正弦函数和反余弦函数的 恒等式	41
习题 1.5	42
1.6 用计算器和计算机作图	44
习题 1.6	48
第 2 章 极限与连续性	49
2.1 曲线的变化率和切线	49
2.1.1 平均速率与瞬时速率	49
2.1.2 平均变化率与割线	50
2.1.3 曲线的斜率	50
2.1.4 瞬时变化率	52
习题 2.1	53
2.2 函数的极限和极限法则	54
2.2.1 函数值的极限	54
2.2.2 极限法则	57
2.2.3 用代数方法消去零分母	58
2.2.4 用计算器和计算机估计极限	58
2.2.5 夹层定理	60
习题 2.2	61
2.3 极限的精确定义	65
2.3.1 极限的定义	65
2.3.2 例子: 检验极限定义	67
2.3.3 用代数方法求给定 ε 的 δ	68
2.3.4 用极限定义证明定理	70
习题 2.3	70
2.4 单侧极限与在无穷大的极限	74
2.4.1 单侧极限	75
2.4.2 单侧极限的精确定义	76
2.4.3 包含 $(\sin \theta)/\theta$ 的极限	77
2.4.4 当 $x \rightarrow \pm \infty$ 时的有限极限	79
2.4.5 有理函数在无穷大的极限	81
2.4.6 水平渐近线	81

2.4.7 再讨论夹层定理	82	习题 3.2	127
2.4.8 斜渐近线	83	3.3 把导数作为一种变化率	129
习题 2.4	83	3.3.1 瞬时变化率	129
2.5 无穷极限与垂直渐近线	86	3.3.2 沿直线运动的位移、速度、 速率、加速度和冲击	129
2.5.1 无穷极限	86	3.3.3 经济学中的导数	133
2.5.2 无穷极限的精确定义	88	习题 3.3	134
2.5.3 垂直渐近线	89	3.4 三角函数的导数	138
习题 2.5	91	3.4.1 正弦函数的导数	138
2.6 连续性	93	3.4.2 余弦函数的导数	139
2.6.1 在一点的连续性	93	3.4.3 简谐运动	140
2.6.2 连续函数	95	3.4.4 其他基本三角函数的导数	140
2.6.3 反函数与连续性	96	习题 3.4	141
2.6.4 复合函数	96	3.5 链式法则与参数方程	143
2.6.5 对一点的连续延拓	98	3.5.1 复合函数的导数	144
2.6.6 连续函数的介值定理	99	3.5.2 “外函数-内函数”法则	145
习题 2.6	100	3.5.3 重复应用链式法则	146
2.7 在一点的切线和导数	102	3.5.4 函数幂的链式法则	146
2.7.1 求函数图形的切线	102	3.5.5 参数方程	147
2.7.2 变化率;在一点的导数	104	3.5.6 参数化曲线的斜率	149
2.7.3 小结	104	习题 3.5	150
习题 2.7	104	3.6 隐式微分法	154
第 2 章复习指导问题	106	3.6.1 隐式定义的函数	155
第 2 章实习习题	107	3.6.2 透镜、切线和法线	157
第 2 章补充和提高习题	109	3.6.3 高阶导数	158
第 3 章 微分法	112	习题 3.6	158
3.1 把导数作为一种函数	112	3.7 反函数和对数函数的导数	160
3.1.1 从定义求导数	112	3.7.1 可微函数反函数的导数	160
3.1.2 记号	113	3.7.2 反函数的参数表示	162
3.1.3 描绘导数的图形	113	3.7.3 自然对数函数的导数	162
3.1.4 在区间上的可微函数和单侧 导数	113	3.7.4 a^u 和 $\log_a u$ 的导数	163
3.1.5 什么情况下函数在一点没有 导数	115	3.7.5 对数微分法	165
3.1.6 可微函数是连续的	116	3.7.6 幂法则(一般形式)的证明	165
3.1.7 导数的介值性质(达布定理)	116	3.7.7 数 e 的极限表示	166
习题 3.1	117	习题 3.7	166
3.2 多项式、指数函数及函数积与商 求导数法则	119	3.8 反三角函数	168
3.2.1 幂函数、倍数函数及函数和 与差的导数	119	3.8.1 $\tan x$, $\cot x$, $\sec x$ 和 $\csc x$ 的 反函数	168
3.2.2 指数函数的导数	123	3.8.2 $y = \sin^{-1} u$ 的导数	170
3.2.3 函数的积和商的导数	124	3.8.3 $y = \tan^{-1} u$ 的导数	170
3.2.4 二阶导数与高阶导数	126	3.8.4 $y = \sec^{-1} u$ 的导数	171
		3.8.5 其他 3 个反三角函数的导数	172
		习题 3.8	172
		3.9 相关变化率	174

习题 3.9	178	4.5 实用的最优化	234
3.10 线性化与微分	182	4.5.1 商业和工业中的例子	234
3.10.1 线性化	182	4.5.2 数学和物理学中的例子	236
3.10.2 微分	184	4.5.3 经济学中的例子	237
3.10.3 用微分作估计	185	习题 4.5	238
3.10.4 微分逼近中的误差	186	4.6 不定式与洛必达法则	245
3.10.5 链式法则的证明	187	4.6.1 不定式 $\frac{0}{0}$	245
3.10.6 变化的灵敏度	187	4.6.2 不定式 $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty \cdot 0$ 和 $\infty - \infty$	247
习题 3.10	187	4.6.3 不定幂	248
3.11 双曲函数	190	4.6.4 洛必达法则的证明	249
3.11.1 定义与恒等式	190	习题 4.6	250
3.11.2 双曲函数的导数	191	4.7 牛顿法	252
3.11.3 反双曲函数	192	4.7.1 牛顿法的步骤	252
3.11.4 有用的恒等式	193	4.7.2 应用牛顿法	253
3.11.5 反双曲函数的导数	193	4.7.3 逼近的收敛性	254
习题 3.11	194	习题 4.7	254
第 3 章复习指导问题	196	4.8 反导数	256
第 3 章实习习题	197	4.8.1 求反导数	256
第 3 章补充和提高习题	202	4.8.2 初值问题与微分方程	258
第 4 章 导数的应用	205	4.8.3 反导数与运动	259
4.1 函数的极值	205	4.8.4 不定积分	260
4.1.1 局部(相对)极值	207	习题 4.8	261
4.1.2 求极值	207	第 4 章复习指导问题	265
习题 4.1	209	第 4 章实习习题	266
4.2 中值定理	212	第 4 章补充和提高习题	270
4.2.1 罗尔定理	212	第 5 章 积分法	274
4.2.2 中值定理	213	5.1 用有限和作估计	274
4.2.3 物理解释	215	5.1.1 面积	274
4.2.4 数学推论	215	5.1.2 物体的移动距离	276
4.2.5 由加速度求速度和位置	216	5.1.3 物体的位移和移动距离	278
4.2.6 对数法则的证明	216	5.1.4 非负函数的平均值	278
4.2.7 指数法则	217	5.1.5 小结	280
习题 4.2	218	习题 5.1	280
4.3 单调函数与一阶导数检验法	220	5.2 有限和的 Σ 记号和极限	282
4.3.1 增函数与减函数	220	5.2.1 有限和与 Σ 记号	282
4.3.2 局部极值的一阶导数检验法	221	5.2.2 有限和的极限	284
习题 4.3	223	5.2.3 黎曼和	285
4.4 凹性与曲线绘图	224	习题 5.2	287
4.4.1 凹性	225	5.3 定积分	288
4.4.2 拐点	226	5.3.1 黎曼和的极限	288
4.4.3 局部极值二阶导数检验法	227	5.3.2 定积分的记号和存在性	289
4.4.4 来源于导数的函数图形特性	230	5.3.3 可积函数与不可积函数	290
习题 4.4	231		

5.3.4 定积分的性质	291	6.3 平面曲线的长度	356
5.3.5 非负函数图形下方的面积	293	6.3.1 以参数方式定义的曲线的长度	356
5.3.6 再讨论连续函数的平均值	295	6.3.2 曲线 $y=f(x)$ 的长度	358
习题 5.3	296	6.3.3 处理 dy/dx 的不连续点	359
5.4 微积分基本定理	299	6.3.4 短微分公式	360
5.4.1 定积分的中值定理	299	习题 6.3	360
5.4.2 基本定理第 1 部分	300	6.4 旋转曲面的面积	362
5.4.3 基本定理第 2 部分(求值定理)	302	6.4.1 定义曲面面积	362
5.4.4 总面积	303	6.4.2 绕 y 轴旋转	365
习题 5.4	305	6.4.3 参数化曲线	366
5.5 不定积分与代换法则	307	习题 6.4	366
5.5.1 代换: 反向运用链式法则	307	6.5 指数变化与可分离微分方程	369
5.5.2 $\sin^2 x$ 和 $\cos^2 x$ 的积分	310	6.5.1 指数变化	369
习题 5.5	311	6.5.2 可分离微分方程	370
5.6 代换与曲线之间的面积	312	6.5.3 无限制的种群增长	371
5.6.1 代换公式	312	6.5.4 放射性衰变	372
5.6.2 对称函数的定积分	314	6.5.5 热传递: 牛顿冷却定律	373
5.6.3 曲线之间的面积	315	习题 6.5	374
5.6.4 对于 y 积分	317	6.6 功	376
习题 5.6	318	6.6.1 由恒力作的功	377
5.7 把对数函数定义为积分	322	6.6.2 由可变力沿直线作的功	377
5.7.1 自然对数函数的定义	322	6.6.3 弹簧的虎克定律: $F=kx$	377
5.7.2 $y=\ln x$ 的导数	323	6.6.4 从容器抽出液体	379
5.7.3 $\ln x$ 的图形和值域	324	习题 6.6	380
5.7.4 积分 $\int(1/u)du$	324	6.7 矩与质心	383
5.7.5 $\ln x$ 的反函数与数 e	325	6.7.1 沿直线分布的质量	383
5.7.6 e^x 的导数和积分	326	6.7.2 在平面区域上分布的质量	384
5.7.7 指数函数的法则	327	6.7.3 薄平板	385
5.7.8 一般指数函数 a^x	327	6.7.4 形心	388
5.7.9 以 a 为底的对数函数	328	习题 6.7	389
5.7.10 涉及 $\log_a x$ 的导数和积分	329	第 6 章复习指导问题	390
5.7.11 小结	330	第 6 章实练习	391
习题 5.7	330	第 6 章补充和提高习题	393
第 5 章复习指导问题	331	第 7 章 积分方法	395
第 5 章实练习	332	7.1 分部积分法	395
第 5 章补充和提高习题	335	7.1.1 积分型积法则	395
第 6 章 定积分的应用	341	7.1.2 分部求定积分	398
6.1 通过绕轴切片和旋转定义体积	341	习题 7.1	398
6.1.1 旋转体: 圆盘方法	343	7.2 三角积分	400
6.1.2 旋转体: 垫圈方法	346	7.2.1 正弦函数和余弦函数乘方	
习题 6.1	348	之积的积分	400
6.2 用圆柱壳定义体积	350	7.2.2 消去平方根	402
习题 6.2	354	7.2.3 $\tan x$ 和 $\sec x$ 乘方的积分	402

7.2.4 正弦函数和余弦函数之积的 积分	403	8.3.1 非减部分和	458
习题 7.2	404	8.3.2 积分检验法	459
7.3 三角代换	404	8.3.3 误差估计	461
习题 7.3	407	习题 8.3	462
7.4 有理函数部分分式积分法	407	8.4 比较检验法	463
习题 7.4	411	8.4.1 比较检验法	463
7.5 积分表与计算机代数系统	413	8.4.2 极限比较检验法	464
7.5.1 积分表	413	习题 8.4	466
7.5.2 归约公式	414	8.5 比率检验法与根检验法	467
7.5.3 用 CAS 求积分	414	8.5.1 比率检验法	467
7.5.4 非初等积分	416	8.5.2 根检验法	468
习题 7.5	416	习题 8.5	470
7.6 数值积分	418	8.6 交错级数, 绝对收敛与条件收敛	471
7.6.1 梯形逼近	418	8.6.1 绝对收敛与条件收敛	473
7.6.2 辛普森法则: 用抛物线逼近	419	8.6.2 级数重排	474
7.6.3 误差分析	421	习题 8.6	474
习题 7.6	424	8.7 幂级数	476
7.7 反常积分	426	8.7.1 幂级数与收敛性	476
7.7.1 无穷积分限	426	8.7.2 幂级数的收敛半径	479
7.7.2 积分 $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^p}$	428	8.7.3 逐项微分	480
7.7.3 带垂直渐近线的被积函数	429	8.7.4 逐项积分	481
7.7.4 收敛与发散检验法	431	8.7.5 幂级数的乘法	481
习题 7.7	433	习题 8.7	482
第 7 章复习指导问题	435	8.8 泰勒级数与麦克劳林级数	483
第 7 章实习习题	436	8.8.1 级数表示法	483
第 7 章补充和提高习题	438	8.8.2 泰勒级数与麦克劳林级数	484
第 8 章 无穷序列与无穷级数	440	8.8.3 泰勒多项式	485
8.1 序列	440	习题 8.8	487
8.1.1 收敛性与发散性	441	8.9 泰勒级数的收敛性	488
8.1.2 求序列的极限	443	8.9.1 余式估计	490
8.1.3 用洛必达法则求极限	444	8.9.2 应用泰勒级数	491
8.1.4 常见的序列极限	445	8.9.3 欧拉恒等式	492
8.1.5 序列的递归定义	446	8.9.4 泰勒定理的证明	493
8.1.6 有界非减序列	446	习题 8.9	494
习题 8.1	447	8.10 二项式级数	496
8.2 无穷级数	451	8.10.1 幂和根的二项式级数	496
8.2.1 等比级数	452	8.10.2 常用级数	498
8.2.2 发散级数	454	习题 8.10	498
8.2.3 发散性第 n 项检验法	454	第 8 章复习指导问题	499
8.2.4 组合级数	455	第 8 章实习习题	500
8.2.5 增添项或删除项	456	第 8 章补充和提高习题	502
8.2.6 改变下标	456	第 9 章 极坐标与圆锥曲线	504
习题 8.2	457	9.1 极坐标	504
8.3 积分检验法	458		

9.1.1 极坐标的定义	504	10.3 点积	549
9.1.2 极方程与图形	505	10.3.1 向量之间的角	549
9.1.3 极坐标同笛卡儿坐标的关系	506	10.3.2 垂直(正交)向量	551
习题 9.1	507	10.3.3 点积性质与向量投影	551
9.2 在极坐标中作图	508	10.3.4 功	553
9.2.1 对称性	508	习题 10.3	554
9.2.2 斜率	509	10.4 向量积	556
9.2.3 作图的方法	510	10.4.1 空间中两个向量的向量积	556
习题 9.2	512	10.4.2 $ \mathbf{u} \times \mathbf{v} $ 是一个平行四边形的 面积	557
9.3 极坐标中的面积和长度	512	10.4.3 $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ 的行列式公式	558
9.3.1 平面区域的面积	512	10.4.4 转矩	559
9.3.2 极曲线的长度	514	10.4.5 三重纯量积或框积	559
习题 9.3	515	习题 10.4	560
9.4 圆锥曲线	516	10.5 空间中的直线和平面	562
9.4.1 抛物线	516	10.5.1 空间中的直线和线段	562
9.4.2 椭圆	518	10.5.2 空间中从点到直线的距离	564
9.4.3 双曲线	519	10.5.3 空间中平面的方程	564
习题 9.4	521	10.5.4 平面的交线	565
9.5 极坐标中的圆锥曲线	523	10.5.5 从点到平面的距离	566
9.5.1 离心率	524	10.5.6 平面之间的角	567
9.5.2 极方程	526	习题 10.5	567
9.5.3 直线	527	10.6 柱面与二次曲面	569
9.5.4 圆	527	10.6.1 柱面	569
习题 9.5	528	10.6.2 二次曲面	570
9.6 圆锥曲线与参数方程, 摆线	530	习题 10.6	574
9.6.1 抛物线与双曲线	530	第 10 章复习指导问题	576
9.6.2 摆线	530	第 10 章实练习	576
9.6.3 捷线与等时线	531	第 10 章补充和提高习题	578
习题 9.6	532	第 11 章 空间中的向量值函数和 物体的运动	581
第 9 章复习指导问题	533	11.1 向量函数及其导数	581
第 9 章实练习	533	11.1.1 极限与连续性	582
第 9 章补充和提高习题	535	11.1.2 导数与运动	583
第 10 章 向量与空间几何学	537	11.1.3 微分法则	585
10.1 三维坐标系	537	11.1.4 定长向量的向量函数	586
10.1.1 空间中的笛卡儿坐标系	537	习题 11.1	586
10.1.2 空间中的距离和球面	538	11.2 向量函数的积分	588
习题 10.1	540	11.2.1 向量函数的积分	588
10.2 向量	541	11.2.2 理想抛体运动的向量方程和 参数方程	590
10.2.1 分量形式	541	习题 11.2	592
10.2.2 向量的代数运算	543	11.3 空间中的弧长	594
10.2.3 单位向量	546		
10.2.4 线段的中点	547		
习题 10.2	547		

11.3.1 沿空间曲线的弧长	594	12.3 偏导数	632
11.3.2 质点沿光滑曲线运动的速率	596	12.3.1 二元函数的偏导数	632
11.3.3 单位切向量 T	596	12.3.2 偏导数的求法	634
习题 11.3	597	12.3.3 多于两个变量的函数	636
11.4 曲线的曲率	598	12.3.4 偏导数与连续性	636
11.4.1 平面曲线的曲率	598	12.3.5 二阶偏导数	637
11.4.2 平面曲线的曲率圆	601	12.3.6 混合导数定理	638
11.4.3 空间曲线的曲率和法向量	602	12.3.7 更高阶的偏导数	639
习题 11.4	603	12.3.8 可微性	639
11.5 加速度的切分量和法分量	604	习题 12.3	640
11.5.1 TNB 标架	604	12.4 链式法则	642
11.5.2 加速度的切分量和法分量	604	12.4.1 二元函数	642
11.5.3 挠率	606	12.4.2 三元函数	644
11.5.4 计算公式	607	12.4.3 在曲面上定义的函数	644
习题 11.5	608	12.4.4 再讨论隐式微分法	646
11.6 极坐标中的速度和加速度	609	12.4.5 多元函数	647
11.6.1 极坐标和柱面坐标中的运动	609	习题 12.4	647
11.6.2 行星的平面运动	610	12.5 方向导数与梯度向量	650
11.6.3 开普勒第一定律(椭圆定律)	611	12.5.1 平面内的方向导数	650
11.6.4 开普勒第二定律(等面积 定律)	611	12.5.2 方向导数的物理解释	651
11.6.5 开普勒第三定律(时间- 距离定律)	612	12.5.3 方向导数的求法与梯度	651
习题 11.6	612	12.5.4 梯度与层曲线的切线	653
第 11 章复习指导问题	612	12.5.5 三元函数	655
第 11 章实习习题	613	习题 12.5	656
第 11 章补充和提高习题	615	12.6 切平面与微分	657
第 12 章 偏导数	617	12.6.1 切平面与法线	657
12.1 多元函数	617	12.6.2 估计函数在特定方向的改变	659
12.1.1 定义域与值域	617	12.6.3 二元函数如何线性化	659
12.1.2 二元函数	618	12.6.4 微分	660
12.1.3 二元函数的图形、 层曲线和等值曲线	619	12.6.5 多于两个变量的函数	661
12.1.4 三元函数	620	习题 12.6	662
12.1.5 计算机绘图	622	12.7 极值与鞍点	664
习题 12.1	623	12.7.1 局部极值导数检验法	665
12.2 高维空间中函数的极限和 连续性	625	12.7.2 有界闭区域上函数的绝对 极大值和绝对极小值	668
12.2.1 极限	625	习题 12.7	670
12.2.2 连续性	627	12.8 拉格朗日乘数	673
12.2.3 多于两个变量的函数	629	12.8.1 受约束极大值和极小值	673
12.2.4 闭有界集上的连续函数的极值	630	12.8.2 拉格朗日乘法法	675
习题 12.2	630	12.8.3 受双重约束的拉格朗日乘数	678
		习题 12.8	679
		12.9 二元函数的泰勒公式	682
		12.9.1 二阶导数检验法的推导	682
		12.9.2 线性逼近的误差公式	683

12.9.3 二元函数的泰勒公式	683	13.7.2 如何求柱面坐标中的积分	728
习题 12.9	685	13.7.3 球面坐标与积分	730
第 12 章复习指导问题	685	13.7.4 如何求球面坐标中的积分	732
第 12 章实习习题	686	习题 13.7	734
第 12 章补充和提高习题	689	13.8 多重积分内的代换	738
第 13 章 多重积分	692	13.8.1 二重积分内的代换	738
13.1 矩形区域上的二重积分和 累次积分	692	13.8.2 三重积分内的代换	741
13.1.1 二重积分	692	习题 13.8	744
13.1.2 二重积分作为体积	693	第 13 章复习指导问题	745
13.1.3 求二重积分的傅比尼定理	693	第 13 章实习习题	746
习题 13.1	696	第 13 章补充和提高习题	748
13.2 一般区域上的二重积分	696	第 14 章 向量场中的积分	751
13.2.1 有界非矩形区域上的 二重积分	696	14.1 线积分	751
13.2.2 体积	697	14.1.1 可加性	752
13.2.3 求积分限	700	14.1.2 质量和矩的计算公式	753
13.2.4 二重积分的性质	701	习题 14.1	754
习题 13.2	702	14.2 向量场、功、环流和通量	756
13.3 用二重积分求面积	704	14.2.1 向量场	756
13.3.1 平面内有界区域的面积	704	14.2.2 梯度场	757
13.3.2 平均值	705	14.2.3 力沿空间曲线作的功	758
习题 13.3	706	14.2.4 速度场的流量积分和环流	761
13.4 极型二重积分	707	14.2.5 穿过平面曲线的通量	761
13.4.1 极坐标中的积分	707	习题 14.2	763
13.4.2 求积分限	708	14.3 路径独立性、势函数和守恒场	765
13.4.3 变换笛卡儿坐标积分为极坐标 积分	709	14.3.1 路径独立性	765
习题 13.4	710	14.3.2 关于曲线、向量场和定义域 的假定	766
13.5 直角坐标中的三重积分	711	14.3.3 守恒场中的线积分	766
13.5.1 三重积分	711	14.3.4 求守恒场的势函数	769
13.5.2 空间区域的体积	712	14.3.5 恰当微分形式	771
13.5.3 求积分限	712	习题 14.3	772
13.5.4 空间中函数的平均值	715	14.4 平面内的格林定理	773
13.5.5 三重积分的性质	716	14.4.1 散度	774
习题 13.5	716	14.4.2 绕轴旋转: 旋度的 k 分量	775
13.6 矩与质心	719	14.4.3 格林定理的两种形式	776
13.6.1 质量与一阶矩	719	14.4.4 利用格林定理求线积分	777
13.6.2 惯性矩	721	14.4.5 对特殊区域的格林定理的 证明	778
习题 13.6	724	习题 14.4	779
13.7 柱面坐标和球面坐标中的三重 积分	726	14.5 曲面与面积	782
13.7.1 柱面坐标中的积分	726	14.5.1 曲面的参数表示	782
		14.5.2 曲面面积	783

14.5.3 隐式曲面	786	第14章复习指导问题	815
习题14.5	788	第14章实习习题	815
14.6 面积分与通量	791	第14章补充和提高习题	818
14.6.1 面积分	791	附录A	821
14.6.2 定向	792	A.1 实数与实线	821
14.6.3 关于通量的面积分	793	A.2 数学归纳法	826
14.6.4 薄壳的矩和质量	794	A.3 直线、圆和抛物线	828
习题14.6	796	A.4 三角公式	837
14.7 斯托克斯定理	797	A.5 极限定理的证明	839
14.7.1 斯托克斯定理	798	A.6 常见的极限	842
14.7.2 以叶片轮解释 $\nabla \times \mathbf{F}$	800	A.7 实数理论	843
14.7.3 对多曲面面的斯托克斯定理的 证明	802	A.8 向量积的分配律	845
14.7.4 带空洞曲面的斯托克斯定理	803	A.9 混合导数定理与增量定理	846
14.7.5 一个重要恒等式	803	附录B	851
14.7.6 守恒场与斯托克斯定理	803	B.1 基本代数公式	851
习题14.7	804	B.2 几何公式	852
14.8 散度定理与统一理论	805	B.3 积分简表	853
14.8.1 三维向量场中的散度	806	B.4 级数	858
14.8.2 散度定理	806	B.5 向量运算符公式(笛卡儿坐标 形式)	859
14.8.3 对特殊区域的散度定理的 证明	807	B.6 极限	860
14.8.4 其他区域的散度定理	809	B.7 微分法则	860
14.8.5 高斯定律:电磁理论四大 定律之一	810	B.8 积分法则	861
14.8.6 流体动力学的连续性方程	811	习题解答 (华章网站 http://www.hzbook.com)	
14.8.7 统一不同积分定理	812	索引 (华章网站 http://www.hzbook.com)	
习题14.8	813		