

# 工程力学

# 简明教程

第3版

赵关康 张国民 主编

 机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS



TB12  
391

# 工程力学简明教程

第3版

赵关康 张国民 主编  
刘鸿文 吴 镇 主审

机械工业出版社

本书是为适应机械类或近机械类专业（60~90学时）工程力学教学需要而编写的教材。

全书共18章，内容有：静力学基本概念、平面汇交力系、平面一般力系、空间力系、拉伸与压缩、圆轴的扭转、梁的弯曲、应力状态和强度理论、组合变形、压杆稳定、交变应力、点的运动、刚体的基本运动、点的复合运动、刚体的平面运动、动力学基本定律、动能定理、动静法等，书后并附有实验指导。本书的特点是紧密结合工程实际，以结构的静力分析、运动分析、强度和刚度分析为主。考虑到各专业的特点，书中避免过多的理论推导。通过本书的学习，读者能够解决工程实际中一般的力学问题，并为进一步阅读其它力学著作打好基础。本书也可作为工程技术人员的参考书。

### 图书在版编目（CIP）数据

工程力学简明教程 / 赵关康等主编. —3版. —北京：机械工业出版社，2006.1

ISBN 7-111-04700-1

I. 工… II. 赵… III. 工程力学—教材 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2005）第 154429 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

策划编辑：王海峰 责任编辑：王海峰 版式设计：冉晓华

责任校对：张晓蓉 封面设计：鞠 杨 责任印制：洪汉军

北京振兴源印务有限公司印刷厂印刷

2006 年 2 月第 3 版第 1 次印刷

787mm×1092mm  $\frac{1}{16}$ ·18.75 印张·462 千字

0001—4000 册

定价：26.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

本社购书热线电话（010）68326294

封面无防伪标均为盗版

## 第3版序

《工程力学简明教程》是作者们在总结多年教学经验的基础上结合教学实践写成的。理论严谨，论述简洁，内容具有一定的深度和弹性，是一部颇有独特风格的教材。

教程自出版以来，已经十余年，历经第1版、第2版，前后印刷十余次，足见是符合教学需要的。为此，在出版社的倡议下，作者们又对教程作了再次修订写成第3版，使它更适应当前高校的教学情况。

希望教程改版后，仍能吸纳广大师生的意见和建议，使其继续提高，日臻完善。

刘鸿文

2005年6月

## 第3版前言

俗话说十年磨一剑，距《工程力学简明教程》第2版成书已过去了11年，承蒙学界同仁抬爱和众多院校选用，可以说本教程已经具有自己风格和特色，时间和市场确实是检验本书的试金石。

我们深切地意识到，即便是工程力学这样传统意义上的教科书，也要与时俱进，以适应时代需求，所以当机械工业出版社与我们进行交流时，双方迅速达成共识并在王海峰先生鼓励下写出第3版。

新版的宗旨依然是理论严谨、论述简洁扼要、内容安排适度并具有弹性，对于第八章中点的应力状态、单元体等基本力学概念阐释上赋予了新的内涵，将第十一章交变应力改为选学。新版除了文字上的修订外，重点或结论性内容改为黑体印刷，全书符号按国家规定，习题部分将带\*者或较艰深者删除，即使它们具有很好的工程背景也不例外。本教材在每一章后增加了一定数量的思考题，从而使本教程的适用范围更加广泛。

囿于条件，第3版写作工作由赵关康、张国民、蔡炳华完成，同时将第1版前言、第2版前言全部收录，以完整反映本教材的历程。

我们认为，即便是新版，仍有不尽人意之处，如在计算机应用方面仍有待提高。

本教材第3版继续得到刘鸿文、吴镇两位教授的指导和帮助，在此再次致以深切的感谢。

诚挚欢迎和期待使用本教材的师生以及广大读者不吝赐教。

作者  
2005年5月

## 第2版前言

本教材自1992年秋出版以来，受到社会的关注与欢迎。基于近年教学实践的积累和课程改革的深化，使作者对原作有了修改的打算。

修订工作已历时一年，结合当前教材建设的新要求，以适应各层次的教学需要，并力求使该教材在众多力学教材中成为有自己风格和特色的一种。

修订工作的宗旨是力求简明，内容适度，理论严谨，习题难易适当，据此对初版教材作了若干增删和调整。例如：第三章增加桁架的例题，以扩大平面力系的应用面；第七章在纯弯曲正应力公式的推导中，着重指出中性层与梁轴的关系，以求理论严谨；第九章弯扭组合变形中论及危险截面上的危险点判定时，除塑性材料外，还简述脆性材料，从而使这一复杂应力状态下的强度问题有更完整的力学内涵，以弥补现有某些工程力学教材中的不足；交变应力内容不再放入附录中，而列入正文，作为第十一章，并附有例、习题；动力学中增加一题有几种解法的内容等等。书中带\*号的内容为选学内容，不同专业可根据各自情况选用。

参加修订工作的有蔡炳华、陈世禄、潘宏根、范黎光、范国栋、丁寿源、周学文、陈麟达、张国民、赵关康。本书由赵关康、张国民主编，插图由蔡炳华绘制。

第2版教材继续得到刘鸿文、吴镇两位教授的指导和帮助，在此我们深表感谢。

在修订过程中，承德石油高等专科学校刘江副教授提出许多宝贵意见，在此表示谢意。

限于编者的水平，疏漏仍属难免，深望读者批评指正，以期教材质量的进一步提高。

编者

1994年8月

# 第 1 版前言

《工程力学简明教程》是为适应机械类或非机械类专业和一些交叉类型专业(如工业管理)的少学时(60~80学时)工程力学教学需要。参照高等工业学校与高等工业专科学校理论力学、材料力学课程教学基本要求而编写的教材。

本书以简明为宗旨,在内容的选定上,突出了静力分析和运动分析,以及在静力分析基础上的构件强度、刚度、稳定性分析。在基本理论的阐述上力求严谨、透彻。本书还以教学适用为目标,在例题、习题的编配上,力求数量充分(习题252题),难易安排适当,为适应实验教学的需要,还编入了实验指导内容。书中标\*号的内容供不同专业选用,教师可根据实际情况作必要的取舍。

参加本书编写的有:蔡炳华、陈世禄、潘宏根、范国栋、丁寿源、周学文、陈麟达、朱文灿、张国民、赵关康。全书由赵关康、张国民主编,习题由蔡炳华、范国栋整理。全书插图由陈孩未绘制。

承蒙刘鸿文、吴镇两位教授认真、细致地审阅了全书,提出许多宝贵意见,在此我们谨致以深切的谢意。

在本书编写过程中,还得到汪群教授、俞昊旻教授、陈兆民教授、卢敦诒副教授的热情帮助,在此我们一并表示谢意。

本书采用我国法定计量单位,有关量、单位及符号均执行国家标准的一系列新规定。

限于编者的水平,书中难免有缺点和不妥之处,恳切希望广大读者批评指正。

编者  
1992年2月

# 目 录

第3版序	
第3版前言	
第2版前言	
第1版前言	
绪论	1
<b>第一章 静力学的基本概念</b>	<b>2</b>
第一节 力 刚体和平衡的概念	2
第二节 静力学的基本公理	3
第三节 约束与约束反力	5
第四节 受力分析 受力图	7
思考题	9
习题	10
<b>第二章 平面汇交力系</b>	<b>13</b>
第一节 平面汇交力系合成与平衡的几何法	13
第二节 力的分解	15
第三节 平面汇交力系合成与平衡的解析法	15
思考题	19
习题	20
<b>第三章 平面任意力系</b>	<b>22</b>
第一节 平面力对点之矩	22
第二节 力偶	23
第三节 力线平移定理	25
第四节 平面任意力系向已知点的简化 力系的主矢和主矩	26
第五节 简化结果的讨论 合力矩定理	27
第六节 平面任意力系的平衡条件 平衡方程	29
第七节 物体系统的平衡 静定与静不定的概念	33
第八节 具有滑动摩擦的平衡问题	36
思考题	41
习题	41
<b>第四章 空间力系</b>	<b>49</b>
第一节 力在空间直角坐标轴上的投影	49
第二节 力对轴之矩	50
第三节 空间力系的平衡方程及其应用	52
思考题	53
习题	54
<b>第五章 拉伸与压缩</b>	<b>55</b>
第一节 概述	55
第二节 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力	56
第三节 应力的概念 拉(压)杆横截面上的应力	58
第四节 拉(压)杆的变形 胡克定律	60
第五节 材料在拉伸和压缩时的力学性质	62
第六节 拉(压)杆的强度条件及其应用	66
第七节 拉(压)杆斜截面上的应力 拉压破坏分析	69
第八节 应力集中的概念	70
第九节 拉压静不定问题	70
第十节 剪切和挤压的实用计算	73
思考题	76
习题	77
<b>第六章 圆轴的扭转</b>	<b>82</b>
第一节 概述	82
第二节 外力偶矩 扭矩和扭矩图	82
第三节 切应力互等定理 剪切胡克定律	84
第四节 圆轴扭转时横截面上的应力	86
第五节 圆轴扭转时的变形	90
第六节 圆轴扭转时的强度和刚度条件	93



思考题 .....	95	第二节 临界应力与临界应力总图 .....	162
习题 .....	95	第三节 压杆的稳定性计算及提高稳定性的措施 .....	164
<b>第七章 梁的弯曲</b> .....	<b>98</b>	思考题 .....	165
第一节 概述 .....	98	习题 .....	166
第二节 梁的载荷和支反力 .....	98	<b>* 第十一章 交变应力</b> .....	<b>167</b>
第三节 梁弯曲时的内力——剪力、弯矩 .....	100	第一节 交变应力与疲劳破坏 .....	167
第四节 剪力、弯矩、载荷集度间的关系 .....	103	第二节 交变应力的循环特性 .....	168
第五节 常见截面的惯性矩 平行移轴公式 .....	105	第三节 材料持久极限与构件持久极限 .....	168
第六节 对称弯曲正应力 .....	108	第四节 对称循环下构件的疲劳强度计算 .....	171
* 第七节 对称弯曲切应力 .....	112	思考题 .....	173
第八节 弯曲强度条件及其应用 .....	115	习题 .....	173
第九节 提高弯曲强度的主要措施 .....	118	<b>第十二章 点的运动</b> .....	<b>175</b>
第十节 弯曲变形 .....	119	第一节 概述 .....	175
第十一节 挠曲线的近似微分方程 .....	120	第二节 描述点的运动的方法 .....	175
第十二节 用积分法计算梁的变形 .....	121	第三节 矢径法求点的速度、加速度 .....	177
第十三节 用叠加法计算梁的变形 .....	123	第四节 直角坐标法求点的速度、加速度 .....	178
第十四节 对称弯曲刚度条件和提高弯曲刚度的措施 .....	126	第五节 自然坐标法求点的速度、加速度 .....	182
* 第十五节 静不定梁 .....	127	思考题 .....	185
思考题 .....	128	习题 .....	186
习题 .....	129	<b>第十三章 刚体的基本运动</b> .....	<b>188</b>
<b>第八章 应力状态和强度理论</b> .....	<b>135</b>	第一节 概述 .....	188
第一节 应力状态的概念 .....	135	第二节 刚体的平动 .....	188
第二节 二向应力状态分析 .....	136	第三节 刚体的定轴转动 .....	189
第三节 三向应力状态下的最大应力 广义胡克定律 .....	141	第四节 定轴转动刚体上各点的速度和加速度 .....	192
第四节 强度理论简介 .....	143	思考题 .....	195
思考题 .....	148	习题 .....	195
习题 .....	148	<b>第十四章 点的复合运动</b> .....	<b>197</b>
<b>第九章 组合变形</b> .....	<b>151</b>	第一节 点的复合运动的基本概念 .....	197
第一节 拉伸（压缩）与弯曲的组合变形 .....	151	第二节 点的速度合成定理 .....	198
第二节 弯曲与扭转的组合变形 .....	154	第三节 牵连运动为平动时点的加速度合成定理 .....	201
思考题 .....	157	* 第四节 牵连运动为定轴转动时点的加速度合成定理 .....	204
习题 .....	157	思考题 .....	207
<b>第十章 压杆稳定</b> .....	<b>160</b>		
第一节 压杆稳定与临界载荷 .....	160		

习题 .....	207	习题 .....	247
<b>第十五章 刚体的平面运动</b> .....	211	<b>第十八章 动静法</b> .....	250
第一节 刚体平面运动概述 .....	211	第一节 惯性力的概念 质点的动静法 .....	250
第二节 刚体平面运动分解为平动和转动 .....	211	第二节 质点系的动静法 刚体惯性力系的 简化 .....	251
第三节 用基点法确定平面图形内各点的 速度 速度投影定理 .....	212	第三节 静平衡与动平衡的概念 .....	256
第四节 速度瞬心 用速度瞬心法确定平面 图形内各点的速度 .....	216	思考题 .....	257
第五节 用基点法确定平面图形内各点的 加速度 .....	220	习题 .....	257
思考题 .....	222	<b>附录 A 实验指导</b> .....	259
习题 .....	223	A-1 概述 .....	259
<b>第十六章 动力学基本定律</b> .....	227	A-2 材料试验机 .....	259
第一节 概述 .....	227	A-3 材料拉伸、压缩试验 .....	260
第二节 基本定律的内容 .....	227	A-4 应变测量 .....	264
第三节 质点的运动微分方程 .....	229	A-5 纯弯曲梁正应力的测定 .....	265
思考题 .....	233	<b>附录 B 型钢规格表</b> .....	268
习题 .....	233	B-1 热轧等边角钢 (GB/T9787—1988) .....	268
<b>第十七章 动能定理</b> .....	235	B-2 热轧工字钢 (GB/T706—1988) .....	272
第一节 概述与基本概念 .....	235	B-3 热轧槽钢 (GB/T707—1988) .....	274
第二节 力的功 .....	238	<b>附录 C 主要字符表</b> .....	276
第三节 动能及其表达式 .....	241	习题答案 .....	278
第四节 质点的动能定理 .....	242	<b>参考文献</b> .....	289
第五节 质点系的动能定理 .....	244		
思考题 .....	246		

# 绪 论

工程力学是一门与工程技术联系极为广泛的技术基础学科，它是工程技术的重要理论基础之一。

工程力学既研究物体机械运动的一般规律，又研究物体的强度、刚度和稳定性等内容。

工程力学的研究对象往往相当复杂，在实际力学问题中，常需抓住一些带有本质性的主要因素，略去次要因素，从而抽象成力学模型作为研究对象。当物体的运动范围比它本身的尺寸要大得多时，我们可把物体当作只有一定质量而其形状和大小均可忽略不计的一个质点。物体在力的作用下还要变形，如果这种变形在所研究的问题中可以不考虑或暂不考虑，则可把它当作不变形的物体——刚体。质点和刚体是两种最基本的力学模型。当变形不能忽略时，就要将物体作为变形体来处理。一般说来，任何物体都可以看作是由许多质点组成的，这种质点的集合称为质点系。因此，工程力学的主要研究对象为质点、刚体、质点系和变形体。

本教程主要的研究内容有：第一章至第四章研究刚体的平衡规律，着重讨论静力分析、平衡条件及其在工程上的应用；第五章至第十一章研究变形固体在保证正常工作条件下的强度、刚度和稳定性。变形固体承受载荷时应具有足够的抵抗破坏的能力，即具有足够的强度；变形固体承受载荷时应具有足够的抵抗变形的能力，即具有足够的刚度；变形固体承受载荷后应能保持原有的平衡形态，即具有足够的稳定性。强度、刚度和稳定性是保证变形固体正常工作的三个基本要求。第十二章至第十五章从几何观点研究物体（点、刚体）的运动规律（运动轨迹、速度、加速度），包括点的运动、刚体的基本运动和平面运动。第十六章至第十八章研究物体机械运动的一般规律，从牛顿定律出发，应用动能定理和动静法进行工程中的动态分析。附录中编入了实验指导内容。实验指导部分介绍了材料的拉伸、压缩试验及梁弯曲时正应力的测定。

工程实际中的许多问题，常常需要运用工程力学的知识去解决，因此，工程技术人员需要掌握一定的工程力学知识，在学习上要准确理解基本概念，熟悉基本定理与公式，正确应用概念与理论求解力学问题，以便为解决工程实际问题，为学习不断出现的新理论、新技术、以及从事科学研究工作打下良好的基础。

# 第一章 静力学的基本概念

静力学主要研究物体平衡时作用于物体上的力所应满足的条件，即物体平衡的普遍规律。

静力学中主要研究两个问题：① 力系的简化，即将作用于刚体上的力系简化为与其等效的一个简单力系。研究的目的是简化刚体上的受力，便于对问题进行分析 and 讨论。以后可以看到，这种简化在动力学中，也有很重要的意义；② 力系的平衡，即刚体平衡时力系所应满足的条件。静力学的中心问题是力系的平衡。

本章介绍静力学的基本概念、基本公理、约束的类型及刚体的受力分析和受力图。

## 第一节 力 刚体和平衡的概念

力的概念是人们在长期生活和生产实践中逐步形成的。经过科学的抽象，建立了力的概念：力是物体间的相互机械作用，这种作用使物体的运动状态和形状发生改变。前者称为力对物体的外效应，后者称为力对物体的内效应。

在工程实践中，物体间机械作用的形式是多种多样的，例如：重力、压力、摩擦力等等。经验表明，力对物体的效应（包括外效应和内效应）取决于力的大小、方向和作用点。这三者称为力的三要素。

力的大小表示机械作用的强弱，可以根据力的效应大小加以测定。力的法定计量单位为牛 [顿]，符号为 N。有时以千牛 [顿] 作为单位，符号为 kN。

力的方向，是指力作用的方位和指向。

力的作用点，是指力作用的位置。物体间的机械作用不外乎通过物体间的直接接触或是通过物质的一种形式——场而起作用的。实际上两个物体直接接触时，力的作用位置分布在一定的面积上，只是当接触面积相对地较小时，才能抽象地将其看作集中于一点，这样的力称为集中力。不能抽象地看作集中力的力称为分布力。这种分布力在刚体中常用与其等效的集中力来替代。通过力的作用点并沿力的方位的直线，称为力的作用线。

由于力既有大小、方向，又服从矢量的运算法则（以后将提到），所以力是矢量，可以用一个带箭头的有向线段来表示，如图 1-1 所示。有向线段的长度（按一定比例）表示力的大小，线段的方位和箭头的指向表示力的方向，线段的起点（或终点）表示力的作用点。本书中，矢量均以黑斜体字表示，如  $F$ 。

刚体是指受力作用后不变形的物体，这一特征表现为刚体内任意两点的距离始终保持不变。实际上，不变形的物体是不存在的，只是在力学中研究物体的运动或平衡规律时，当将物体的形状改变看作次要因素而忽略不计时，才把物体抽象为刚体。以后，除特别指明需要考虑物体的形状改变外，其余物体均看作抽象化的理想模型——刚体，所以，刚体是一个抽象化的力

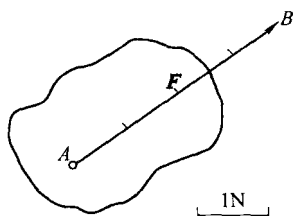


图 1-1

学模型。

平衡是机械运动的一种特殊情况，在静力学中是指物体相对于地球保持静止或匀速直线运动状态。平衡规律在工程实际中具有广泛的应用。各种机器和建筑物的设计，往往要经过静力分析。以后还可看到，动力学问题也可以应用静力学的方法解决。

## 第二节 静力学的基本公理

在叙述这些基本公理以前，先阐明几个有关定义。

我们把作用于同一物体上的一群力称为一个力系。如果刚体在一力系作用下保持平衡，则称这一力系为平衡力系。平衡力系中的各个力对刚体的作用效应相互抵消。如果两个力系对同一刚体的作用效应相同，则称这两力系等效，或者说其中一力系是另一力系的等效力系。如果一个力与一个力系等效，则该力就称为这个力系的合力，而力系中的各力，称为此合力的分力。

静力学的全部理论是以下述 5 个公理为基础的。

**公理一 两力平衡公理** 作用于同一刚体上的两个力，使刚体保持平衡的必要与充分条件是：这两个力大小相等，方向相反，作用线沿同一直线。

设一刚体受到作用于其上  $A$ 、 $B$  两点的  $F_1$ 、 $F_2$  两个力作用而平衡，如图 1-2 所示，则这两个力的作用线必与两力作用点  $A$ 、 $B$  的连线重合，且大小相等，方向相反，用矢量式表示为

$$F_1 = -F_2$$

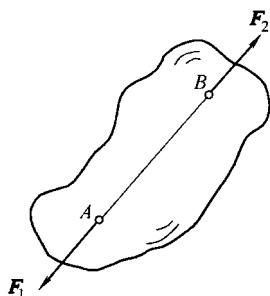


图 1-2

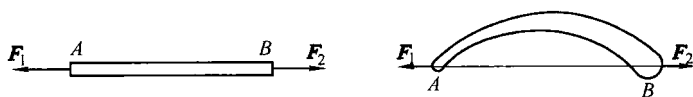


图 1-3

这是最简单的平衡力系。

工程中经常遇到只受两个力作用而平衡的刚体，这类物体称为二力体（对于杆件来说，称为二力杆件），根据公理一，这两个力的作用线必定沿着两个作用点的连线，且大小相等，方向相反，如图 1-3 所示。

**公理二 加减平衡力系公理** 在某一力系中加上或减去一个平衡力系后与原力系等效。

公理二只适用于刚体。

根据这一公理，可以得到作用于刚体上的力的一个重要性质——力的可传性原理：作用

于刚体上的力可以沿着其作用线任意移动而不改变对刚体的作用效应。

证明：设作用于刚体上  $A$  点的力为  $F$ ，如图 1-4 所示。在力的作用线上任取一点  $B$ ，按公理二，在  $B$  点沿力的作用线加上一对相互平衡的力  $F_1$  和  $F_2$ ，且令其大小都等于  $F$ ，则不改变原力  $F$  对刚体的效应。同时可以看到，由  $F$ 、 $F_1$ 、 $F_2$  组成的力系中， $F$  与  $F_2$  也是一个平衡力系。按公理二，除去这一平衡力系，仍不改变力  $F_1$  对刚体的作用效应。于是  $F_1$  与  $F$  对刚体的作用效应相同，即  $F_1$  与  $F$  具有相同的作用线、相同的大小和相同的方向。这就相当于把力  $F$  沿着作用线移到了任取的一点  $B$ 。

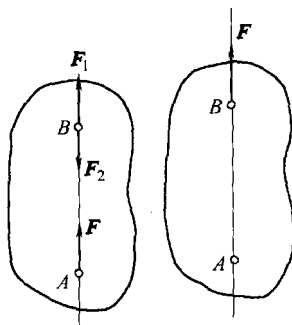


图 1-4

必须强调：这个原理只适用于刚体，而不适用于变形体。

因此，对于刚体而言，力的三要素可改为力的大小、方向、作用线。

公理三 力的平行四边形公理 作用于刚体上某点  $A$ （或作用线交于某点  $A$ ）的两个力  $F_1$ 、 $F_2$ ，可以合成为一个力，这个力称为合力，合力的大小、方向、作用线由以这两个力为邻边所组成的平行四边形的对角线来决定。

设在刚体上某点  $A$  作用有  $F_1$ 、 $F_2$  两个力，如图 1-5 所示，则其合力  $F_R$  的大小、方向是以  $F_1$ 、 $F_2$  为邻边作出的平行四边形的对角线，由  $A$  指向  $D$ 。用矢量式表示为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

合力  $F_R$  的大小、方向可用余弦与正弦定理决定

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$$

$$\frac{F_R}{\sin(\pi - \alpha)} = \frac{F_1}{\sin\varphi} \quad \sin\varphi = \frac{F_1}{F_R}\cos\alpha$$

其中  $\alpha$ 、 $\varphi$  分别为  $F_1$  与  $F_2$  和  $F_R$  与  $F_2$  的夹角。

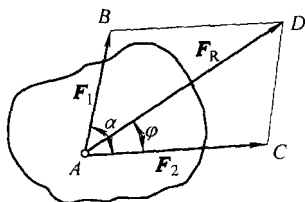


图 1-5

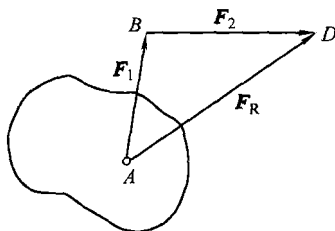


图 1-6

力平行四边形的作图法，可用更简单的作图法替代，如图 1-6 所示。只要以力矢量  $F_1$  的终端  $B$ ，作为力矢量  $F_2$  的起端，连接  $F_1$  的起端  $A$  与  $F_2$  的终端  $D$ ，即代表合力  $F_R$ 。三角形  $ABD$  称为力三角形。用力三角形求合力的方法称为力三角形法则。如果先作  $F_2$ ，再作  $F_1$ ，则并不影响合力的大小、方向。

应用公理一、三，可以导出三力平衡汇交定理：

如果刚体受三个力作用而处于平衡，其中两个力的作用线相交于一点，则第三个力的作

用线必通过该点且三个力共面。

证明：设刚体上有三个力  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  作用，如图 1-7 所示。力  $F_1$  和  $F_2$  的作用线相交于  $O$  点，根据力的可传性原理，将  $F_1$  和  $F_2$  分别沿作用线移到  $O$  点，按公理三可求出它们的合力  $F_R$ ，这一合力通过两力的交点，并在两力所作用的平面上。再根据公理一， $F_R$  与  $F_3$  必须共线即  $F_3$  的作用线必通过  $O$  点，且在  $F_1$  与  $F_2$  所决定的平面内。

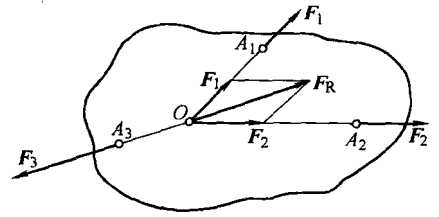


图 1-7

三力平衡汇交定理是共面的三力平衡的必要条件，可为刚体的受力分析提供一种简捷的方法。

**公理四 作用与反作用公理** 对任一作用力，必定同时有一反作用力，两者大小相等，方向相反，作用线共线，但作用在不同的物体上。

该公理就是牛顿第三定律，表明两物体之间所发生的机械作用一定是相互的，即作用力与反作用力必须成对出现，同时存在也同时消失。应该特别注意，作用力与反作用力是分别作用在相互作用的不同物体上的。公理四是分析物体受力时必须遵循的原则，它为研究由一个物体过渡到多个物体组成的物系问题提供了基础。

**公理五 刚化公理** 如果变形体在已知力系作用下处于平衡，此时将变形体刚化成为刚体，则平衡状态保持不变。

刚化公理也称为变形体平衡公理，即变形体只有在平衡的前提下才能刚化为刚体。

图 1-8 所示的一根软绳  $AB$ ，在  $F_1$  与  $F_2$  二个拉力作用下处于平衡。此时将软绳刚化成为刚体，则平衡状态不变。如果  $F_1$ 、 $F_2$  为两端的压力，则软绳就不可能保持平衡。反之，若刚体杆受  $F_1$  与  $F_2$  压力而平衡时，将刚性杆变为软绳，则平衡不能保持。

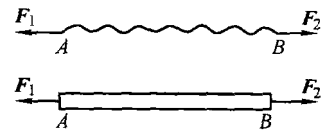


图 1-8

由此可知，刚体的平衡条件，对于变形体而言是平衡的必要条件而不是充分条件，即变形体的平衡条件包括了刚体的平衡条件。因此，把处于平衡的变形体刚化为刚体，可进而应用刚体静力学的全部理论。由此可以看出刚体静力学为研究变形体静力学提供了理论基础。

### 第三节 约束与约束反力

可以在空间作任意运动的物体称为自由体，如空中自由飞行的飞机等。受到周围物体的限制而不能作任意运动的物体，则称为非自由体，如用绳子悬挂着不能下落的重球，火车在轨道上行驶等。在力学中，把加于非自由体上使其位移受到一定限制的条件，称为约束。在静力学中，约束总是以物体间相互接触的方式构成的，如轨道对于火车、绳子对于重球都构成约束。习惯上，往往把周围接触的对象也称为约束。约束对物体的作用力称为约束反力。与约束反力性质相反，那些能主动地改变物体运动状态的力称为主动力，如重力、压力、切削力等。

静力学主要研究非自由体的平衡问题。在这些问题中，主动力往往是已知的，约束反力是未知的，它取决于约束本身的性质、主动力和物体的运动状态。约束反力通常需要根据静

力学的平衡条件来确定。

下面介绍几种常见的约束类型，指出如何判断约束反力的某些特征。

### 一、柔体约束（柔索）

柔体一般指不能承受压力或受弯曲的绳索、链条、带等物体。通常柔体在拉力作用下的伸长很小，可以忽略，同时还不计重量。这些柔体受拉力平衡时，必然张紧成一直线。因此，当物体受到柔体约束时，柔体只能限制物体沿着柔体伸长方向运动。所以柔体约束反力总是沿着柔体，其指向则离开物体，如图 1-9 所示。

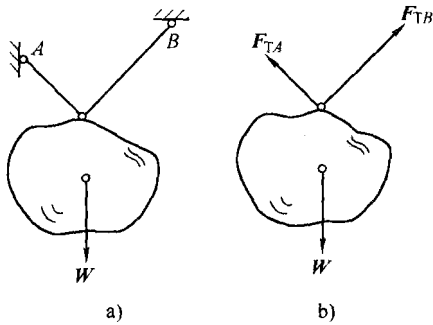


图 1-9

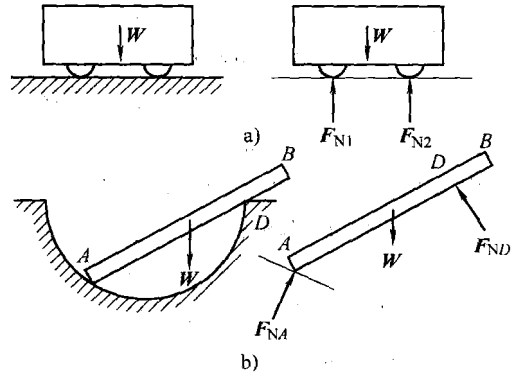


图 1-10

### 二、理想光滑接触面约束

若物体与约束接触面间的摩擦力可以略去不计时，这样的约束就看作理想光滑接触面约束。因此，不论接触面的形状如何，理想光滑面的约束均使物体不能沿接触面的公法线方向运动，即理想光滑面的约束反力必沿公法线方向，接触点为力的作用点并指向物体。这一类力用符号  $F_N$  表示，如图 1-10 所示。

### 三、光滑圆柱铰链约束

两个构件的连接是通过圆柱销子或圆柱形轴来实现的，这种使构件只能绕销轴转动的约束称为圆柱铰链约束。这类约束只能限制构件沿垂直于销钉轴线方向的相对位移。若将销子与销孔间的摩擦略去不计而视为光滑接触，则这类铰链约束称为光滑铰链约束，如图 1-11 所示。

由于销子与销孔之间看成光滑接触，根据光滑接触面约束反力的特点，销子对构件的约束反力应沿着接触处的公法线方向且通过销孔的中心。因为接触点的位置不能预先确定，所以约束反力的方向也不能预先确定。为计算方便，约束反力通常用经过构件被约束处圆孔中心  $O$  的两个垂直分力  $F_x$  和  $F_y$  来表示，如图 1-12 所示。

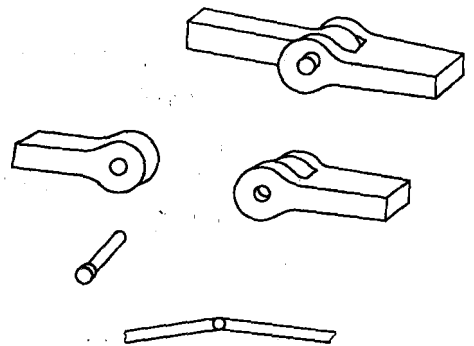


图 1-11



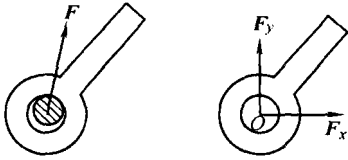


图 1-12

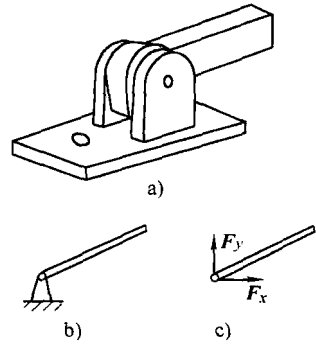


图 1-13

下面介绍工程上常见的几种以铰链约束所构成的支座。

### 1. 固定铰链支座

用圆柱铰链连接的两个构件，如果其中有一个固结于地面或机器上，则该支座称为固定铰链支座，如图 1-13a 所示。计算时可用简图 1-13b 表示。铰链支座的约束反力在垂直于圆柱销轴线的平面内并通过物体被约束处圆孔中心，方向不定。

图 1-14 所示的向心轴承座因允许转轴沿轴线作微小移动，故它对轴的约束反力也可视为固定铰链支座分析。

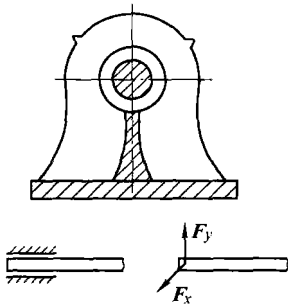


图 1-14

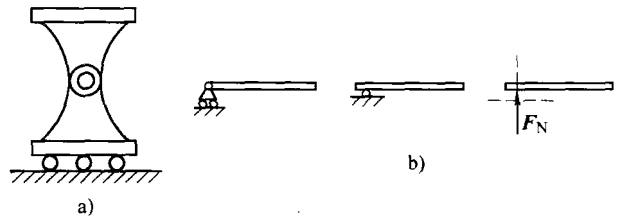


图 1-15

### 2. 滚动铰链支座

如果在铰链支座和光滑支承面之间用几个轴销或滚柱连接，就成为滚动铰链支座，如图 1-15a 所示。计算时所用的简图如图 1-15b 所示。

这类支座不能限制被约束物体沿光滑支承面移动，只能限制构件与铰链连接处沿垂直于支承面移动。因而滚动铰链支座类似于理想光滑面，约束反力的方向垂直于支承面且过物体被约束处圆孔中心。

## 第四节 受力分析 受力图

静力学的任务是研究物体在力系（包括主动力与约束反力）作用下的平衡问题。无论